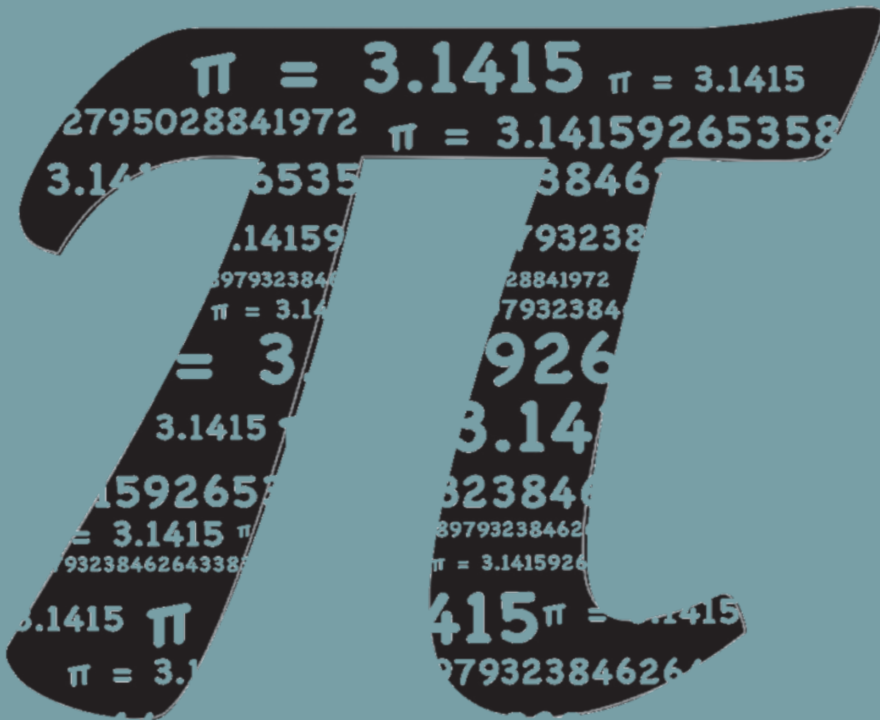


MATEMATİK EĞİTİMİNDE TEORİ VE UYGULAMA ÇALIŞMALARINDAN SEÇMELER

EDİTÖR
Öğr. Gör. Dr. Fikret CİHAN

İKSAD
Publishing House

MATEMATİK EĞİTİMİNDE TEORİ VE UYGULAMA ÇALIŞMALARINDAN SEÇMELER

EDİTÖR

Öğr. Gör. Dr. Fikret CİHAN

YAZARLAR

Prof. Dr. Gül KALELİ YILMAZ

Doç. Dr. Muhammet DORUK

Dr. Öğr. Üyesi İlyas KARADENİZ

Öğr. Gör. Dr. Fikret CİHAN

Arş. Gör. Gül Mine BAYRAM GÜN

Murat ATAK

Turgay GÖVEN

İKSAD
Publishing House

 Institution of Economic Development and Social
Researches Publications®
(The Licence Number of Publicator: 2014/31220)
TÜRKİYE TR: +90 342 606 06 75
USA: +1 631 685 0 853
E mail: iksadyayinevi@gmail.com
www.iksadyayinevi.com

It is responsibility of the author to abide by the publishing ethics rules.
Iksad Publications – 2023©
ISBN: 978-625-367-398-7
Cover Design: İbrahim KAYA
November / 2023
Ankara / Türkiye
Size = 16 x 24 cm

İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ

Dünyada yaşanan değişimler her alanda olduğu gibi doğal ve zorunlu bir şekilde eğitimde de değişimleri birlikte getirmektedir. Eğitimde değişen paradigmalar ışığında eğitim alanında yapılan çalışmalar da farklı boyutlar kazanmaktadır. Zorlu bir alan olarak Matematik Eğitimi de bu değişimlerden en çok etkilenen alanlar arasındadır. Matematik eğitiminde teori ve uygulama çalışmalarının birbirine paralel şekilde gelişip ilerlediği söylenebilir. Dolayısıyla Matematik Eğitimi alanında yapılan teori ve uygulama çalışmalarının bir arada veya bütüncül bir bakış açısıyla sunulmasının ilgi çekici olabileceği düşünülebilir. Buradan hareketle Eğitim Bilimleri Temel Alanının Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bilim Alanında Matematik Eğitimi özelinde hazırlanmış olan bu kitap matematik eğitiminde teori ve uygulamaya dönük farklı çalışmalardan seçmeleri bir araya getirmiştir. Farklı araştırma konu ve yaklaşımlarını benimseyen çalışmaların bölüm olarak yer aldığı "Matematik Eğitiminde Teori ve Uygulama Çalışmalarından Seçmeler" adlı bu kitabın öncelikle Matematik Eğitimi alanyazınına katkı sağlayacağını ve bu alanda gelecekteki akademik çalışmalara da belli bir çerçevede ışık tutacağını ummaktayız. Ayrıca bu kitabın Eğitim Bilimlerinin diğer bilim alanlarıyla birlikte disiplinlerarası çalışmalarda da kaynak olarak kullanılabileceğini ümit etmekteyiz.

Bu kitapta yer verilen bölüm yazılarına yönelik bilimsel, etik ve hukuki tüm sorumluluğun ilgili bölümlerin yazar(lar)ına ait olduğunu hatırlatarak bu kitapta emeği geçen herkese teşekkürlerimizi sunarız.

Kitabı okuyan herkese faydalı olması dileğiyle…

KASIM 2023
Öğr. Gör. Dr. Fikret CİHAN
Editör

BÖLÜM 1

MATH TAKSONOMİSİNE GENEL BİR BAKIŞ

Öğr. Gör. Dr. Fikret CİHAN[1]

DOI: https://dx.doi.org/10.5281/zenodo.10084686

[1] Öğr. Gör. Dr., Kırklareli Üniversitesi Teknik Bilimler Meslek Yüksekokulu Bilgisayar Teknolojileri Bölümü Bilgisayar Programcılığı Programı, Kırklareli, Türkiye. fikret.cihan@klu.edu.tr, fikret_cihan@hotmail.com, https://orcid.org/0000-0001-8783-4136

GİRİŞ

Etimolojisi 19. yüzyıla dayanan ve Yunanca “taxis” ve “nomia” kelimelerinden türetilmiş olan “taksonomi” kelimesi; sayılabilir şeyler için onları sınıflandırmada kullanılan belirli bir sistem, sayılamaz şeyler için ise “sınıflandırmanın bilimsel süreci” veya “onları gruplar halinde düzenlemek” olarak tanımlanmaktadır (Oxford Learner’s Dictionaries, 2023). Türk Dil Kurumu Güncel Türkçe Sözlüğünde ise taksonomi sözcüğünün tanımı “sınıflandırma ve bu sınıflandırmada kullanılan kurallar bütünü” şeklinde verilmektedir (Türk Dil Kurumu Sözlükleri, 2023).

Literatürde “matematik de dâhil olmak üzere farklı disiplinlerdeki bilgi ve becerileri sınıflandırmak için hiyerarşiler sağlayan” taksonomiler geliştirilmiştir (Bennie, 2005, s. 82). Bu taksonomilerden en bilindik olanı Bloom Taksonomisidir (Arı, 2013; Darlington, 2015a; Robertson ve Lee, 2007; Thoma ve Iannoe, 2015). Bloom Taksonomisinden (Bloom, Englehart, Furst, Hill ve Krathwohl, 1956) sonra Bloom Taksonomisini baz alan veya onu revize eden taksonomi çalışmaları yapılmıştır. Bunlardan bazılarına; kronolojik sırayla MATH (Mathematical Assessment Task Hierarcy) Taksonomisi (Smith, Wood, Coupland, Stephenson, Crawford ve Ball, 1996), Revize Edilmiş Bloom Taksonomisi (Anderson, Krathwohl, Airasian, Cruikshank, Mayer, Pintrich, Raths ve Wittrock, 2001) ve Dettmer Taksonomisi (Dettmer, 2006) örnek olarak verilebilir. Bu taksonomilerden ilki olan MATH Taksonomisi (Smith vd., 1996) matematiğe özgü taksonomiler arasında en bilindik olanı ve en yaygın kullanılanıdır (Kinnear, Bennet, Binnie, Bolt ve Zheng, 2020).

MATH TAKSONOMİSİ NEDİR?

MATH Taksonomisi Bloom taksonomisinin (Bloom vd., 1956) bir modifiksayonu olarak matematikte daha doğru değerlendirme yapabilmek adına Smith, Wood, Coupland, Stephenson, Crawford ve Ball (1996) tarafından geliştirilmiştir (Smith vd., 1996; Uğurel, Moralı ve Kesgin, 2012). Lisans düzeyindeki matematik derslerinde daha dengeli değerlendirmelerin geliştirilmesine olanak sağlayan MATH Taksonomisi sınav sorularını yanıtlamak için gerekli matematiksel bilgi ve becerilere göre sınıflandırma yapan bir taksonomidir (Kinnear vd., 2020). Başka bir deyişle MATH Taksonomisi görevleri zorluk açısından sınıflandırmayı değil, verilen görevleri öğrencilerin başarıyla tamamlayabilmeleri için gerekli aktivitelerin doğasına göre sınıflandırmayı amaçlamaktadır (Smith vd., 1996; Smith ve Wood, 2000; Wood ve Smith, 2002). MATH taksonomisi tüm değerlendirme görevlerine uygulanabilir (Wood, Smith, Petocz ve Reid, 2002) ancak daha spesifik bir ifadeyle bir dizi bilgi ve beceriyi değerlendiren sınav kağıtlarını veya sınav sorularını yazmak, tasarlamak veya değerlendirmek için geliştirilmiştir ve genel olarak bu amaçla kullanılmaktadır (Bennie, 2005; D’Souza ve Wood, 2003; Smith vd., 1996).

MATH TAKSONOMİSİNİN GRUP VE KATEGORİLERİ

MATH Taksonomisi A, B ve C grupları olmak üzere üç gruptan oluşmaktadır (Smith vd., 1996; Wood ve Smith, 2002; Wood vd., 2002). Yine bu taksonomi A grubunda üç, B grubunda iki ve C grubunda da yine üç kategori olmak üzere toplamda sekiz matematiksel bilgi ve beceri kategorisinden oluşmaktadır (Smith vd., 1996; Wood ve Smith, 2002; Wood vd., 2002). MATH Taksonomisinin bu sekiz öğrenme kategorisi matematikte sınav sorularının doğasını değerlendirebilmek için özel bir şema sunmaktadır (Wood vd., 2002). Matematiğin doğası gereği bazı sorular birden fazla kategoriye uyabileceği gibi herhangi bir kategoriye rahatça uymayan sorular da olabileceği için MATH Taksonomisinin kategorileri arasındaki ayrımlar çok katı değildir (Smith vd., 1996). Bu grup ve kategoriler Tablo 1'de sunulmuştur (Smith vd., 1996, s. 67).

Tablo 1. MATH Taksonomisi Grup ve Kategorileri Tablosu

A Grubu	A_1-Olgusal bilgi	A_2-Kavrama	A_3-Rutin işlemlerin kullanımı
B Grubu	B_1-Bilgi transferi	B_2-Yeni durumlarda uygulama	-
C Grubu	C_1-Doğrulama ve yorumlama	C_2-Çıkarımlar, varsayımlar ve karşılaştırmalar	C_3-Değerlendirme

Kaynak: Smith vd. (1996, s. 67).

Smith vd. (1996) çalışmalarında matematiksel bilgi ve beceriyi karakterize eden tanımlayıcıları açıklamışlardır. A grubu; olgusal bilgiyi, kavrayışı ve rutin işlemlerin kullanımını test eder (Wood ve Smith, 2002). A grubuna ait görevleri tamamlarken öğrencilerden olgusal bilgileri hatırlamaları ve kavramaları ayrıca rutin işlemleri kullanabilmeleri beklenmektedir (Thoma ve Iannone, 2015). A grubunun ilk kategorisi olan olgusal bilgi kategorisindeki (A_1) görevleri tamamlamak için gerekli bilgi ve beceriler; matematiksel tanımları ve formülleri hatırlamayı içermektedir (D'Souza ve Wood, 2003; Smith vd., 1996). Kavrama kategorisine (A_2) ait bilgi ve beceriler bir formüldeki matematiksel sembollerin önemini kavramayı, matematiksel bir kavramın örneklerini ve karşıt örneklerini tanımayı gerektirir (D'Souza ve Wood, 2003; Smith vd., 1996). Rutin işlemlerin kullanımı (A_3); sınıfta uygulanan algoritmaları içermektedir (D'Souza ve Wood, 2003). Daha açık bir ifadeyle; bir problemi doğru bir şekilde çözebilmek için bir prosedür ya da algoritmayı düzgün bir şekilde kullanabilme becerisini gerektirir (Smith vd., 1996).

B grubu; bilgileri aktarabilmeyi, farklı şekillerde sunabilmeyi ve yeni durumlara uyarlayabilmeyi gerektirir (Thoma ve Iannone, 2015; Wood vd., 2002). Bu gruptaki bilgi transferi (B_1) kategorisi; rutin işlemlerin ötesinde bilgiyi bir formdan diğerine dönüştürme becerisini gerektirir (D'Souza ve Wood, 2003; Smith vd., 1996). Örnek olarak bu kategori bilgiyi sözelden sayısala, sayısaldan grafiğe (veya tersleri) dönüştürme becerilerini gerektirir (D'Souza ve Wood, 2003; Smith vd., 1996). Yeni durumlarda uygulama (B_2) kategorisi ise; gerekli bilgi ve uygun yöntemi yeni durumlar için seçebilmeyi ve yeni durumlarda bunları uygulayabilmeyi gerektirir (D'Souza ve Wood, 2003; Smith vd., 1996). Bu kategoriye örnek olarak "gerçek yaşam ortamlarının modellenmesi", "bilinen prosedürlerin yeni durumlara ekstrapolasyonu", "uygun algoritmaları seçme ve uygulama" ve "uygun istatistiksel teknikleri seçme ve uygulama" verilebilir (Smith vd., 1996, s. 69-70).

C grubu görevler; "belirli bir sonucu veya öğrenci tarafından elde edilen bir sonucu gerekçelendirebilme ve/veya yorumlayabilme" (C_1), yeni bir sonuçla karşılaşıldığında çıkarımlarda ve varsayımlarda bulunabilme ve bununla birlikte gerekçeli karşılaştırmalar yapabilme (C_2) ayrıca son olarak da "belirli kriterlere dayalı olarak belirli bir amaç için" yargılama (C_3) becerilerini gerektirmektedir (Smith vd., 1996, s. 70).

Bu taksonomideki grup veya kategoriler arasında çok da katı olmayan kısıtlı bir hiyerarşiden bahsetmek mümkünse de A, B ve C gruplarındaki görevler arasındaki zorluk hiyerarşisi kesinlikle kastedilmemektedir (Smith vd., 1996). A grubu bir görev herhangi bir öğrenciye B veya C grubu bir görevden daha zor gelebilir (Darlington, 2014; Darlington, 2015a). Yukarıdaki açıklamalardan da görüleceği üzere A, B ve C gruplarındaki görevleri tamamlamak için gerekli olan matematiksel bilgi ve beceriler arasında bir hiyerarşi olduğunu söylemek mümkündür (Wood ve Smith, 2002). A grubu görevler yüzeysel öğrenme yaklaşımı kullanılarak tamamlanabilecekken B ve C grubu görevler ancak daha derin öğrenme yaklaşımı ile tamamlanabilmektedir (Smith vd., 1996; Wood vd., 2002). Daha da ilerisinde C grubundaki görevler B grubundaki görevlerden, B grubundaki görevler de A grubundaki görevlerden daha yüksek düzeyde bilgi ve beceri gerektirir.

MATH TAKSONOMİSİNİN GRUP VE KATEGORİLERİNE ÖRNEKLER

Smith ve arkadaşları (1996) çalışmalarında bu taksonomiyi kullanmak isteyenlere yol göstermek adına tüm kategorileri içeren ve üniversite düzeyinde örneklerden oluşan geniş kapsamlı bir liste oluşturmuşlardır (Bkz. Smith vd., 1996; s. 70-76). Literatürdeki çalışmalarda da araştırmacıların kendi sorularından oluşturdukları ya da çeşitli merkezî sınavlardaki sorulardan oluşturdukları benzer listelere (Aliustaoğlu, Dağdelen ve Tuluk, 2023, s. 30-31; Aliustaoğlu ve Tuna, 2016, s. 131-132; Aygün, Baran-Bulut ve İpek, 2016; s. 86-88; Bailey, Kinnear, Sangwin ve O'Hagan, 2020; s. 2; Darlington, 2014, s. 219; Darlington, 2015a, s. 9; Darlington, 2015b, s. 184-186; Esen ve Tuna, 2021, s. 48-49; Gürbüz ve Biber, 2021, s. 9; Kinnear vd., 2020, s. 284; Pişkin-Tunç ve Baydar, 2022, s. 40-41; Tutak ve Farımaz, 2022, s. 29-35) rastlamak mümkündür. Bu çalışmada da literatürdeki çalışmalara benzer şekilde bir liste hazırlanıp aşağıda sunulmuştur.

MATH Taksonomisi A Grubu A_1-Olgusal bilgi kategorisi, A_2-Kavrama kategorisi ve A_3-Rutin işlemlerin kullanımı kategorisi için örnekler Tablo 2'de sunulmuştur.

Tablo 2. MATH Taksonomisi A Grubu Örnekleri

Grup	**Kategori**	**Örnek soru**
A Grubu	A_1-Olgusal bilgi	Küme tanımını yapınız.
	A_2-Kavrama	*10'dan küçük asal sayılar* ifadesi küme belirtir mi? Açıklayınız.
	A_3-Rutin işlemlerin kullanımı	A={1,2,3,4,5,6,7} kümesinin alt ve öz alt küme sayılarının toplamı kaçtır?

Tablo 2'den görüldüğü gibi ilk örnek soru hatırlama, ikinci örnek soru kavrama ve son örnek soruda rutin prosedürlerin kullanımı bilgi ve becerilerini gerektirmektedir.

MATH Taksonomisi B Grubu B_1-Bilgi transferi ve B_2-Yeni durumlarda uygulama kategorileri için örnekler Tablo 3'te sunulmuştur.

Tablo 3. MATH Taksonomisi B Grubu Örnekleri

Grup	**Kategori**	**Örnek soru**
B Grubu	B_1-Bilgi transferi	$f: R \to R, f(x) = 5x - 1$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.
	B_2-Yeni durumlarda uygulama	Yol denklemi $S(t) = 2t^3 + t^2 - 2$ olarak verilen bir hareketlinin 4. saniye sonundaki hızı kaç m/sn olur?

Tablo 3'ten görüldüğü gibi ilk soru sayısal bilgilerin grafiğe dönüştürülmesi, ikinci soru ise türev ile ilgili bilgilerin yeni durumlara uyarlanmasını gerektirmektedir. MATH Taksonomisi C Grubu C_1, C_2 ve C_3 kategori örnekleri Tablo 4'te sunulmuştur.

Tablo 4. MATH Taksonomisi C Grubu Örnekleri

Grup	**Kategori**	**Örnek soru**
C Grubu	C_1-Doğrulama ve yorumlama	$u = u$ $u^2 = u^2$ $u^2 - u^2 = u^2 - u^2$ $u \cdot (u - u) = (u - u) \cdot (u + u)$ $u = 2u$ $1 = 2$ Yukarıdaki argüman zincirindeki hataları bulunuz.
	C_2-Çıkarımlar, varsayımlar ve karşılaştırmalar	$\forall \alpha \in R$ için $tan\alpha \cdot cot\alpha = 1$ önermesinin ya doğru olduğunu ispatlayınız ya da doğrulunu çürütünüz.
	C_3-Değerlendirme	1) Eşit açılara sahip eşkenar dörtgene kare denir. 2) Tüm kenarları eşit ve 90 derecelik bir açıya sahip dörtgene kare denir. 3) Komşu açıları ve komşu kenarları birbirine eşit olan paralelkenara kare denir. Zazkis ve Leikin'den (2008, s. 134) alıntılanan yukarıdaki üç tanımı karşılaştırarak, tanım olma ölçütleri doğrultusunda eşdeğer (denk) olduklarını gösteriniz.

Tablo 4'ten görüldüğü gibi ilk soru akıl yürütmedeki hataları bulma becerisini gerektirmektedir. İkinci soruda öncelikle önermenin yanlış olduğunu tespit edebilmeyi ve sonrasında da aksine (karşıt) örnek verme yöntemi ile önermenin yanlışlığını ispatlamayı yani doğruluğunu çürütmeyi gerektirir. Son soruda da üç tanımı karşılaştırma, üç tanımın tanım olma ölçütlerine uyup uymadığını değerlendirebilme ve bu tanımların eşdeğer olduklarını ispatlayarak gösterebilme becerilerini gerektirmektedir.

MATH TAKSONOMİSİ İLE İLGİLİ ÇALIŞMALAR

Türkiye'de; ilköğretim ikinci kademe matematik dersi sınav sorularının (Aygün vd., 2016), ortaokul matematik ders kitaplarındaki soruların (Tutak ve Farımaz, 2022), Ortaöğretim Kurumları Öğrenci Seçme Sınavı [OKS] matematik sorularının (Uğurel vd., 2012), Seviye Belirleme Sınavı [SBS] matematik sorularının (Uğurel vd., 2012), Temel Eğitimden Ortaöğretime Geçiş Sistemi [TEOG] matematik sorularının (Pişkin-Tunç ve Baydar, 2022), Liselere Geçiş Sistemi [LGS] matematik sorularının (Aliustaoğlu vd., 2023; Pişkin-Tunç ve Baydar, 2022; Tutak ve Farımaz, 2022), Uluslararası Matematik ve Fen Eğilimleri Araştırması (Trends in International Mathematics and Science Study [TIMSS]) matematik sorularının (Pişkin-Tunç ve Baydar, 2022; Uğurel vd., 2012), üniversite giriş sınavlarında sorulan matematik sorularının (Gürbüz ve Biber, 2021), Akademik Personel ve Lisansüstü Eğitimi Giriş Sınavı [ALES] matematik sorularının (Aliustaoğlu ve Tuna, 2016; Esen ve Tuna, 2021), ilköğretim ve lise matematik öğretmenliği alan bilgisi testlerindeki soruların (Moralı, Karaduman ve Uğurel, 2014) MATH Taksonomisinin grup ve kategorilerine göre incelendiği ve ortaya çıkan sonuçların öğrencilerin matematiksel bilgi ve becerileri bağlamında tartışıldığı çalışmalar mevcuttur.

Merkezî sınavların matematik sınav sorularının incelendiği çalışmaların sonuçlarından ulusal ölçekli merkezî sınavlarda sorulan matematik sorularının yoğunlaştığı MATH Taksonomisi grup ve kategorilerinin değişkenlik gösterdiği görülmektedir (Aliustaoğlu vd., 2023; Aliustaoğlu ve Tuna, 2016; Esen ve Tuna, 2021; Gürbüz ve Biber, 2021; Moralı vd., 2014; Pişkin-Tunç ve Baydar, 2022; Tutak ve Farımaz, 2022; Uğurel vd., 2012). Ayrıca Pişkin-Tunç ve Baydar'ın (2022) çalışması yüzdesel olarak en fazla C grubu sorunun uluslararası ölçekli sınavda (Uluslararası Matematik ve Fen Eğilimleri Araştırması, [TIMSS]) sorulduğunu ortaya koymuştur.

Farklı yıllarda yapılan aynı sınav türündeki matematik sınav sorularının MATH Taksonomisine göre incelendiği çalışmalarda da benzer sonuçlara ulaşılmıştır (Esen ve Tuna, 2021; Tutak ve Farımaz, 2022; Uğurel vd., 2012). Örneğin Esen ve Tuna (2021) 2006-2013 yılları arasında yapılan ALES sınavlarında sorulan soruların kategorilerinin yıllara göre istatistiksel olarak farklılaştığını tespit etmişlerdir. Aliustaoğlu, Dağdelen ve Tuluk (2023) ise Liselere Geçiş Sistemi [LGS] matematik sorularının seviyesinin yıllar geçtikçe arttığı sonucuna ulaşmışlardır.

Tek bir sınav içindeki farklı test sorularının da MATH Taksonomisine göre yoğunlaştığı kategoriler de farklılıklar ortaya çıkmıştır (Aliustaoğlu ve Tuna, 2016). Örneğin 2013 ALES ilkbahar dönemi Sayısal-1 testindeki matematik sınav sorularının rutin işlemlerin kullanımı (A_3) kategorisinde, Sayısal-2 testindeki matematik sınav sorularının ise çıkarımlar, varsayımlar ve karşılaştırmalar (C_2) kategorisinde yoğunlaştığı tespit edilmiştir (Aliustaoğlu ve Tuna, 2016).

Türkiye’de yapılan çalışmalara benzer şekilde yurt dışında da merkezî sınavlardaki soruların ya da matematik derslerindeki sınav sorularının veyahut da öğrencilerin bu sorulara verdiği yanıtların MATH Taksonominin grup ve kategorilerine göre incelenip sonuçlarının raporlandığı çalışmalara (Akhtar ve Saeed, 2020; Darlington, 2014, 2015a, 2015b; D’Souza ve Wood, 2003; Katalenić ve Kolar-Begović, 2022; Smith vd., 1996; Thoma ve Iannone, 2015; Wood ve Smith, 2002) rastlanmaktadır. Örneğin Thoma ve Iannoe (2015) çalışmalarında soyut cebir dersi sınav sorularını sınıflandırmak için MATH Taksonomisini ve Tang, Morgan ve Sfard (2012) tarafından ortaya konan çerçeveyi kullanmışlar ve bu iki çerçevenin uygulanabilirliğine ilişkin hususları tartışmışlardır (Thoma ve Iannoe, 2015).

Ayrıca öğrencilerin verdiği yanıtların yoğunlaştığı kategorilerin çeşitli özelliklere göre karşılaştırıldığı çalışmalar (Wood ve Smith, 2002; Wood vd., 2002) da yine literatürde mevcuttur. Örneğin Wood, Smith, Petocz ve Reid (2002) A, B ve C grubundan görevler bulunan lineer cebir sınavını ana dili İngilizce olmayan öğrencilere uygulayarak bu gruplara ait puan ortalamaları arasındaki anlamlı ve yüksek korelasyonu tespit etmişlerdir. Aynı zamanda bu çalışmada öğrencilerin cinsiyet veya dil geçmişlerine ilişkin farklılıkların üç gruptaki performanslarını etkileyip etkilemediği de ortaya konmuştur (Wood vd., 2002).

MATH TAKSONOMİSİNİN DİĞER TAKSONOMİLERLE TERMİNOLOJİK BENZERLİKLERİ VE FARKLILIKLARI

27 ülkeden 103 akademisyenin gönüllü olarak katıldığı Arı'nın (2013) çalışmasının sonuçlarına göre en bilindik taksonomiler Bloom ve Revize Edilmiş Bloom Taksonomileridir. Giriş kısmında da değinildiği gibi MATH (Mathematical Assessment Task Hierarcy) Taksonomisi (Smith vd., 1996), Revize Edilmiş Bloom Taksonomisi (Anderson vd., 2001) ve Dettmer Taksonomisi (Dettmer, 2006) Bloom taksonomisinden (Bloom vd., 1956) türetilmişlerdir. Bu kısımda MATH Taksonomisinin (Smith vd., 1996); Bloom Taksonomisi (Bloom vd., 1956) ve Bloom Taksonomisinden türetilen diğer taksonomiler (Revize Edilmiş Bloom Taksonomisi ve Dettmer Taksonomisi) ile arasındaki benzerliklere ve farklılıklara değinilmiştir.

MATH Taksonomisi ve Bloom Taksonomisi

Bloom ve diğerlerinin orijinal planları bilişsel, duyuşsal ve psikomotor alan olmak üzere üç ana kısımdan oluşan geniş kapsamlı bir sınıflandırma çalışması yapmaktı (Bloom vd., 1956). Ancak ilk yayınlanan ve Bloom Taksonomisi olarak bilinen eser bilişsel alan üzerineydi. Duyuşsal alana yönelik çalışma yaklaşık sekiz yıl sonra Krathwohl, Bloom ve Masia (1964) tarafından yayınlanmıştır. Ancak psikomotor alana yönelik araştırmalar Simpson (1966) ve Harrow'un (1972) çalışmalarında yürütülmüştür.

Math Taksonomisi; Bloom Taksonomisinden uyarlanmıştır (D'Souza ve Wood, 2003; Smith vd., 1996). Bloom Taksonomisi tüm disiplinler için MATH Taksonomisi ise matematiğe özgü geliştirilmiş taksonomilerdir (Kinnear vd., 2020; Koçyiğit ve Moralı, 2020; Smith vd., 1996). Kavramlar hiyerarşisini ortaya koyan Bloom Taksonomisi (Bloom vd., 1956) değerlendirme görevlerini yapılandırmada oldukça başarılı olsa da matematik bağlamında düşünüldüğünde bazı sınırlamalarla karşılaşılmaktadır (Smith vd., 1996).

Bloom tarafından bilişsel öğrenme alanına yönelik geliştirilmiş olan Bloom Taksonomisinin bilişsel hedefleri "bilgi", "kavrama", "uygulama", "analiz", "sentez" ve "değerlendirme" olmak üzere basitten karmaşığa altı basamaktan oluşmaktadır (Bloom vd., 1956, s. 18). Bloom taksonomisinde iddia edilen kadar katı bir hiyerarşik yapıya sahip olmayan MATH Taksonomisi ise üç grup (A, B ve C) ve bu üç gruba dâhil edilmiş "olgusal bilgi", "kavrama", "rutin işlemlerin kullanımı", "bilgi transferi", "yeni durumlarda uygulama", "doğrulama ve yorumlama", "çıkarımlar, varsayımlar ve karşılaştırmalar" ve "değerlendirme" olmak üzere sekiz kategoriden oluşmaktadır (Smith vd., 1996, s. 67). MATH Taksonomisindeki bu kategoriler; Bloom Taksonomisinde basamak ya da hedef düzeyi olarak ifade edilmektedir. MATH Taksonomisi ile Bloom Taksonomisi arasındaki benzerlikler ve farklılıklar Tablo 5'te sunulmuştur (Aliustaoğlu ve Tuna, 2016, s. 128; Aygün vd., 2016, s. 65; Koçyiğit ve Moralı, 2020, s. 145). Tablo 5'ten de görüleceği üzere Bloom taksonomisindeki altı basamağa (Bloom vd., 1956) karşılık gelecek basamaklar MATH Taksonomisinin kategorilerinde de (Smith vd., 1996) terminoloji olarak mevcut olmasına rağmen MATH Taksonomisinin Bloom Taksonomisinden farklı yönleri onu daha avantajlı hale getirmektedir (Aliustaoğlu ve Tuna, 2016).

Tablo 5. MATH Taksonomisi ve Bloom Taksonomisi Arasındaki Benzerlikler ve Farklılıklar Tablosu

MATH Taksonomisi (Smith vd., 1996)	**Bloom Taksonomisi** (Bloom vd., 1956)
A_1-Olgusal bilgi	Bilgi
A_2-Kavrama	Kavrama
A_3-Rutin işlemlerin kullanımı B_1-Bilgi transferi B_2-Yeni durumlarda uygulama	Uygulama
C_1-Doğrulama ve yorumlama	Analiz
C_2-Çıkarımlar, varsayımlar ve karşılaştırmalar	Sentez
C_3-Değerlendirme	Değerlendirme

Kaynak: (Aliustaoğlu ve Tuna, 2016, s. 128; Aygün vd., 2016, s. 65; Koçyiğit ve Moralı, 2020, s. 145).

Bloom Taksonomisindeki "bilgi" basamağına MATH Taksonomisindeki "olgusal bilgi" kategorisinin, "kavrama" basamağına yine "kavrama" kategorisinin, "analiz" basamağına "doğrulama ve yorumlama" kategorisinin, "sentez" basamağına "çıkarımlar, varsayımlar ve karşılaştırmalar" kategorisinin ve son olarak "değerlendirme" basamağına yine "değerlendirme" kategorisinin terminoloji olarak karşılık geldiği söylenebilir (Aliustaoğlu ve Tuna, 2016; Aygün vd., 2016; Koçyiğit ve Moralı, 2020; Smith vd., 1996). İki taksonominin tüm basamakları ve kategorileri arasında içeriksel ve yapısal bazı farklar bulunsa da Bloom Taksonomisi ile MATH Taksonomisi arasındaki en belirgin terminoloji farkı Bloom taksonomisinin "uygulama" basamağının MATH

Taksonomisinde daha da spesifikleştirilerek “rutin işlemlerin kullanımı”, “bilgi transferi” ve “yeni durumlarda uygulama” olmak üzere üç kategoriye ayrılmış olmasıdır (Aliustaoğlu ve Tuna, 2016; Aygün vd., 2016; Koçyiğit ve Moralı, 2020).

MATH Taksonomisi ve Revize Edilmiş Bloom Taksonomisi

Anderson, Krathwohl, Airasian, Cruikshank, Mayer, Pintrich, Raths ve Wittrock (2001) Bloom Taksonomisindeki tartışmalı yönleri ortadan kaldırmak için bu taksonomiyi geliştirerek Revize Edilmiş Bloom Taksonomisini ortaya koymuşlardır. Bloom Taksonomisi tek boyutlu iken Revize Edilmiş Bloom Taksonomisi bilgi boyutu ve bilişsel süreç boyutu olmak üzere iki boyutlu hale getirilerek yapısal bir değişime gidilmiştir (Forehand, 2010). Revize Edilmiş Bloom Taksonomisinin bilgi boyutu ve bilişsel süreç boyutu Tablo 6’da görülmektedir.

Revize Edilmiş Bloom Taksonomisinin bilişsel süreç boyutu da “hatırla”, “anla”, “uygula”, “analiz et”, “değerlendir” ve “yarat” olmak üzere orijinali gibi altı basamaktan oluşmaktadır (Anderson vd., 2001, s. 30; Krathwohl, 2002, s. 215). Bloom Taksonomisinde isim halinde verilen basamaklar Revize Edilmiş Bloom Taksonomisinde fiil haline getirilmiş ayrıca “Bilgi” basamağı “Hatırla”, “Kavrama” basamağı “Anla” ve “Sentez” basamağı da “Yarat” olarak yeniden adlandırılarak terminoloji değişikliğine gidilmiştir (Forehand, 2010, s. 42; Krathwohl, 2002, s. 214). Terminolojideki değişimler bunlarla sınırlı kalmamıştır. Terminolojide gidilen başka bir değişim ise “Yarat” basamağı ile “Değerlendir” basamağının sıralamasının değiştirilmesidir (Forehand, 2010, s. 43; Krathwohl, 2002, s. 214). Çünkü bu basamak üretken davranışın en açık görüldüğü basamaktır (Bloom vd., 1956).

Tablo 6. Revize Edilmiş Bloom Taksonomisi Tablosu

		Bilişsel Süreç Boyutu					
		1.Hatırla	2.Anla	3.Uygula	4.Analiz et	5.Değerlendir	6.Yarat
Bilgi Boyutu	A. Olgusal bilgi						
	B. Kavramsal bilgi						
	C. İşlemsel bilgi						
	D. Bilişüstü bilgi						

Kaynak: (Anderson vd., 2001, s. 28; Krathwohl, 2002, s. 216-217).

Bloom Taksonomisi (Bloom vd., 1956), Revize Edilmiş Bloom Taksonomisinin (Anderson vd., 2001; Krathwohl, 2002) bilişsel süreç boyutunda yaşanan terminoloji değişimleri (Forehand, 2010) ve literatürde çeşitli çalışmalarda yer alan Bloom taksonomisi ve MATH Taksonomisi arasındaki benzerlikler ve farklılıklar tabloları (Aliustaoğlu ve Tuna, 2016, s. 128; Aygün vd., 2016, s. 65; Koçyiğit ve Moralı, 2020, s. 145) göz önüne alınarak MATH Taksonomisi ve Revize Edilmiş Bloom Taksonomisinin bilişsel süreç boyutu arasındaki benzerlikler ve farklılıklar terminoloji bağlamında değerlendirilebilir. MATH Taksonomisindeki "olgusal bilgi" kategorisinin Revize Edilmiş Bloom Taksonomisindeki "hatırla" basamağıyla, "kavrama" kategorisinin "anla" basamağıyla, "doğrulama ve yorumlama" kategorisinin "analiz et" basamağıyla ve son olarak "değerlendirme" kategorisinin ise "değerlendir" basamağıyla terminoloji olarak benzeştiği söylenebilir. MATH Taksonomisindeki "rutin işlemlerin kullanımı”, “bilgi transferi” ve “yeni durumlarda uygulama” kategorilerinin yine Revize Edilmiş Bloom Taksonomisindeki “uygula” basamağına denk düştüğü söylenebilir. Bloom Taksonomisindeki “sentez” basamağının “değerlendirme” basamağından daha üst düzey düşünme süreçleri gerektirdiği yönündeki eleştiriler ve tartışmalar neticesinde Revize Edilmiş Bloom Taksonomisindeki “sentez” basamağının ismi daha karmaşık zihinsel süreçleri ifade etmesi açısından “yarat” olarak değiştirilmiş ve bunun neticesinde de “değerlendir” basamağı ile yerleri değiştirilmiştir (Birgin, 2016, s. 855; Krathwohl, 2002, s. 214). Tablo 5’ten farklı olarak MATH Taksonomisinin “çıkarımlar, varsayımlar ve karşılaştırmalar” kategorisinin Revize Edilmiş Bloom Taksonomisindeki “yarat” basamağını tam olarak karşılamasa da terminoloji olarak bu basamağa denk düşebileceği söylenebilir. “Yarat” basamağı “oluşturma”, “planlama” ve “üretme” olmak üzere üç üst düzey bilişsel süreçten oluşmaktadır (Anderson vd., 2001; s. 85-86; Krathwohl, 2002, s. 215). Benzer şekilde MATH Taksonomisinin C_2 kategorisi de çıkarım yapma, varsayımda bulunma ve karşılaştırma yapma gibi üst düzey bilgi ve beceri gerektiren görevleri içermektedir. Ancak Revize Edilmiş Bloom Taksonomisindeki “yarat” basamağının MATH Taksonomisinin “çıkarımlar, varsayımlar ve karşılaştırmalar” kategorisinden matematiksel bilgi ve beceri açısından çok daha fazlasını gerektirdiği aşikârdır. Çünkü Revize Edilmiş Bloom Taksonomisindeki en üst düzey zihinsel işlev olan “yarat” basamağı parçaları sentezleyerek veya yeni bir şekilde birleştirerek yeni bir ürün veya tutarlı bir bütün oluşturmayı gerektirir (Anderson vd., 2001; Birgin, 2016; Krathwohl, 2002).

MATH Taksonomisi ve Dettmer Taksonomisi

Peggy Dettmer eğitim çevrelerince onlarca yıldır kullanılan Bloom Taksonomisinin kapsamının artık çok sınırlı kaldığını iddia ederek yeni bir taksonomi (Dettmer, 2006) geliştirmiştir. Dettmer Taksonomisinde ayırt edilebilir bir kesiti ifade eden fazlar diğer taksonomilerde basamak ya da düzey olarak isimlendirilmektedir (Arı, 2013). Bu düzeyler MATH Taksonomisinde ise kategori olarak ifade edilmektedir. Ayrıca Dettmer Taksonomisindeki aşamalar MATH Taksonomisinde grup olarak ifade edilmektedirler. MATH Taksonomisi üç grup ve sekiz kategoriden (Smith vd., 1996) oluşmaktayken Dettmer Taksonomisi üç aşama ve sekiz fazdan (Dettmer, 2006) oluşmaktadır. Tablo 7'de Dettmer Taksonomisinin aşama ve fazları (Arı, 2013, s. 271; Dettmer, 2006, s. 73) sunulmuştur.

Tablo 7. Dettmer Taksonomisinin (Dettmer, 2006) Aşama ve Fazları Tablosu

Aşamalar	**Fazlar**
Temel öğrenme	F_1-Bilmek F_2-Kavramak
Uygulamalı öğrenme	F_3-Uygulamak F_4-Analiz etmek F_5-Değerlendirmek
İdeasyonal öğrenme	F_6-Sentezlemek F_7-Düşünmek F_8-Yaratmak

Kaynak: (Arı, 2013, s. 271; Dettmer, 2006, s. 73).

Bloom Taksonomisindeki "bilgi", "kavrama", "uygulama", "analiz", "sentez" ve "değerlendirme" basamaklarının tümünün yapı ve içerik farklılıkları olsa da Dettmer Taksonomisinde de terminoloji olarak bulunduğu söylenebilir. Ancak Dettmer Taksonomisinde "düşünmek" ve "yaratmak" fazları da bulunmaktadır. Benzer şekilde Revize Edilmiş Bloom Taksonomisindeki "hatırla", "anla", "uygula", "analiz et", "değerlendir" ve "yarat" basamaklarının da yine tümü bahsedilen farklılıklara rağmen terminoloji olarak Dettmer Taksonomisinde bulunmaktadır. Bu seferde Dettmer Taksonomisinde "sentezlemek" ve "düşünmek" fazlarının farklılığı göze çarpmaktadır. Bu farklılıklardan hareketle MATH Taksonomisinin kategorileri ile Dettmer Taksonomisinin fazları terminoloji olarak karşılaştırıldığında "olgusal bilgi" kategorisi ile "bilmek" fazının, "kavrama" kategorisi ile "kavramak" fazının, "değerlendirme" kategorisi ile "değerlendirmek" fazının terminoloji olarak benzeştiği ilk bakışta söylenebilir.

Tablo 5, Tablo 6 ve Tablo 7'den hareketle "rutin işlemlerin kullanımı", "bilgi transferi" ve "yeni durumlarda uygulama" kategorilerinin "uygulamak" fazıyla benzeştiğini söylemek mümkündür.

Yine Tablo 5 ve Tablo 7'den hareketle "doğrulama ve yorumlama" kategorisi ile "analiz etmek" fazının, "çıkarımlar, varsayımlar ve karşılaştırmalar" kategorisinin ise "sentezlemek" fazıyla benzeştiği yorumu yapılabilir.

Tüm bunlar birlikte düşünüldüğünde Dettmer Taksonomisinin MATH Taksonomisine göre bilgi ve beceriyi terminoloji olarak daha fazla sınıfa ayırdığı söylenebilir.

MATEMATİK DERSİ ÖĞRETİM PROGRAMLARI KAZANIMLARININ MATH TAKSONOMİSİNE GÖRE SINIFLANDIRILMASI

Öğretim programlarının kazanımlarının çeşitli taksonomilere göre incelendiği çalışmalar literatürde mevcuttur. 2018 ilkokul ve ortaokul matematik dersi öğretim programı kazanımlarının (Millî Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018a) SOLO Taksonomisine (Biggs ve Collis, 1982) göre incelendiği çalışmalar (Acar ve Peker, 2023; Doğan, 2020) bunlara örnek olarak verilebilir. İlkokul, ortaokul ve ortaöğretim matematik dersi öğretim programlarının kazanımlarının (MEB, 2018a, 2018b) Revize Edilmiş Bloom Taksonomisine (Anderson vd., 2001) göre incelendiği çalışmalar (Aktan, 2020; Çelik, Kul ve Çalık-Uzun, 2018; Çil, Kuzu ve Şimşek, 2019; Kuzu, Çil ve Şimşek, 2019) da kazanımların başka bir taksonomiye göre sınıflandırıldığı çalışmalardır. Revize Edilmiş Bloom Taksonomisine göre sınıflandırma yapan çalışmaların sonuçlarına göre ilkokul, ortaokul ve ortaöğretim matematik dersi öğretim programlarının kazanımları daha çok alt düzey bilişsel süreç boyutu basamaklarında yoğunlaşmıştır yani diğer bir deyişle üst düzey bilişsel süreç boyutu basamaklarında (analiz et, değerlendir ve yarat) çok sınırlı sayıda kazanıma yer verilmiştir (Aktan, 2020; Çelik vd., 2018; Çil vd., 2019; Kuzu vd., 2019).

İlkokul, ortaokul ve ortaöğretim matematik dersi öğretim programlarının kazanımları SOLO Taksonomisinin düzeyleri veya Revize Edilmiş Bloom Taksonomisinin basamakları gibi MATH Taksonomisinin kategorilerine göre de sınıflandırılabilir. Bu ifadeyi daha anlaşılabilir kılmak adına MATH Taksonomisinin her bir kategorisi için ilkokul, ortaokul ve ortaöğretim matematik dersi öğretim programları kazanımlarından örnekler verilebilir.

İlk örneği MATH Taksonomisinin ilk grubunun ilk kategorisi olan olgusal bilgi kategorisi için vererek başlayalım. 2018 matematik dersi öğretim programı 4. sınıf kazanımlarından biri olan "Üçgen, kare ve dikdörtgenin kenarlarını ve köşelerini isimlendirir" (MEB, 2018a, s. 47) kazanımı MATH Taksonomisi A grubu A_1-Olgusal bilgi kategorisinde sınıflandırılabilir. Çünkü bu kazanım olgusal bilgi kategorisindeki bilgi ve becerileri gerektirir. Yine 2018 matematik dersi öğretim programı 4. sınıf kazanımlarından biri olan "Düzlemi tanır ve örneklendirir" (MEB, 2018a, s. 48) kazanımı ve 2018 ortaöğretim matematik dersi öğretim programı 9. sınıf kazanımlarından biri olan "Her (∀) ve bazı (∃) niceleyicilerini örneklerle açıklar" (MEB, 2018b, s. 18) kazanımı A grubu A_2-Kavrama kategorisi becerilerini gerektirdiği için bu kategoride sınıflandırılabilir. Çünkü her iki kazanım da farklı matematiksel kavramları tanıyabilme ve bu kavramları örneklendirebilme bilgi ve becerilerini gerektirir. 2018 matematik dersi öğretim programı 5. sınıf kazanımlarından biri olan "En çok üç basamaklı iki doğal sayının çarpma işlemini yapar" (MEB, 2018a, s. 51) kazanımı ile yine 2018 ortaöğretim matematik dersi öğretim programı 9. sınıf kazanımlarından biri olan "Köklü ifadeleri içeren denklemleri çözer" (MEB, 2018b, s. 21) kazanımı A grubu A_3-Rutin işlemlerin kullanımı kategorisine dâhil edilebilir. Çünkü bu kazanımlar sınıfta uygulanan prosedürleri düzgün bir şekilde kullanıp doğru sonuca ulaşabilme bilgi ve becerilerini gerektirir.

B grubu B_1-Bilgi transferi kategorisi için ilköğretimden "Sıklık tablosu veya sütun grafiği ile gösterilmiş verileri yorumlamaya yönelik problemleri çözer" (MEB, 2018a, s. 57) kazanımı ve ortaöğretimden de "Fonksiyonun grafik ve tablo temsilini kullanarak problem çözer" (MEB, 2018b, s. 33) kazanımı örnek olarak verilebilir. Bu kazanımlar bilgiyi bir formdan diğerine transfer edip işlem yapabilmeyi gerektirir. 2018 ortaöğretim matematik dersi öğretim programı 12. sınıf kazanımlarından "Üstel ve logaritmik fonksiyonları gerçek hayat durumlarını modellemede kullanır" (MEB, 2018b, s. 37) kazanımının da bu grubun diğer kategorisi olan B_2-Yeni durumlarda uygulama kategorisine denk düştüğü söylenebilir. Çünkü bu kazanım gerçek hayat ortamlarının veya durumlarının modellenmesine yönelik bilgi ve becerileri gerektirir.

C grubu C_1-Doğrulama ve yorumlama kategorisi için ilköğretim düzeyinde "Bir veri grubuna ait ortalama, ortanca ve tepe değeri bulur ve yorumlar" (MEB, 2018a, s. 70) kazanımı ve ortaöğretim düzeyinde "Verileri merkezî eğilim ve yayılım ölçülerini hesaplayarak yorumlar" (MEB, 2018b, s. 25) kazanımı örnek olarak verilebilir. İlköğretim seviyesinde hem tahmin etme hem de karşılaştırma bilgi ve becerilerini gerektiren "En çok iki basamaklı bir doğal sayı ile bir basamaklı bir doğal sayının çarpımını tahmin eder ve tahminini işlem sonucu ile karşılaştırır" (MEB, 2018a, s. 46) kazanımı ile ortaöğretim seviyesinde farklı durumları karşılaştırabilme bilgi ve becerilerini gerektiren

"Seyahatlerde mümkün olan alternatifleri karşılaştırır" (MEB, 2018b, s. 45) kazanımı C_2-Çıkarımlar, varsayımlar ve karşılaştırmalar kategorisinde sınıflandırılabilir. Son olarak C_3-Değerlendirme kategorisine örnek olarak "Uzunlukları verilen üç doğru parçasının hangi durumlarda üçgen oluşturduğunu değerlendirir" (MEB, 2018b, s. 22) ve "İki üçgenin eş olması için gerekli olan asgari koşulları değerlendirir" (MEB, 2018b, s. 22) kazanımları verilebilir.

İlkokul, ortaokul ve ortaöğretim matematik dersi kazanımları MATH Taksonomisine göre incelendiğinde C grubu bilgi ve beceri gerektiren kazanımların sayısının hem A grubu bilgi ve beceri gerektiren kazanımların sayısından hem de B grubu bilgi ve beceri gerektiren kazanımların sayısından çok daha sınırlı kaldığı görülmektedir.

TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER

Yükseköğretimin amaçlarından biri her üç düzeyde de (A, B ve C grubu) beceri geliştirmek olsa da Smith ve diğerlerinin (1996) çalışmalarının sonuçlarına göre yükseköğretimdeki matematiksel öğrenme deneyimlerinin çoğu A grubu görevlerde, daha azı B grubu görevlerde ve en sınırlısı da C grubu görevlerdedir (Smith vd., 1996). Günümüzde bu durumun Türkiye'de hangi yöne evrildiği ile ilgili çalışmalara ihtiyaç olduğu söylenebilir. Ayrıca farklı üniversite ders ve modüllerinde değerlendirilen bilgi ve becerileri daha iyi anlayabilmek için MATH Taksonomisinin kullanımıyla ilgili daha fazla araştırmaya ihtiyaç vardır (Kinnear vd., 2020).

Ülkelerdeki merkezî sınavların matematik sorularının MATH Taksonomisi veya diğer taksonomilerle incelendiği çalışmaların sonuçları o ülkelerin matematik eğitimleri hakkında fikir vermektedir. Bu yüzden ülkelerde düzenli aralıklarla yapılan tüm ulusal ölçekli merkezî sınavların matematik sorularının çeşitli taksonomiler aracılığıyla araştırmacılar tarafından analiz edilip sonuçlarının karşılaştırılarak tartışılması ülkelerin matematik eğitimlerine katkı sağlayabilir. Bu çalışmalar sonucunda bu sınavlardaki soruların hangi basamak veya kategorilerde yoğunlaştığı ile ilgili ortaya konan sonuçlar ülkelerin matematik eğitimi topluluklarında tartışılmalıdır. Basamak veya kategorilere denk gelen veya denk gelmesi beklenen soru sayıları sınav bazlı tartışılmalıdır. Ayrıca ulusal ölçekli sınavların uluslararası ölçekli sınavlarla karşılaştırılması da yapılmalı ve sonuçlar raporlanıp önerilerde bulunulmalıdır. Ülkelerdeki eğitimle ilgili karar alıcılara tavsiyelerde bulunulan bu tür çalışmaların değerli olabileceği düşünülebilir.

Ülkelerdeki merkezî sınavlar gibi öğretim programlarının kazanımları da çeşitli taksonomiler aracılığıyla incelenebilir. Türkiye'deki öğretim programlarının (MEB, 2018a, 2018b) kazanımları gerek SOLO Taksonomisine (Acar ve Peker, 2023; Doğan, 2020) gerek Revize Edilmiş Bloom Taksonomisine (Aktan, 2020; Çelik vd., 2018; Çil vd., 2019; Kuzu vd., 2019) gerek de MATH Taksonomisine göre incelendiğinde üst düzey bilişsel basamaklara ya da kategorilere daha az sayıda kazanım ayrıldığı görülmektedir. Öğretim programlarının kazanımlarının bu tür farklı taksonomiler aracılığıyla sınıflandırıldığı çalışmaların sonuçları program geliştiriciler için de fayda sağlayabilir.

Bloom Taksonomisindeki “sentez” ve “değerlendirme” basamaklarının sıralamasına getirilen eleştirinin; MATH Taksonomisinin “çıkarımlar, varsayımlar ve karşılaştırmalar” ile “değerlendirme” kategorilerinin sıralaması için de getirilmesi düşünülebilir. Bloom Taksonomisinin bu yönde revize edilmesi MATH Taksonomisinin kategorilerinin de geliştirilerek revize edilmesi düşüncesini akla getirebilir. Sadece bu yönüyle kalmayıp Bloom Taksonomisinin terminoloji, yapı ve vurgu yönünden uğradığı değişimler (Forehand, 2010) rehberliğinde daha kapsamlı değişimler yapılmasının düşünülmesi de muhtemeldir. Tam anlamıyla bu bakımdan olmasa bile MATH Taksonomisinin geliştirilerek revize edildiği çalışmaya (Bennie, 2005) da literatürde rastlanmaktadır. Bennie (2005) lisans düzeyinde matematik ders materyallerini sınıflandırmak için MATH taksonomisinin uygulanabilirliğini saptamaya çalışmış ve sonuçlar doğrultusunda da bu taksonomiyi geliştirerek revize etmiştir.

Bloom Taksonomisi (Bloom vd., 1956), SOLO Taksonomisi (Biggs ve Collis, 1982), MATH Taksonomisi (Smith vd., 1996), Haladyna Taksonomisi (Haladyna, 1997), Revize Edilmiş Bloom Taksonomisi (Anderson vd., 2001), Fink Taksonomi (Fink, 2003) ve Dettmer Taksonomisi (Dettmer, 2006) gibi taksonomilerinin farklı alanlarda uygulanabilirliklerinin araştırılması bu taksonomileri kullanmak isteyen araştırmacı ve eğitimcilere yol gösterebilir. Örneğin

Bloom ve SOLO Taksonomilerini matematiğe uygulamada birtakım zorluklar ve sınırlılıklar mevcuttur (Kinnear vd., 2020). Ayrıca her bilim alanın kendi içinde farklı bilgi ve beceriler ile farklı zihinsel süreçler gerektirdiği de açıktır. Buradan hareketle her alana özgü taksonomi geliştirme çalışmalarına daha fazla ağırlık verilmesi önerilebilir.

Matematik eğitiminde öğrencilerin sınav sonuçlarının önemi ve öğrencilerin çok çeşitli matematik bilgi ve becerilerini test eden iyi sınavlar tasarlamanın gereğine istinaden (D'Souza ve Wood, 2003) sınav hazırlama sürecinde bu sınavların kalitesini göz önüne bulunduran bazı taksonomilerin kullanılması elzemdir. Bu tür taksonomiler sınavlarda değerlendirilen bilgi ve becerilerin dengelenmesine yönelik kullanışlı ve yaralı bilgiler sağlayabilir (Kinnear vd., 2020). Benzer çalışmaların öğretim programı geliştirme süreçlerinde de yapılması önerilebilir. Ayrıca matematiğin kompleks yapısı düşünüldüğünde öğrencilerden beklenen matematiksel bilgi ve becerilerin de değişime uğradığı küresel dünya koşullarında matematiğe özgü yeni taksonomilere ihtiyaç duyulacağı öngörülebilir ve bu doğrultuda araştırmalar yapılması önerilebilir. Faklı taksonomilerde aynı isimle adlandırılan basamak, kategori veya fazların; içerdiği şeyler bakımından bazı farklılıklar gösterdiği düşünüldüğünde yeni taksonomiler hazırlanırken bu taksonomilerin basamaklarına, kategorilerine veya fazlarına ait tanımlayıcıların çok açık bir şekilde ortaya konması önerilebilir.

KAYNAKÇA

Acar, S., & Peker, B. (2023). 2018 ortaokul matematik dersi öğretim programı kazanımlarının SOLO Taksonomisine göre incelenmesi. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *24*(2), 1155-1171. https://doi.org/10.17679/inuefd.1220514

Akhtar, M., & Saeed, D. (2020). Measurement of essential skills in mathematics: a comparative analysis of SSC (Grade-X) and GCE (O-Level) exam papers. *Journal of Education and Educational Development*, *7*(1), 103-118. http://dx.doi.org/10.22555/joeed.v7i1.2661

Aktan, O. (2020). İlkokul matematik öğretim programı dersi kazanımlarının Yenilenen Bloom Taksonomisine göre incelenmesi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *48*, 15-36. https://doi.org/10.9779/pauefd.523545

Aliustaoğlu, F., Dağdelen, İ., & Tuluk, G. (2023). Analysis of the mathematics questions in 2021 High School Entrance Exam according to learning areas and the MATH Taxonomy. *Kastamonu Education Journal*, *31*(1), 22-37. https://doi.org/10.24106/kefdergi.1243321

Aliustaoğlu, F., & Tuna, A. (2016). Akademik Personel ve Lisansüstü Eğitimi Giriş Sınavı (ALES) matematik sorularının MATH Taksonomisine göre analizi (2013 ilkbahar dönemi örneği). *Trakya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *6*(2), 126-137. https://dergipark.org.tr/en/pub/trkefd/issue/24152/256284 adresinden 14.08.2023 tarihinde erişildi.

Anderson, L. W. (Ed.), Krathwohl, D. R. (Ed.), Airasian, P. W., Cruikshank, K. A., Mayer, R. E., Pintrich, P. R., Raths, J., & Wittrock, M. C. (2001). *A taxonomy for learning, teaching, and assessing: A revision of Bloom's Taxonomy of educational objectives* (Complete edition). New York: Longman.

Arı, A. (2013). Bilişsel alan sınıflamasında Yenilenmiş Bloom, SOLO, Fink, Dettmer Taksonomileri ve uluslararası alanda tanınma durumları. *Uşak Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, *6*(2), 259-290. https://doi.org/10.12780/UUSBD164

Aygün, B., Baran-Bulut, D., & İpek, A. S. (2016). İlköğretim matematik dersi sınav sorularının MATH Taksonomisine göre analizi. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi*, *7*(1), 62-88. https://doi.org/10.16949/turcomat.97548

Bailey, T., Kinnear, G., Sangwin, C., & O'Hagan, S. (2020, May 14). Modifying closed-book exams for use as open-book exams. *OSF Preprint* [Online]. https://doi.org/10.31219/osf.io/pvzb7

Bennie, K. (2005). The MATH Taxonomy as a tool for analysing course material in mathematics: a study of its usefulness and its potential as a tool for curriculum development. *African Journal of Research in Mathematics, Science and Technology Education*, *9*(2), 81-95. https://doi.org/10.1080/10288457.2005.10740580

Biggs, J. B., & Collis, K. (1982). *Evaluating the quality of learning: The SOLO Taxonomy*. New York: Academic Pres.

Birgin, O. (2016). Bloom Taksonomisi. E. Bingölbali, S. Arslan, & İ. Ö. Zembat (Ed.), *Matematik eğitiminde teoriler* (ss. 839-860) içinde. Ankara: Pegem Akademi.

Bloom, B. S. (Ed.), Englehart, M. D., Furst, E. J., Hill, W. H., & Krathwohl, D. R. (1956). *Taxonomy of educational objectives: The classification of educational goals*. *Handbook I: Cognitive domain*. New York: David McKay.

Çelik, S., Kul, Ü., & Çalık-Uzun, S. (2018). Ortaokul matematik dersi öğretim programındaki kazanımların Yenilenmiş Bloom Taksonomisine göre incelenmesi. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *18*(2), 775-795. https://doi.org/10.17240/aibuefd.2018.18.37322-431437

Çil, O., Kuzu, O., & Şimşek, A. S. (2019). 2018 ortaöğretim matematik programının Revize Bloom Taksonomisine ve programın ögelerine göre incelenmesi. *Yüzüncü Yıl Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *16*(1), 1402-1418. http://dx.doi.org/10.23891/efdyyu.2019.165

Darlington, E. (2014). Contrasts in mathematical challenges in A-level mathematics and further mathematics, and undergraduate mathematics examinations. *Teaching Mathematics and Its Applications: An International Journal of the IMA*, *33*(4), 213-229. https://doi.org/10.1093/teamat/hru021

Darlington, E. (2015a). Post-16 Mathematics qualifications: Differences between GCE A level, International A level, Cambridge Pre-U and Scottish examination questions. *Research Matters: A Cambridge Assessment Publication*, *20*, 6-12. https://doi.org/10.17863/CAM.100325

Darlington, E. (2015b). What benefits could extension papers and admissions tests have for university mathematics applicants? *Teaching Mathematics and its Applications: An International Journal of the IMA*, *34*(4), 179-193. https://doi.org/10.1093/teamat/hrv003

Dettmer, P. (2006). New blooms in established fields: four domains of learning and doing. *Roeper Review*, *28*(2), 70-78. https://doi.org/10.1080/02783190609554341

Doğan, A. (2020). İlkokul matematik öğretim programındaki kazanımların SOLO sınıflandırmasına göre incelenmesi. *İnsan ve Toplum Bilimleri Araştırma Dergisi*, *9*(3), 2305-2325. https://doi.org/10.15869/itobiad.768583

D'Souza, S. M., & Wood, L. N. (2003, July 6-10). Designing assessment using the MATH Taxonomy. In L. Bragg, C. Campbell, G. Herbert, & J. Mousely (Eds.), *Mathematics Education Research: Innovation, Networking, Opportunity: Proceedings of the 26th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia* (pp. 294-301). Deakin

University: Geelong, Australia. https://opus.lib.uts.edu.au/bitstream/10453/6622/1/2003001060.pdf adresinden 16.08.2023 tarihinde erişildi.

Esen, C., & Tuna, A. (2021). ALES matematik sorularının MATH Taksonomisine göre incelenmesi: 2006–2013. *Online Journal of Mathematics, Science and Technology Education (OJOMSTE)*, *2*(1), 43-54. https://ojomste.com/index.php/1/article/view/13/28 adresinden 14.08.2023 tarihinde erişildi.

Fink, L. D. (2003). *A self-directed guide to designing courses for significant learning*. San Francisco: Jossey-Bass.

Forehand, M. (2010). Bloom's Taxonomy. In M. Orey (Ed.), *Emerging perspectives on learning, teaching, and technology* (pp. 41-47). Bloomington, IN: Association for Educational Communications and Technology. https://textbookequity.org/Textbooks/Orey_Emergin_Perspectives_Learning.pdf adresinden 15.08.2023 tarihinde erişildi.

Gürbüz, Y., & Biber, A. Ç. (2021). Üniversite giriş sınavlarında sorulan limit, türev ve integral sorularının MATH Taksonomisine göre sınıflandırılması. *E-Uluslararası Eğitim Araştırmaları Dergisi*, *12*(5), 1-16. https://doi.org/10.19160/e-ijer.979414

Haladyna, T. M. (1997). *Writing test items to evaluate higher order thinking*. Allyn & Bacon: Needham Heights, MA.

Harrow, A. J. (1972). *A taxonomy of the psychomotor domain: A guide for developing behavioral objectives*. New York: David McKay Company.

Katalenić, A., & Kolar-Begović, Z. (2022). Prospective primary school teachers' work in continuous online assessments in the course of didactics of mathematics. *Mathematics Teaching-Research Journal*, *14*(4), 80-105. https://commons.hostos.cuny.edu/mtrj/archives/volume-14-n-4/ adresinden 18.08.2023 tarihinde erişildi.

Kinnear, G., Bennet, M., Binnie, R., Bolt, R., & Zheng, Y. (2020). Reliable application of the MATH Taxonomy sheds light on assessment practices. *Teaching Mathematics and its Applications: An International Journal of the IMA*, *39*(4), 281-295. https://doi.org/10.1093/teamat/hrz017

Koçyiğit, Ş., & Moralı, H. S. (2020). Matematik öğretmen adaylarının soyut matematik dersindeki bilgilerinin MATH Taksonomi çerçevesinde analizi. *PESA Uluslararası Sosyal Araştırmalar Dergisi*, *6*(2), 141-161. https://doi.org/10.25272/j.2149-8385.2020.6.2.05

Krathwohl, D. R. (2002). A revision of Bloom's Taxonomy: an overview. *Theory into Practice*, *41*(4), 212-218. https://www.depauw.edu/files/resources/krathwohl.pdf adresinden 14.08.2023 tarihinde erişildi.

Krathwohl, D. R., Bloom, B. S., & Masia, B. B. (1964). *Taxonomy of educational objectives: The classification of educational goals. Handbook II: Affective domain*. New York: David McKay Co., Inc.

Kuzu, O., Çil, O., & Şimşek, A. S. (2019). 2018 matematik dersi öğretim programı kazanımlarının Revize Edilmiş Bloom Taksonomisine göre incelenmesi. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *21*(3), 129-147. https://dx.doi.org/10.17556/erziefd.482751

Millî Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2018a). *Matematik dersi öğretim programı (İlkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar*. Ankara: MEB Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı Yayınları. http://mufredat.meb.gov.tr/ProgramDetay.aspx?PID=329 adresinden 27.01.2019 tarihinde erişildi.

Millî Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2018b). *Ortaöğretim matematik dersi (9, 10, 11 ve 12. sınıflar) öğretim programı.* Ankara: MEB Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı Yayınları. http://mufredat.meb.gov.tr/ProgramDetay.aspx?PID=343 adresinden 27.01.2019 tarihinde erişildi.

Moralı, H. S., Karaduman, H., & Uğurel, I. (2014, 16-18 Mayıs). Matematik öğretmenliği alan bilgisi sınavlarındaki soruların MATH Taksonomi çerçevesinde analizi. İ. Şahin, S. A. Kıray & S. Alan (Ed.), *Proceedings of International Conference on Education in Mathematics, Science & Technology* (pp. 633-637) içinde. Konya, Türkiye. https://www.2014.icemst.com/ICEMST_Proceeding.pdf adresinden 16.08.2023 tarihinde erişildi.

Oxford Learner's Dictionaries. (2023). *Taxonomy*. https://www.oxfordlearnersdictionaries.com/definition/english/taxonomy adresinden 14.08.2023 tarihinde erişildi.

Pişkin-Tunç, M., & Baydar, O. (2022). TEOG, LGS ve TIMSS matematik sorularının MATH Taksonomisine göre incelenmesi. *Bayburt Eğitim Fakültesi Dergisi*, *17*(33), 20-53. https://doi.org/10.35675/befdergi.745365

Robertson, J. W., & Lee, S. (2007). "Quality and quantity": the value of online seminars for media and cultural studies undergraduates. *Learning, Media and Technology*, *32*(4), 351-368. https://doi.org/10.1080/17439880701690042

Simpson, E. J. (1966). The classification of educational objectives: Psychomotor domain. *Illinois Journal of Home Economics*, *10*(4), 110-144. https://eric.ed.gov/?id=ED010368 adresinden 14.08.2023 tarihinde erişildi.

Smith, G. H., & Wood, L. N. (2000). Assessment of learning in university mathematics. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *31*(1), 125-132. https://doi.org/10.1080/002073900287444

Smith, G. H., Wood, L. N., Coupland, M., Stephenson, B., Crawford, K., & Ball, G. (1996). Constructing mathematical examinations to assess a range of knowledge and skills. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *27*(1), 65-77. https://doi.org/10.1080/0020739960270109

Tang, S., Morgan, C., & Sfard, A. (2012, July 8-15). *Investigating the evolution of school mathematics through the lens of examinations: developing an analytical framework*. Paper presented at the 12th International Congress on Mathematical Education (ICME-12), Topic Study Group 28 on Language and Mathematics. COEX, Seoul, South Korea.

Thoma, A., & Iannone, P. (2015, February 4-8). Analysing university closed book examinations using two frameworks. In K. Krainer & N. Vondrová, N. (Eds.), *Proceedings of the Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 9)*. Prague, Czech Republic: Charles University in Prague, Faculty of Education and ERME (pp. 2256-2262). http://erme.site/wp-content/uploads/2021/06/CERME9_Proceedings_2015.pdf adresinden 15.08.2023 tarihinde erişildi.

Tutak, T., & Farımaz, H. (2022). 2018-2019 yıllarında yapılan Liseye Geçiş Sınavlarındaki matematik soruları ile ders kitaplarındaki matematik sorularının Math Taksonomisine göre karşılaştırmalı analizi. *Journal of Anatolian Education Research*, *6*, 15-35. https://research.ebsco.com/linkprocessor/plink?id=2501ba1c-7ed0-3653-91f1-2b23c4c4f69c adresinden 14.08.2023 tarihinde erişildi.

Türk Dil Kurumu Sözlükleri. (2023). *Taksonomi*. https://sozluk.gov.tr/ adresinden 14.08.2023 tarihinde erişildi.

Uğurel, I., Moralı, H. S., & Kesgin, Ş. (2012). OKS, SBS ve TIMSS matematik sorularının 'MATH Taksonomi' çerçevesinde karşılaştırmalı analizi. *Gaziantep Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, *11*(2), 423-444. https://dergipark.org.tr/tr/pub/jss/issue/24239/256962 adresinden 17.08.2023 tarihinde erişildi.

Wood, L. N., & Smith, G. H. (2002, July 1-6). Perceptions of difficulty. In M. Boezi (Ed.), *2nd International Conference on the Teaching of Mathematics (At the Undergraduate Level)*. Hersonissos, Crete, Greece. http://users.math.uoc.gr/~ictm2/Proceedings/pap348.pdf adresinden 16.08.2023 tarihinde erişildi.

Wood, L. N., Smith, G. H., Petocz, P., & Reid, A. (2002, July 1-6). Correlation between student performance in linear algebra and categories of a taxonomy. In M. Boezi (Ed.), *2nd International Conference on the Teaching of Mathematics (At the Undergraduate Level)*. Hersonissos, Crete, Greece. https://eric.ed.gov/?id=ED477837 adresinden 16.08.2023 tarihinde erişildi.

Zazkis, R., & Leikin, R. (2008). Exemplifying definitions: a case of a square. *Educational Studies in Mathematics*, *69*(2), 131-148. https://doi.org/10.1007/s10649-008-9131-7

BÖLÜM 2

SEKİZİNCİ SINIF ÖĞRENCİLERİNİN VERİLERE UYGUN GRAFİK TÜRÜ SEÇME VE OLUŞTURMA BECERİLERİNİN İNCELENMESİ[1]

Murat ATAK[2]

Dr. Öğr. Üyesi İlyas KARADENİZ[3]

DOI: https://dx.doi.org/10.5281/zenodo.10084707

---

[1] Bu çalışma ikinci yazarın danışmanlığında 04.11.2022 tarihinde tamamladığımız "Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Grafik Becerileri ve Grafiğe Uygun Problem Kurma Becerilerinin İncelenmesi" başlıklı yüksek lisans tezi esas alınarak hazırlanmıştır.

[2] Matematik Eğitimi Tezli Yüksek Lisans Mezunu, https://orcid.org/0000-0002-7097-8173

[3] Dr. Öğr. Üyesi, Siirt Üniversitesi Eğitim Fakültesi Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü Matematik Eğitimi Anabilim Dalı, Siirt, Türkiye. i.karadeniz@siirt.edu.tr

1. GİRİŞ

Verileri analiz etme, grafiklere dökme ve yorumlama becerileri günümüzde birçok meslek grubunda olması gereken temel beceriler arasında yer almaktadır. Bu beceriler, kişilerin günlük yaşantılarında doğru bilgilere ulaşmaları açısından önemlidir; çünkü gerek sağlığımız gerek ekonomik durumumuz gerekse iletişim imkânlarımız gibi birçok alanda teknolojik aletleri kullanırız ve bu teknolojik aletlerde grafik okuma ve yorumla gibi durumlarla sık sık karşılaşırız. Grafik yorumlama veya analizi yapma her ne kadar ekonomiyle uğraşan kişilerin uğraşı gibi görülse de esasında hayatın her alanında insanların karşısına çıkan bir olgudur. Çünkü verilerin grafiklere dökümü insan hayatını kolaylaştıran bir unsurdur. Grafikler insanların hayatında karmaşıklığı ve dağınıklığı ortadan kaldırma ve hayatı düzene sokma anlamında yadsınamayacak bir önem arz etmektedir. Düzen ve istikrar başarı için vazgeçilmez detaylardır. Grafikler bu başarının gelmesi için insanoğlunun elindeki en büyük güçlerden biridir. Sıradan bir insan bile kendi kişisel gelişimini takip etmek için grafiklerden faydalanırsa diğer insanlardan daha çabuk ve daha kolay başarıya ulaşabilir; çünkü grafikler sayesinde yaptıklarının sonuçlarıyla ilgili her türlü veriye rahatlıkla ulaşabilir ve eksiklerini bu verilere göre giderebilme imkânına sahip olabilir. Bu da onu başarıya diğer insanlardan daha çabuk ve kısa yoldan ulaşmasını sağlar. Bundan dolayı kişilerin grafik oluşturma ve yorumlama becerilerine sahip olmaları büyük önem arz etmektedir.

Matematik dersinin öğretiminde eğitim kuram ve stratejilerinin kullanılması ve bu derslerde problem çözme ve kurma çalışmalarının öğrencilere sınıf içi veya sınıf dışı etkinlik olarak yapılması önemle tavsiye edilmektedir (NCTM, 2000). Bazı çalışmalara göre matematik dersinin öğretiminde problem çözme ve kurmanın önemi vurgulanmakta ve bu tür öğretim programlarında yapılan yenilenmelerde bunların üzerinde önemle durulmaktadır (Altun, 2007; Romberg ve Shafer, 2003). Son zamanlarda matematik öğretim programına yeni öğrenme alanları eklenmiştir. İstatistik ve veri analizi eklenen bu öğrenme alanlarından biridir. Yenilenen matematik programında veri analizi ve istatistik ile ilgili bazı konular eklenmiştir. Bu alanda ilkokul düzeyindeki öğrencilerden istenen daha çok sıklık tablosu okuması ve yorumlaması, nesne ve sütun grafiklerini okuyup yorumlaması iken, ortaokul seviyesinde ise grafik türleri genişletilmiştir. Sütun grafiğinin yanı sıra daire ve çizgi grafikleri de eklenerek öğrencilerin grafik okuma ve yorumlama becerilerinin geliştirilmesi hedeflenmiştir (Kaynar, 2012; TTKB, 2013). Bu çalışmalarda belirtildiği gibi matematik öğretim programlarında grafiklerin eklenmesindeki nedenlerden biri grafik okuma ve yorumlama becerisinin matematik, fen bilimleri ve sosyal bilgiler gibi farklı disiplinlerde önemli bir yere sahip olmasıdır. Fen Bilimleri dersi öğretiminde birçok olumlu etkisi olan grafikler iki veya daha fazla veri arasında karşılaştırma konusunda oldukça yardımcı olurken, kavramsal çatı oluşturulması ve konu özetleri oluşturma için gözle görülür kolaylıklar sağlar. Bunun yanı sıra geniş miktardaki verilerin en iyi şekilde gösterilmesi grafikler yardımıyla olmaktadır (Taşdemir, Demirbaş ve Bozdoğan., 2005). Yine aynı şekilde sosyal bilimler derslerinde elde edilen verilerin farklı istatistik metotlarla analiz edilebilmesi ve analiz edilen bu verilerin farklı şekillerde gösterilmesi imkân dâhilindedir (Bağırkan, 1980). Ayrıca grafikler eldeki verilere anlam vermede, formülleri anlamada ve veriler arasındaki ilişkileri kullanmada görsel açıdan oldukça yardımcı olmaktadır (Temiz ve Tan, 2009).

Verilere uygun gösterimlerin belirlenmesi ve bu gösterimler arasında dönüşümler yapılması ile ilgili birtakım sıkıntılar vardır. Örneğin her veri grubunu her gösterimle gösteremeyiz. Örneğin, bitkinin yıllara göre uzamasını daire grafiğiyle gösteremeyiz çünkü daire grafiği oransal değerler söz konusu olduğu durumlarda kullanılabilir. Verdiğim bu örneğe uygun grafik türü çizgi grafiğidir. Çünkü çizgi grafiği aralıksız olarak devam eden verilerin gösterildiği durumlarda kullanılır. Aynı durum başka bir örnekte çizgi grafiği için de söylenebilir. Örneğin, herhangi bir yerde yapılan bir başkanlık seçiminin verilerinin gösterilmesi çizgi grafiği kullanılarak yapılamaz. Bunun için en uygun grafik türü daire grafiğidir.

Literatür taramasında, grafiklerin anlamlandırılması genel olarak verilmiş bir grafiğin yorumlanması olarak konu edilmiş ve grafik yorumlama, grafik oluşturmadan daha fazla çalışmaya konu edilmiştir (Friel, Curcio, ve Bright, 2001; Leinhardt, Zaslavsky ve Stein, 1990). Grafik oluşturma, eksenlerin belirlenmesi ve adlandırılması, aralık genişliğine belirlenmesi, birimin seçilmesi ve çizim aşamalarından meydana gelir (Leinhardt, Zaslavsky ve Stein, 1990). Grafik yorumlamada önceden hazırlanmış bir temsil türü anlamlandırılırken, grafik oluşturma ise yeni bir temsilin meydana getirilme mevzusudur.

Derslerde grafiklerin etkin kullanılabilmesi için, grafiğin anlatılmak istenen bilgiye müsait olmalı ve düzgün bir şekilde çizilmesine bağlıdır. Verilen bir veriden grafik oluşturmadan önce hangi grafik çeşidinin uygun olacağına karar verilmelidir. Literatür incelendiğinde verilere uygun grafik türü seçme oluşturma konusuna az değinilmiştir. Bu çalışmanın amacı öğrencilerin verilen verilere uygun grafik oluşturulma becerileri incelemek ve literatüre katkı yapılacağı düşünülmektedir.

2. YÖNTEM

Bu bölümde çalışmaya katılan öğrenciler, verilen toplanıp ve analiz edilmesi hakkında bilgiler verilmiştir. Çalışmada nitel araştırma yöntemlerinden faydalanılmıştır.

2.1. Çalışma Katılan Öğrenciler

Çalışmaya katılan öğrenciler Siirt'in Kurtalan ilçesine bağlı okullarda öğrenim gören altı sekizinci sınıf öğrencisinden oluşmaktadır. Çalışma 2021-2022 eğitim öğretim yılında gerçekleştirilmiştir.

2.2. Verilerin Toplanması

Çalışmada öğrencilerle klinik görüşmeler gerçekleştirilip ve veri toplama aracı olarak uzman görüşleri doğrultusunda hazırlanan Grafik Görüşme Formu kullanılmıştır. Görüşmelerin etkili ve doğru sonuçlar verebilmesi için pilot uygulama yapılmıştır. Pilot uygulamadan sonra Grafik Görüşme Formunun eksiklikleri giderildikten sonra asıl uygulamaya geçilmiştir.

2.3. Verilerin Analizi

Bu çalışmanın veri analizi aşamasında araştırmaya katılan öğrencilerle yapılan klinik görüşmeler sonucunda elde edilen sesli video kayıtları titiz bir şekilde tekrar tekrar izlenip dinlendikten sonra konuşulanlara müdahale edilmeden olabildiğince olduğu gibi yazıya geçirilerek veri analizine uygun hale getirilmiştir. Bu çalışmada sekizinci sınıf öğrencilerinin verilere uygun grafik türü seçme ve grafik oluşturma becerilerinin incelenmesi amaçlandığı için verilerin analizinde betimsel analiz yöntemi kullanılmıştır.

3. BULGULAR

Sekizinci sınıf öğrencilerine yönetilen *"Ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin verileri uygun grafiklerle gösterme becerileri nasıldır? Grafik oluştururken yaşadığı güçlükler nelerdir?"* araştırma sorusuna yönelik öğrencilere yöneltilen sorular doğrultusunda cevapları analiz edilmiş olup Tablo 3.1'de uygun grafik türünü belirmek için öğrencilerin verdikleri cevaplar oluşturulan kodlara yerleştirilmiştir.

TABLO 3.1: Öğrencilerin uygun grafik türünü seçme ile ilgili nedenlerinin dağılımı

Tema	Alt Tema	Kod	Öğrenci
Uygun grafik	Sütun Grafiği	Karşılaştırma	Ö1, Ö3, Ö5, Ö6
		Kıyaslama	Ö2
	Çizgi Grafiği	Artış Azalış	Ö1, Ö3
		Zamana göre değişiklik gösterme	Ö2, Ö5, Ö6
	Daire Grafiği	Yüzdeler	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö6
		Kıyaslama	Ö2
		Oransal karşılaştırma	Ö5

Tablo 3.2 ‘de öğrencilerin grafikleri oluştururken dikkat ettikleri kısımlar verilmiş ve buna göre kodlamalar yapılmıştır.

TABLO 3.2.: Grafik oluşturma aşamaları

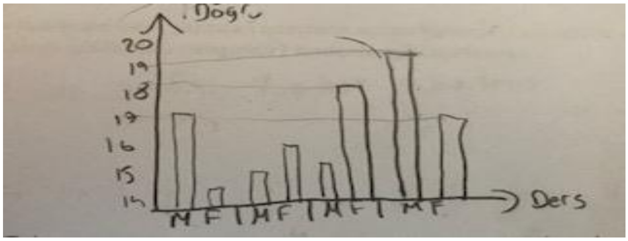
Tema	Alt Tema	Kod	Öğrenci
Grafik Oluşturma Aşaması	Sütun grafiği Çizgi grafiği	Eksen belirleme	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6
		Eksen adlandırma	Ö1, Ö2, Ö5, Ö6
		Eksenleri ölçekleme	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6
		Veri girişi	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6
		Nokta belirleme	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6
	Daire grafiği	Merkez açıyı belirleme	Ö1, Ö2, Ö3, Ö5, Ö6
		Açıyı doğru gösterme	Ö1, Ö5

Tablo 3.1.'de görüldüğü gibi öğrencilerin uygun grafik türü seçme durumuma yönelik yöneltilen sorularda öğrencilerin beşi sütun ve çizgi grafiğini nedenleriyle belirtilebilirken daire grafiğini seçme durumunda ise altı öğrencide nedenleriyle belirtebilmiştir.

Tablo 3.2.'de görüldüğü gibi sütun ve çizgi grafiklerini oluşturmada "eksene adlandırma" kodunu öğrencilerin dördü yaparken ikisi yapmıyor "eksen ölçeklendirme", "veri girişi" ve "nokta belirleme" kodları kısmında araştırmaya katılan altı öğrencide yapıyor. Daire grafiğini oluşturma kısmında sadece bir öğrenci merkez açıyı belirleyemiyor. Ama daire grafiğini oluştururken "açıyı doğrunu gösterme" koduna çizim aşamasında Ö1 ve Ö5 kod adlı öğrenciler dikkat edip doğru bir şekilde çizmeye çalışmışlardır.

Grafik görüşme formunun birinci bölümünde öğrencilerden istenen uygun grafik türü belirleme ve grafik oluşturma sorularına yönelik öğrencilerin verdikleri cevaplar incelenmiştir. Birinci sorunun birinci alt sorusunda öğrencilerden uygun türü seçmeleri istenmiş, ikinci alt soruda ise grafik oluşturmaları istenmiştir. Öğrencilerin yanıtları sırasıyla şu şekildedir;

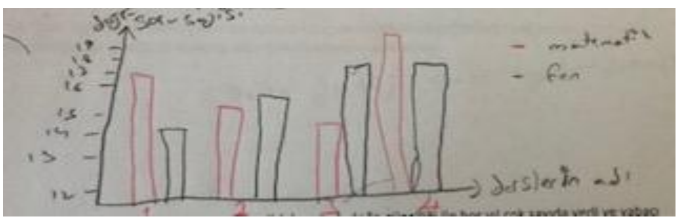
Ö1: *"Şimdi buradaki verilere bakılarak matematik ve fenin denemelere göre karşılaştırılması yapılmıştır. Karşılaştırma yapılırken sütun grafiği kullanılıyor. Onun için ben buraya en uygun sütun grafiğini görüyorum."*



ŞEKİL 3.1.: Ö1 kod adlı öğrencinin grafik çizimi

"Sütun grafiğini oluştururken ilk önce eksenlere adlarını veriyorum daha sonra verileri eksenlere yerleştirirken küçükten büyüğe doğru yazıyorum. Sütun grafiğini oluştururken zorlandığım herhangi bir yer yok. Bana kolay geliyor."

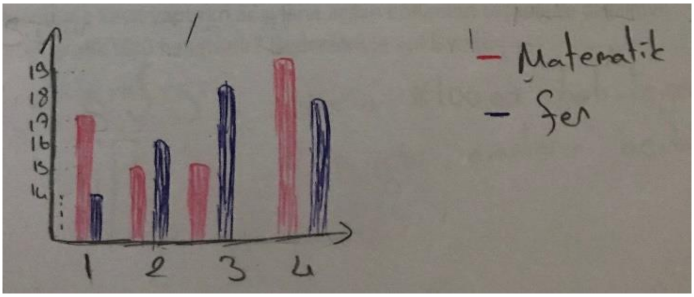
Ö2: "Sütun grafiğidir. Çünkü fen ve matematik doğru sayılarını kıyaslamamı istiyor."



ŞEKİL 3.2.: Ö2 kod adlı öğrencinin grafik çizimi

Ö2: "*Sütun grafiğini oluştururken zorlanmıyorum. Verileri direk eksenlere yerleştiriyorum tabi ilk önce eksenlerin adlarını yazmam gerekiyor. Yani sütun grafiğini oluştururken zorlanmıyorum."*

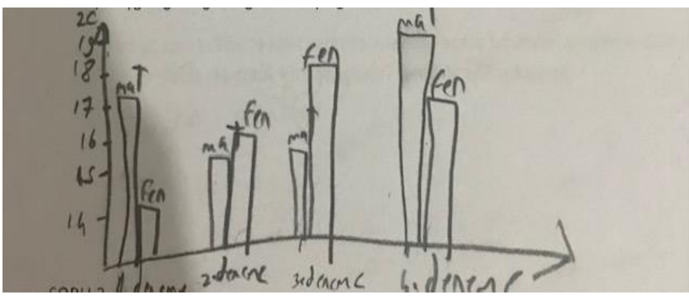
Ö3: *"Burada matematik ve fenni karşılaştırdığı için sütun grafiğini kullanırız."*



ŞEKİL 3.3.: Ö3 kod adlı öğrencinin grafik çizimi

Ö3:*"Verileri eksenlere yerleştirirken küçükten büyüğe doğru yazmaya dikkat ediyorum. Sütun grafiğinde zorlandığım bir durum yok."*

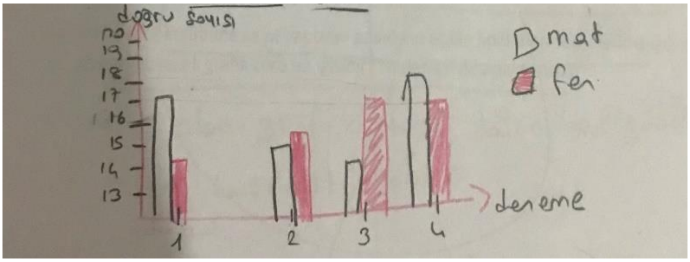
Ö4: *"Sütun grafiği çünkü verileri daha iyi açıklayabilmek içindir."*



ŞEKİL 3.4.: Ö4 kod adlı öğrencinin grafik çizimi

Ö4: *"Verileri eksenlere yazarken belirli aralık ve ritmik bir şekilde yazmalıyız."*

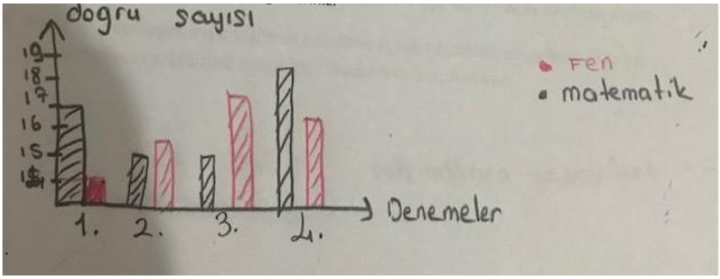
Ö5: *"En uygun grafik türü sütun grafiğidir. Nedeni ise matematik ve fen verilerinin karşılaştırılması verilmiştir."*



ŞEKİL 3.5.: Ö5 kod adlı öğrencinin grafik çizimi

Ö5: *"Sütun grafiğini oluşturmak kolaydır. Çünkü değerleri olduğu grafiğin eksenlerine yerleştiriyoruz. Sadece dikkat etmem gereken bazı noktalar var. Eksen seçimlerine dikkat etmeliyim ve eksenleri doğru bir şekilde isimlendirmeliyim. Sayıları eksenlere yerleştirirken küçükten büyüne doğru ve ritmik bir şekilde yazmalıyım."*

Ö6: *"En uygun grafik türü sütun grafiğidir. Çünkü birbirine göre karşılaştırma var."*

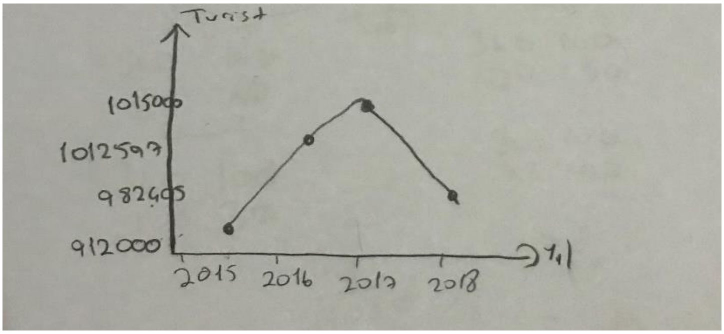


ŞEKİL 3.6.: Ö6 kod adlı öğrencinin grafik çizimi

Öğrencilerin verdikleri cevaplara bakıldığında bir veri grubundan sütun grafiğini oluşturma becerilerini gösterebilmektedirler. Ö3 ve Ö4 öğrencilerinin eksen isimlendirmeleri dışında bir güçlük yaşamadıkları gözlemlenmiştir.

İkinci sorunun birinci ve ikinci alt sorusuna verilen cevaplar şu şekilde;

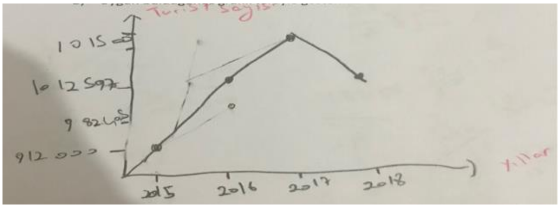
Ö1: *"Burada yıllara göre turist sayısının artış ve azalışlarını vermiş. Artış ve azalışa en uygun çizgi grafiği kullanılır. Onun için burada çizgi grafiğini kullanacağım."*



ŞEKİL 3.7.: Ö1 kod adlı öğrencinin grafik çizimi

"Çizgi grafiğini oluştururken sütun grafiğinde olduğu gibi önce eksenleri adlandırıyorum. Daha sonra verileri eksenlere küçükten büyüğe doğru yazıyorum. Verileri yazarken eşit aralıklarla yazmaya dikkat ediyorum. Sütun grafiğinde olduğu gibi değerleri direk yazdığım için kolay bir işlem oluyor benim için."

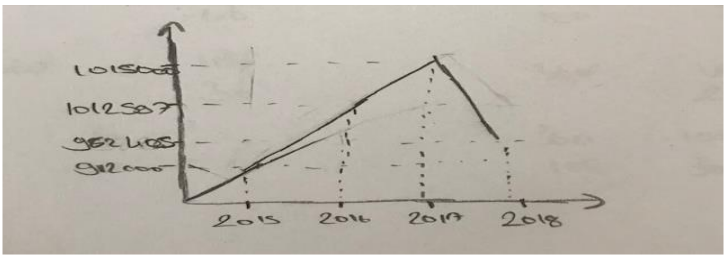
Ö2: *"Çizgi grafiğidir. Çünkü zamana göre artış ve azalış var."*



ŞEKİL 3.8.: Ö2 kod adlı öğrencinin grafik çizimi

Ö2: *"Yine ilk önce eksenleri isimlendiriyorum. Sonra sayıları eksenlere yerleştiriyorum. Sayıları yerleştirirken küçükten büyüğe doğru eşit aralıklarla yazıyorum. Koordinat sisteminde noktaları belirledikten sonra bu noktaları birleştiriyorum. Çizgi grafiğini oluştururken pek zorlanmıyorum."*

Ö3: *"Çizgi grafiği, çünkü artış azalış var."*



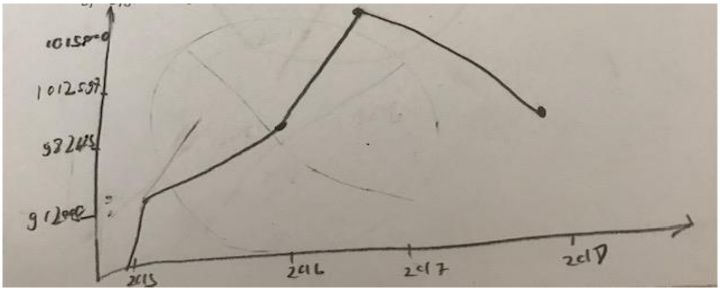
ŞEKİL 3.9.: Ö3 kod adlı öğrencinin grafik çizimi

"Çizgi grafiğini oluştururken zorlanmıyorum, değerleri eksenlere yazıp noktaları belirledikten sonra birleştiriyorum."

Ö4: "Daire grafiğidir. Çünkü verileri daha iyi gösterir, yuvarlak olduğundan dolayı."

Ö4 kod adlı öğrenci bu soruda verilen değerleri daire grafiğinde göstermek için bir dizi işlemler yaptıktan sonra;

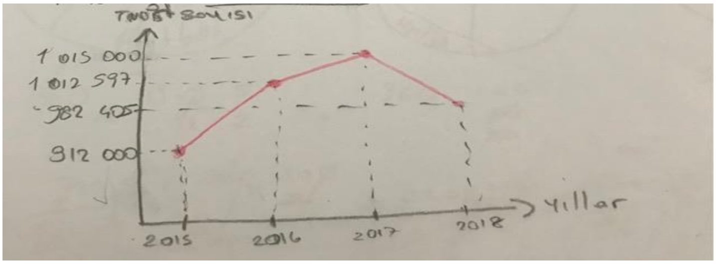
Ö4: *"Merkez açılarını hesaplayamıyorum. Galiba ben bunu çizgi grafiği ile göstersem daha iyi olur."*



ŞEKİL 3.10.: Ö4 kod adlı öğrencinin grafik çizimi

Ö4: *"Çizgi grafiği ile göstermek daire grafiği ile göstermekten daha kolay, çünkü işlem yapmadan değerleri eksenlere yazdıktan sonra birleştiriyoruz."*

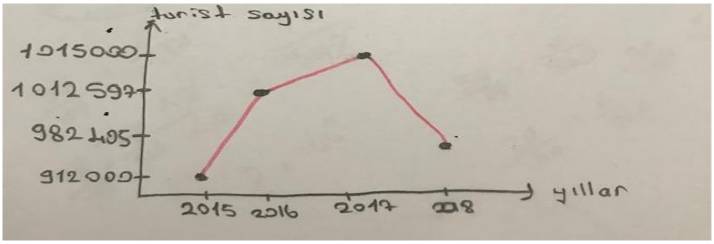
Ö5: *"En uygun grafik türü çizgi grafiğidir. Çünkü bir verinin yıllara göre karşılaştırılması yapılmıştır."*



ŞEKİL 3.11.: Ö5 kod adlı öğrencinin grafik çizimi

Ö5: *"Verileri eksenlere yerleştirirken büyükten küçüğe doğru yerleştiririz. Tabi ilk önce eksenleri adlandırmayı unutmayalım. Çizgi grafiğini oluşturmak benim için kolaydır çünkü çok işlem yapmadan olduğu eksenlere yerleştirme durumu var."*

Ö6: *"Çizgi grafiğidir. Çünkü yıllara göre artış azalış var."*



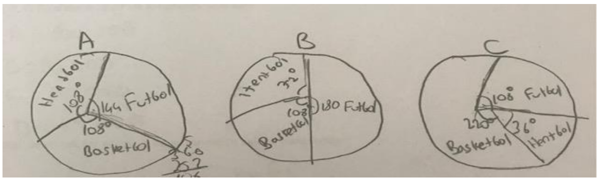
ŞEKİL 3.12.: Ö6 kod adlı öğrencinin grafik çizimi

Ö6: *"Çizgi grafiğini oluştururken önce ekenleri adlandırıyorum. Eksenler belirlendikten sonra değerleri küçükten büyüğe doğru yazıyorum. Çizgi grafiğini oluştururken zorlanmıyorum."*

Çizgi grafiğini oluşturma kısmında Ö3 ve Ö4 kod adlı öğrencilerinin eksen isimlendirmesini yapmadığı görülmüştür. Bunun dışında altı öğrencide çizgi grafiğini oluşturabilmiştir.

Üçüncü sorunun alt sorularına öğrencilerin verdikleri cevaplar ise şu şekilde;

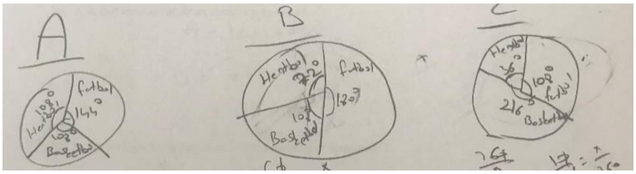
Ö1: *"Şimdi burada katılanlar yüzdelik olarak verilmiş. Bizde yüzdelik olarak daire grafiğini kullanırız. Onun için bu tabloya göre en uygun olarak daire grafiğidir. Üç tane kulüp için üç tane daire grafiğini çizmem lazım. Yüzde olarak verileni 360 dereceye göre ayarlıyor. Çünkü daire grafiği derece olarak çizildiğinde tamamı 360° 'dir."*



ŞEKİL 3.13.: Ö1 kod adlı öğrencinin grafik çizimi

"Daire grafiğini oluştururken en önemli nota merkez açılarını hesaplamaktır. Daire grafiğini oluştururken açıkçası biraz zorlanıyorum. Çünkü bir sürü işlem var ve bir yerde hatta yapılmışsa başa dönebiliyoruz. Onun için daire grafiğini oluştururken dikkatli olmalıyım. Daire grafiğini çizdiğimde açıları doğru çizmeliyim. B grafiğinde birazcık dar çizmiş olabilirim ama dikkatli olmalıyım sonuçta açıyı okumadan şekle bakıp karşılaştırılma yapılabilir."

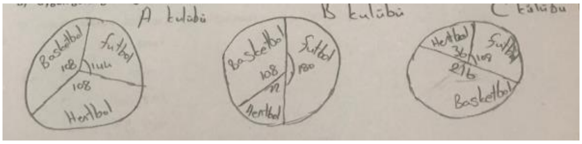
Ö2: *"Daire grafiği olabilir. Çünkü yüzdeler verilmiş ve üç veri grubunu kıyas yapmamı istemiş."*



ŞEKİL 3.14.: Ö2 kod adlı öğrencinin grafik çizimi

Ö2: *"Burada daire grafiğini oluşturduğumda merkez açılarını bulmam gerekiyor. Çünkü merkez açılarına bakıp kıyaslamalar yapılabiliyor. Grafik oluşturma türlerinde beni beni en çok zorlayan grafik türüdür. Çünkü çok işlem yapmamı istiyor ve zaman alıyor."*

Ö3: *"En uygun grafik türü daire grafiğidir. Yüzdelik hesaplamalar var."*



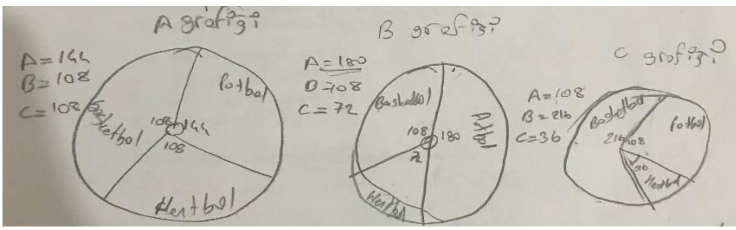
ŞEKİL 3.15.: Ö3 kod adlı öğrencinin grafik çizimi

Ö3: *"Merkez açılar önemli çünkü daire grafiğinde merkez açılarını bularak oluşturuyoruz. Grafik oluştururken beni en çok zorlandığım grafik türü daire grafiğidir. Daha çok işlem gerektiriyor. Değerler bazen zor bazen de kolay bulunabiliyor."*

Ö4: *"Daire grafiğidir. Çünkü yüzdeleri vermiş, bizde yüzdelerine göre yapmalıyız."*

Ö4: *"Ben bu tabloyu daire grafiğine dönüştüremedim."*

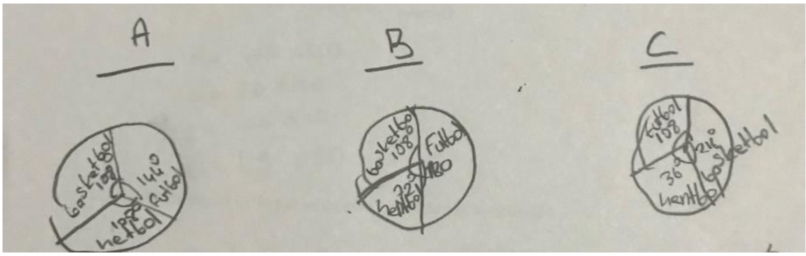
Ö5: *"Uygun olan grafik daire grafiğidir. Çünkü oransal karşılaştırmalar verilmiştir."*



ŞEKİL 3.16.: Ö5 kod adlı öğrencinin grafik çizimi

Ö5: *"Daire grafiğini oluşturabilmem için merkez açısını bulmalıyım. Daire grafiğini oluştururken sayıları dikkatli okumalıyız. Çünkü merkez açılarını bulabilmek için yüzdeler ve oran konusunu iyi bilmek gerekiyor. Herhangi bir işlemde yanlış yaparsak başa döneriz. Şekli çizerken açıları doğru çizmeliyim, yani dar ve geniş açılar belli olsun."*

Ö6: *"Bu tabloya en uygun grafik daire grafiğidir. Çünkü yüzdeler ve karşılaştırma var."*



ŞEKİL 3.17.: Ö6 kod adlı öğrencinin grafik çizimi

Ö6: "*Benim grafik oluştururken en çok zorlandığım grafik türü daire grafiğidir. Hem ilişki kurmak hem de işlem hatası yapmak grafiği oluşturmak için çok dikkatli olmalıyım ve bazen çok zaman alabiliyor."*

Daire grafiğini oluşturmada sadece Ö4 kod adlı öğrenci merkez açıyı hesaplayamadığı için problem yaşadığı görülmüştür. Beş öğrenci ise bu bölümde ki daire grafiğini oluşturmada merkez açıyı bulmada problem yaşamadı. Ö1 ve Ö5 kod adlı öğrenciler çizim aşamasında açıları doğru gösterme kısmına dikkat çekti.

Genel olarak bakıldığında öğrencilerin verilen bir veri grubuna ait uygun grafik türünü belirleme bu grafiği oluşturmada problem yaşamadıkları görülmüştür.

4. TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER

Öğrencilere ait grafikleri oluşturma, anlama, yorumlama ve grafik gösterimleri arasında uygun dönüşümler yapma becerilerinin güçlü olmasının, okullarda ya da farklı birçok eğitim kurumunda öğretilen matematik dersini kavramsal yönden öğrenmelerine katkıda bulunacağı savunulmaktadır (NCTM, 2000). Grafikler ile alakalı yeteneklerin öneminin gün geçtikçe artmasına dayanarak oluşturulan bu araştırmada akademik alanda başarısı olan sekizinci sınıf düzeyindeki öğrencilerin bu becerileri detaylı bir şekilde gün yüzüne vurulmaya çalışılmıştır. Öğrencilerle yapılan klinik görüşmelerin neticesinde sekizinci sınıf düzeyindeki öğrencilerin uygun grafik türü seçme, grafik oluşturma ve verilen grafiği yorumlama becerilerinde başarılı oldukları fakat grafik gösterimleri arasında uygun dönüşümler yapma kısmında iki öğrencinin zorlandıkları görülmüştür. Bu bilgiler ışığında bu düzeydeki öğrencilerin veri okuma düzeyinde genel anlamda zorluk çekmediği fakat bazı grafik yorumlamalarda (özellikle daire grafiği) işlem yeteneği gerektirdiği için bu düzeyin öğrencileri zorladığı gözlemlenmiştir. Bütün grafik türleri içerisinden öğrencilerin en fazla problem yaşadığı türün daha fazla işlem becerisi gerektirmesinden dolayı daire grafiği olduğu yapılan araştırmanın sonucunda görülmüştür. Öğrencilerin merkez açısını hesaplama kısmı ve gerekli orantıların kurulamaması kısımlarında yaşadıkları problem bu durumun oluşmasının ana nedenleri olarak saptanmıştır. Bunların yanı sıra yapılan işlem hatalarından kaynaklı işlemlerin zaman alması ve bu zaman almanın verdiği stres öğrencilerin bu grafik türünde yaşadığı diğer zorluklar olarak göze çarpmıştır. Ortaokul düzeyindeki öğrencilerinin daire grafiği nezdinde grafik ile ilgili becerilerini inceleyen Şahin (2019) daire grafiği oluşturma ve yorumlama becerilerini veri okuma, veriler arası okuma ve verilerin ötesini okuma olacak şekilde üç aşamada ele almıştır. Oysaki diğer grafik türlerinde bu seviyede derin bir araştırma ve incelemeye gerek duyulmamıştır. Bu da daire grafiği okuryazarlığının diğer grafik türlerine nazaran daha zor ve farklı olduğunu gözler önüne sermiştir. Uygun grafik türünü belirleme konusunda sütun grafiğinde öğrencilerin büyük bir çoğunluğu karşılaştırma ve kıyas anahtar kelimeleri kullanarak grafik türlerini belirlemiştir. Bunun yanı sıra çizgi grafiğine bakıldığında verilerde artış, azalış ve zamana göre değişiklikler gösterme cümlelerini kullanarak belirledikleri görülmüştür. Daire grafiğinde ise öğrencilerin oransal verilerin karşılaştırılması ve yüzdeleri kullanarak daha farklı bir yol izledikleri saptanmıştır. Bu araştırmada öğrencilerin akademik başarılarının üst düzeyde olmasına rağmen akıl yürütmeleri gereken durumlarda bazen zorlandıkları sonucuna ulaşılmıştır. Öğrenciler bu durumu özellikle daire grafiği türünde yaşamışlardır. Bu nedenle öğrenciler grafik oluşturmayı zor bulmadıkları fakat verilere göre uygun grafik türüne karar verme aşamasında daire grafiğinde zorlandıklarına yönelik ifadeler kullanmışlardır. Grafik oluşturma aşamasında sütun ve çizgi grafiğinde genel olarak öğrenciler eksenleri ölçeklendirme, veri girişi ve nokta belirlemeyi yapabilmişlerdir. Ancak eksen belirleme ve adlandırmada iki öğrenci eksiklik yaşamıştır. Bu bağlamda bu iki öğrenciden bir tanesinin dezavantajı ön bilgi eksikliği, diğer öğrencinin ise aşırı özgüvenden kaynaklanan (eksenleri belirleyip verileri yerleştirirken eksen isimlerini doğru bir şekilde söylem olarak telaffuz etmiş ama eksenlere isimleri yazmamıştır) dikkat eksikliği olarak gözlemlenmiştir. Eksen adlandırma kısmında Gürakar (2010)'da yapmış olduğu bir araştırmada öğrencilerin verilere uygun grafik türünü seçeme kısmında zorlandıklarını grafik oluşturma ise eksen isimlendirmeyi atladıklarını ve çoğunu ölçeklendirmeyi yapamadığını gözlemlemiştir. Diğer yandan daire grafiği türünde ise merkez açı belirlemede sadece bir öğrenci hazırbulunuşluk düzeyinin eksikliğini yaşamış ve oluşturamamıştır. Öğrencilerin geri kalanı bu konuda gayet başarılı olmuşlardır. Bu doğrultuda merkezi açıları hesaplamak için verilerin toplamını hesaplayamayıp gerekli orantıları kuramaması başarılı olunamamasının en büyük nedenleri olarak görülmüştür. Aynı şekilde Şahin (2019)'da daire grafiği okuryazarlık becerilerini konu aldığı bir çalışmada ön bilgi ve işlem yeteneği gerektirmesinden ötürü öğrencilerin zorlandığı görülmüştür. Genel olarak öğrencilerin daire grafiği oluşturmak için gerekli matematiksel becerileri konusunda hazırbulunuşluk seviyelerinin yeterli düzeyde olmalarının bu konuda büyük önem arz ettiği gözlenmiştir.

Araştırma çerçevesinde öğrencilerle yapılan klinik görüşmelerde ulaşılan sonuçlar baz alındığında ölçme yöntemi olarak çoktan seçmeli sınav sistemini uygulayan eğitim sistemimizden dolayı öğretmenlerin ders içindeki aktivitelerde bu tür sınavlara dönük etkinlikler uyguladıkları gözlenmiştir. Bu doğrultuda öğrencilerin sınıf içindeki aktiviteleri sadece grafik okuma ve grafik yorumlama gibi aktivitelerle sınırlanmaktadır. Bundan dolayı matematik öğretmenlerinin öğrencilerin verilere bakıp uygun grafik türü seçme, grafik oluşturma yeteneklerini ve üst seviyede düşünmelerini sağlayacak sınıf içi aktivitelere daha çok başvurulması gerektiği önerilebilir. Grafik oluşturma becerilerinin iyi bir şekilde gelişebilmesi için teknolojiden faydalanılabilir. Bunun için eğiticilere bu konu hakkında mesleki eğitim verilebilir.

KAYNAKÇA

Altun, M. (2007). *Ortaöğretimde matematik öğretimi*. Bursa: Aktüel Alfa Akademi Bas. Yay. Dağ.

Bağırkan, Ş. (1980). *İstatistiğe giriş*. İstanbul: I.I.T.I.A. Nihad Sayar Yayın ve Yardım Vakfı Yayınları.

Friel, S., Curcio, F., & Bright, G. (2001). Making sense of graphs: Critical factors influencing comprehension and instructional implications. *Journal for Research in Mathematics Education*, *32*(2), 124-158.

Gürakar, N. (2010). *İlköğretim 6-8. sınıf öğrencilerinin istatistik temsil biçimlerini kullanma becerilerinin belirlenmesi* (Yüksek Lisans Tezi). Abant İzzet Baysal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bolu.

Kaynar, Y. (2012). *Yeni ilköğretim II. kademe matematik öğretim programının istatistik boyutunun incelenmesi* (Yüksek Lisans Tezi). Afyon Kocatepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Afyonkarahisar.

Leinhardt, G., Zaslavsky, O., & Stein, M. K. (1990). Functions, graphs, and graphing: Tasks, learning, and teaching. *Review of Educational Research*, *60*(1), 1-64.

NCTM. (2000). *National council of teachers of mathematics, principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.

Romberg, T. A., & Shafer, M. C. (2003). Mathematics in context (Mic)-prelimery evidence about student outcome. In S. L. Senk & D. R. Thompson (Eds.), *Standards-based school mathematics curricula. What are they? What do students learn?* (pp. 224-250). Lawrence Erlbaum Associates: NJ.

Şahin, S. (2019). *Ortaokul öğrencilerinin grafik okuryazarlık becerileri ve karşılaştıkları zorluklar: Daire grafiği örneği* (Yüksek lisans tezi). Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.

Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı [TTKB]. (2013). *İlköğretim matematik dersi 5-8. Sınıflar öğretim programı ve kılavuzu*. Devlet Kitapları Müdürlüğü Basım Evi, Ankara.

Taşdemir, A., Demirbaş, M., & Bozdoğan, A. E. (2005). Fen bilgisi öğretiminde işbirlikli öğrenme yönteminin öğrencilerin grafik yorumlama becerilerini geliştirmeye yönelik etkisi. *Gazi Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, *6*(2), 81-91.

Temiz, B. K., & Tan, M. (2009). Grafik çizme becerilerinin kontrol listesi ile ölçülmesi. *Selçuk Üniversitesi Ahmet Keleşoğlu Eğitim Fakültesi Dergisi*, 27, 71-83.

EKLER

Ek-1: Grafik Görüşme Formu

1. BÖLÜM

SORU.1.

Mehmet girdiği dört deneme sınavının birincisinde matematik testide 17 soruyu, fen bilgisi testinde 14 soruyu, ikinci denemede matematik testinde 15 soruyu, fen bilgisi testinde 16 soruyu, üçüncü denemede matematik testinde 15 soruyu, fen bilgisi testinde 18 soruyu, dördüncü deneme sınavında ise matematik testinde 19 soruyu, fen bilgisi testinde 17 soruyu doğru yanıtlamıştır.

A) Mehmet'in deneme sınavlarında yanıtladığı doğru sayılarını gösterebilecek en uygun grafik türü hangisidir? Nedenleriyle açıklayınız.

B) Bu verilere uygun gördüğünüz grafik türüyle gösteriniz.

SORU.2.

Ülkemizin doğusunda bulunan Van şehrinde gerek tarihiyle gerek doğa güzelliği ile her yıl çok sayıda yerli ve yabacı turist ağırlanmaktadır. Kayıtlara göre Van'ı 2015 yılında 912 000, 2016 yılında 1 012 597, 2017 yılında 1 015 000 ve 2018 yılında ise 982 405 yerli ve yabacı turist ziyaret etmiştir

A) Van'a gelen turist sayılarını gösterebilecek en uygun grafik türü hangisidir? Nedenleriyle açıklayınız.

B) Bu verilere en uygun gördüğünüz grafik türüyle gösteriniz.

SORU.3.

A, B ve C spor kulüplerinin; futbol, basketbol ve tenis alt yapı bölümleri açılmıştır.

	A spor kulübü	B spor kulübü	C spor kulübü
Futbol	%40	%50	%30
Basketbol	%30	%30	%60
Hentbol	%30	%20	%10

Yukarıdaki tablo, açılan alt yapı bölümlerine kayıt yaptıran adayların spor kulübüne yapılan toplam kayıttaki yüzdelerini göstermektedir. Örneğin; A spor kulübünün alt yapısına kayıt yaptırılanların % 40'ı futbol bölümüne kayıt yapmıştır. A, B ve C spor kulüplerine eşit sayıda aday kayıt yapmıştır.

A) Bu üç spor kulübüne kayıt yaptıran adayların açılan bölümlere göre dağılımını gösterilebilecek en uygun grafik türü hangisidir? Nedenleriyle açıklayınız.

B) Bu verilere uygun gördüğünüz grafik türüyle gösteriniz.

BÖLÜM 3

MATEMATİK EĞİTİMİ ALANINDA YAYINLANMIŞ ARTIRILMIŞ GERÇEKLİK ÇALIŞMALARININ İNCELENMESİ*

Arş. Gör. Gül Mine BAYRAM GÜN[1]
Prof. Dr. Gül KALELİ YILMAZ[2]

DOI: https://dx.doi.org/10.5281/zenodo.10084721

---

[1] Hakkari Üniversitesi, Eğitim fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programı, Hakkari, Türkiye, ORCID: 0000-0003-3468-0756, gulminebayramgun@hakkari.edu.tr
[2] Bursa Uludağ Üniversitesi, Eğitim fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programı, Bursa, Türkiye, ORCID: 0000-0002-8567-3639, gulkaleli@uludag.edu.tr
*Bu çalışma 2021 Ekim ayında gerçekleştirilen Uluslararası Türk Bilgisayar Ve Matematik Eğitimi Sempozyumu-5 kongresinde sunulan "Matematik Eğitiminde Yayınlanmış Artırılmış Gerçeklik Üzerine Yapılan Çalışmalarının İncelenmesi" adlı çalışmanın genişletilmiş halidir

GİRİŞ

Gelişmiş teknoloji günümüzde toplumsal hayatı etkilemekte ve şekillendirmektedir. Toplumsal hayatın yanı sıra eğitim alanına da birçok yenilik sunmaktadır. Eğitimin yeni teknolojilerle birleşmesi dijital nesil diye adlandırılan Z kuşağının dikkatini çekmekte ve aynı zamanda derslere karşı ilgilerinin artmasına yardımcı olmaktadır (Somyürek, 2014). Matematik dersi düşünüldüğünde, öğrencilerin genel olarak matematik derslerine karşı olumsuz tutumları olduğu bilinmektedir (Avcı, Coşkuntuncel ve İnandı, 2011). Bu sebeple matematik derslerinde kullanılacak olan yeni teknolojilerin öğrencilerin dikkatlerini çekmede yarar sağlayacağı düşünülür. Kaldı ki birçok araştırma matematik dersinde kullanılan teknolojinin öğrencilerin matematik dersine olan ilgilerini artırdığını, tutumlarını olumlu yönde etkilediğini hatta başarılarına katkı sağladığını göstermiştir (Erdener ve Gür, 2019). Bu teknolojiye en iyi örneklerden biri Artırılmış gerçeklik (AG) tir.

AG gerçek dünya içerisinde 3D sanal nesneleri eş zamanlı birleştirerek etkileşimli içerikler sunan bir teknolojidir (Azuma ve diğerleri, 2001). AG gerçek dünyadan kopmadan sanal dünyayı gerçek yaşamın içine katarak oluşan ortam ile kullanıcıların etkileşimde bulunabileceği 3D sanal ortamlar ve gerçek ortamların eş zamanlı entegre edildiği platformlardır (Sünger, 2019). AG üzerine öncü çalışmaları olan Azuma (1997), AG'nin üç özelliğe sahip olduğunu söyler;

- Sanal ve gerçeği birleştirir
- 3 Boyutlu olarak kayıtlı olur
- Gerçek zamanlı etkileşim sağlar

AG teknolojisi 1950'lere dayansa da eğitim alanındaki çalışmaları 2000'lerde başlamıştır (Kara, 2018; Yılmaz, 2014). AG'nin eğitim alanında çok daha yeni bir teknoloji oluşu eğitim araştırmacılarının da dikkatini çekmiş ve son yıllarda AG üzerine olan çalışmalar artmıştır. Bu teknolojinin matematik eğitimi ile birleştirilmesi telefon, tablet, bilgisayar vb. teknolojilerin ve uygulamaların artış göstermesiyle birlikte günümüzde bu alanda yeni gelişmelerin yaşanmasına ve popülerliğinin artmasına olanak sağlamıştır. AG teknolojisinin yenilikçi anlayışta önemli yere sahip olması ve matematik eğitimi ile birleştirilmesi öğrenciler için farklı bir deneyim sağladığı ve ilgi çekici bulunduğu yapılan çalışmalarda mevcuttur (Ye, Teoh ve Ku, 2023). Matematik eğitimine ilgi duyulmasının yanı sıra öğrencilerin iyi bir rehberlikle başarılarına da katkı sağladığı yapılan araştırmalarda görülmektedir (Estapa ve Nadolny, 2015; Tosik-Gün ve Atasoy, 2017; Özdemir ve Özçakır, 2019; Angraini, Yolanda, ve Muhammad, 2023). Ayrıca AG'nin öğrencilerin geometrik uzamsal yeteneklerine katkıda bulunduğu (Tosik-Gün ve Atasoy, 2017; Shaghaghian, Burte, Song, ve Yan, 2022; Yanuarto ve Iqbal, 2022), öğrencilerin derse karşı tutumlarını olumlu etkilediği (Özdemir ve Özçakır, 2019), soyut kavramların öğrenimini kolaylaştırdığı (Bujak ve diğerleri, 2013; Özçakır, 2017) yapılan diğer çalışmalarda görülmektedir.

Her ne kadar AG üzerine yapılan çalışmalar son yıllarda artış gösterse de matematik eğitiminde yurt içi ve yurt dışında alana yönelik çalışmalar kısıtlı kalmaktadır (Schutera ve diğerleri, 2021; Aydoğdu, 2021). Bu araştırma, yapılan çalışmaları inceleyip matematik eğitiminde AG üzerinde yeni yapılacak araştırmalar için yol gösterici olacağı ve literatüre katkı sağlayacağı düşünüldüğünden önemli görülmektedir. Bu sebeple bu araştırma matematik eğitiminde AG üzerine yayınlanan çalışmaları derinlemesine inceleyip araştırmacılara bulguları sunmayı amaçlamaktadır.

Araştırmanın amacı kapsamında aşağıdaki problemlerin cevapları aranmaktadır;

- Çalışmalar hangi yıllarda yapılmıştır?
- Çalışmalarda hangi örneklem gruplarıyla çalışılmıştır?
- Çalışmalarda hangi araştırma yöntemleri kullanılmıştır?
- Çalışmalarda hangi veri toplama araçları kullanılmıştır?
- Çalışmalarda hangi amaçlara ulaşılmıştır?
- Çalışmalarda ne tür sonuçlar elde edilmiştir?

1. YÖNTEM

1.1. Araştırmanın Modeli

Araştırma nitel bir çalışma olup içerik analiz yöntemi ile yürütülmüştür. İçerik analizi bilgiyi sistematik biçimde araştırır ve bir sisteme göre gruplandırır. İçerik analizi bilginin yaygınlaştırılmasında ve daha sonrasında yapılacak olan çalışmalara yol gösterilmesinde yardımcı olacak araştırmaların sentezlerinin ortaya konmasını amaçlar (Dinçer, 2018; Çalık ve Sözbilir, 2014). Çalık ve Sözbilir (2014) içerik analizini üçe ayırır; betimsel içerik analizi, meta sentez ve meta analiz. Bu çalışma izlediği süreç ve konusu düşünüldüğünde betimsel içerik analizine göre yürütülmüştür. Çalık ve Sözbilir (2014); betimsel içerik analizinin yapıldığı araştırmada, daha genel bir durumun ortaya konulması amacıyla bir temanın yüzde ve frekanslarına dayanılarak genel örüntü verilmektedir; detaylı bir yorumlama yapılmamaktadır, şeklinde ifade etmiştir. Bu çalışmada da genel bir durum ortaya konulup araştırmacılara sunulmuştur.

1.2. Verilerin Toplanması

Araştırma kapsamında incelenecek çalışmaların belirlenmesinde YÖK tez, TR Dizin, ERIC, Scopus ve Science Direct veri tabanları kullanılmıştır. Belirtilen veri tabanlarına "artırılmış gerçeklik" ve "augmented reality" anahtar kelimeleri aratılmıştır. Anahtar kelimelerin aratılmasıyla Temmuz 2021 tarihine kadar olan tüm çalışmalar başlık, özet ve içeriklerine bakılarak matematik eğitiminde AG üzerine yapılan çalışmalar tespit edilip erişim iznine sahip olması ve tam metne ulaşabilme durumlarına göre çalışma grubuna dahil edilmiştir. Araştırmada amaçlı örneklem seçim yöntemi kullanılmıştır. Çalışmaların 8 tanesi tez, 40 tanesi makale olmak üzere toplamda 48 çalışma araştırma grubunu oluşturmaktadır. Araştırma kapsamında incelenen çalışmalar Ek-1 de sunulmuştur.

1.3. Verilerin Analizi

Verilerin analizinde betimsel içerik analizi temel alınmıştır. Belirlenen çalışmalar; yıl, örneklem grupları, araştırma yöntemleri, veri toplama araçları, amaçları ve önemli sonuçlar kategorilerine göre incelenmiştir. Elde edilen veriler Excel programında çözümlenmiş frekans (f) ve yüzde (%) tabloları oluşturularak sunulmuştur.

2. BULGULAR

Bu bölümde araştırmanın alt problemlerine dayalı bulgular sırasıyla tablolar halinde verilmiştir.

2.1. İncelenen Çalışmaların Yıllarına İlişkin Bulgular

İncelenen çalışmaların yayınlandıkları yıllara göre frekans (f) ve yüzdeliklerini (%) gösteren veriler Tablo 1'de sunulmuştur.

Tablo 1: Çalışmaların Yıllarına İlişkin Bulgular

Yıllar	Frekans (f)	Yüzdelik (%)
2013	1	2
2014	1	2
2015	2	4
2016	3	6
2017	6	13
2018	2	4
2019	12	25
2020	14	29
2021	7	15
Toplam	**48**	**100**

Tablo 1 incelendiğinde matematik eğitiminde AG üzerine yapılan çalışmaların toplam dokuz yılı kapsadığı ve ilk çalışmanın 2013 yılında yapıldığı tespit edilmiştir. Yapılan çalışmaların %29 (n=14) ile en fazla 2020 yıllında yapılmış olduğu görülmektedir. 2013 ve 2014 yıllarında sadece birer çalışmaya rastlanılmıştır. 2015 yılından sonra ise çalışmaların genel olarak artış gösterdiği görülmektedir.

2.2. İncelenen Çalışmaların Örneklem Gruplarına İlişkin Bulgular

İncelenen çalışmaların örneklem gruplarına göre frekans (f) ve yüzdeliklerini (%) gösteren veriler Tablo 2'de sunulmuştur.

Tablo 2: Çalışmaların Örneklemlerine İlişkin Bulgular

Örneklem grupları	**Frekans (f)**	**Yüzdelik (%)**
Ortaokul öğrencileri	17	33
İlkokul Öğrencileri	9	18
Üniversite Öğrencileri	8	16
Lise öğrencileri	6	12
Özel öğrenme güçlüğü Çeken Öğrenciler	3	6
Öğretmenler	2	4
Okul öncesi öğrencileri	1	2
Özel gereksinimli öğrenciler	1	2
Doküman	1	2
Örneklemi olmayan	3	6
Toplam	**51**	**100**

Tablo 2 incelendiğinde çalışmaların %33 (n=17) ile en çok kullanılan örneklem grubunun Ortaokul öğrencileri olduğu görülmektedir. Daha sonrasında ilkokul öğrencilerinin (n=9), üniversite öğrencilerinin (n=8) ve lise öğrencilerinin (n=6) birbirlerine yakın örneklem grubu olarak tercih edildiği görülmüştür. En az kullanılan örneklem grupları ise %2 (n=1) ile okul öncesi öğrencileri, özel gereksinimli öğrenciler ve doküman olduğu tespit edilmiştir.

2.3. İncelenen Çalışmaların Araştırma Yöntemlerine İlişkin Bulgular

İncelenen çalışmaların araştırma yöntemlerin göre frekans (f) ve yüzdeliklerini (%) gösteren veriler Tablo 3'te sunulmuştur.

Tablo 3: Çalışmaların Araştırma Yöntemlerine İlişkin Bulgular

Araştırma yöntemleri	**Frekans (f)**	**Yüzdelik (%)**
Deneysel yöntem	17	35
Karma yöntem	9	19
Durum Çalışması yöntemi	2	4
Nicel yaklaşım	2	4
Eğitsel tasarım araştırması	1	2
Nedensel karşılaştırmalı ve ilişkisel yöntem	1	2
Tasarım ve Geliştirme Araştırması	1	2
Kesitsel yaklaşım	1	2
Keşifsel araştırma yöntemi	1	2
Sezgisel değerlendirme yaklaşımı	1	2
Sistematik literatür taraması	1	2
Belirtilmemiş	11	23
Toplam	**48**	**100**

Tablo 3 incelendiğinde %35 (n=17) ile en fazla deneysel araştırma yapıldığı görülmektedir. İkincil olarak en çok tercih edilen araştırma türü karma araştırma yönteminin %19 (n=9) ile tercih edildiği tespit edilmiştir. 11 farklı araştırma yönteminin kullanıldığı ve araştırma yöntemini belirtmeyen çalışma sayısının n=11 olduğu tespit edilmiştir.

2.4. İncelenen Çalışmaların Kullanılan Veri Toplama Araçlarına İlişkin Bulgular

İncelenen çalışmaların kullandıkları veri toplama araçlarına ilişkin frekans (f) ve yüzdeliklerini (%) gösteren veriler Tablo 4'te sunulmuştur.

Tablo 4:Çalışmaların kullandıkları veri toplama araçlarına göre dağılımları

Veri toplama araçları	Frekans (f)	Yüzdelik (%)
Anket	19	19
Görüşme formu	17	17
Başarı testi	8	8
Test	7	7
Tutum ölçeği	6	6
Uzamsal yetenek testi	4	4
Gözlem formu	4	4
Akademik motivasyon ölçeği	2	2
Çalışma yaprakları	2	2
Teknoloji Entegrasyonuna Yönelik Öz-yeterlik algısı ölçeği	2	2
Öğretim materyalleri güdülenme ölçeği	2	2
Sosyal geçerlik formları	1	1
Bilişsel yük ölçeği	1	1
Geometrik Şekilleri Tanıma Formu	1	1
Uzamsal zeka testi	1	1
Multimedya yazılımı değerlendirme formu	1	1
Materyal değerlendirme formu	1	1
Mobil Uygulama Kullanılabilirlik Ölçeği	1	1

Geometrik Düşünme Testi	1	1
Uygulama güvenirliği formu	1	1
Durumsal motivasyon ölçeği	1	1
Matematik modelleme testi	1	1
Uzamsal görselleştirme testi	1	1
Uzamsal becerilerini ölçme testi	1	1
Problem çözme becerilerini ölçme testi	1	1
Teknoloji Kabul ve Kullanım Ölçeği	1	1
Görsel düşünme testi	1	1
Mekansal Yetenek Ölçeği	1	1
Biçimlendirici Değerlendirme Problem Raporu	1	1
Derecelendirme ölçeği	1	1
Matematik kaygı ölçeği	1	1
3D Metrik Kullanımına Yönelik Algı Ölçeği	1	1
Uyum ölçeği	1	1
Geometri materyali kavramını anlama testleri	1	1
Veri toplama aracı olmayanlar	4	4
Toplam	**100**	**100**

Tablo 4 incelendiğinde veri toplama araçlarına ilişkin bulgularda çalışmaların %19 (n=19) ile en çok anket kullandıkları görülmektedir. Diğer en çok kullanılan veri toplama aracı %17 (n=17) ile görüşme formu olduğu görülmektedir. Öte yandan başarı testi (n=8), test (n=7), tutum ölçeği (n=6), uzamsal yetenek testi (n=4) ve gözlem formunun (n=4) sık tercih edilen veri toplama araçlarından olduğu tespit edilmiştir. Veri toplama aracı kullanmayan veyahut belirtmeyen çalışma sayısının %4 (n=4) olduğu görülmektedir.

2.5. İncelenen Çalışmaların Amaçlarına İlişkin Bulgular

İncelenen çalışmaların amaçlarına ilişkin frekans (f) ve yüzdeliklerini (%) gösteren veriler Tablo 5'te sunulmuştur.

Tablo 5:İncelenen Çalışmaların Amaçlarına İlişkin Bulgular

Çalışmaların Amaçları	**Frekans (f)**	**Yüzdelik (%)**
AG uygulaması geliştirmesi ve tanıtımı	5	10
AG kullanımının tutuma ve akademik başarıya etkisinin incelenmesi	4	8
AG'nin öğrencilerin akademik başarıları ve uzamsal yeteneklerine olan etkisinin araştırılması	3	6
AG'nin uzamsal yeteneklerinin ve AG'ye karşı tutumlarının incelenmesi	3	6
AG eğitim uygulamasının akademik motivasyona etkisinin incelenmesi	2	4
AG uygulamasının kullanılabilirliği ile bilişsel yük arası ilişkinin incelenmesi	1	2
AG mobil uygulamasının matematiksel modelleme etkinliklerinde sağladığı fırsatların araştırılması	1	2
AG'nin teknoloji kabulü üzerindeki etkisinin belirlenmesi	1	2
Öğretim yazılımının tasarlanması ve etkisinin incelenmesi	1	2
AG uygulamalarının, uzamsal becerilerin geliştirilmesinde ve geometrik şekillerin öğretilmesinde geleneksel yöntemler ile karşılaştırılması	1	2
Mobil teknoloji destekli dikişsiz öğrenme ortamlarının öğrenci motivasyonuna ve başarısına etkisinin incelenmesi	1	2
AG uygulamalarının öğretimde etkisinin incelenmesi	1	2
AG etkinliklerinin uzamsal yeteneklerinin gelişimine etkisinin, geometriye, AG'ye karşı tutumunun incelenmesi	1	2
Geometri öğrenme ortamını desteklemek için AG kullanmaya yönelik davranışsal niyetlerini etkileyen faktörleri incelemesi	1	2

AG uygulamasının öğrencilerin performanslarına etkisinin incelenmesi	1	2
AG'ye dayalı multimedya geliştirilmesi	1	2
AG uygulamasının değerlendirilmesi	1	2
AG sisteminin geliştirilmesi	1	2
AG' dijital bir ortamın üretiminin incelenmesi	1	2
Öğrencilerin algı düzeyleri ile uzamsal yetenek düzeyleri arasındaki ilişkilerin incelenmesi	1	2
AG ile geleneksel öğrenme yönteminin öğrenciler üzerine etkisinin karşılaştırılması	1	2
AG'nin öğrencilerin uzamsal beceri ve akademik performanslarına etkisinin incelenmesi	1	2
Uzamsal zekanın gelişimine yönelik AG tabanlı öğretim aracının geliştirilmesi, bu araçla öğrencilerin uzamsal anlayışlarındaki değişimlerin bildirilmesi	1	2
AG araştırma eğiliminin sistematik incelenmesi	1	2
AG destekli hikaye kitaplarının öğrencilerin kaygıları üzerindeki etkisinin incelenmesi	1	2
Öğrencilerin tutumları, motivasyonları ve geometri materyali kavramını anlama üzerindeki etkisinin incelenmesi	1	2
AG'ye dayalı öğretim stratejilerinin uygulanmasına ilişkin algıların incelenmesi	1	2
LINUS öğrencilerinin AG uygulamasının kullanılabilirliğini değerlendirmesi	1	2
AG Modülünün öğrencilerin uzamsal becerilerine ve problem çözme becerilerini gelişimine etkisinin incelenmesi	1	2
Sanal gerçeklik ve AG teknolojilerinin kullanımının geleneksel öğretim yöntemleriyle karşılaştırılması	1	2
Görsel düşünmenin geliştirmesinde AG etkisinin araştırılması	1	2
Matematik öğrenimi için çoklu dokunmatik masa üstü sisteminin kullanılabilirliğinin incelenmesi	1	2
GeoGebra AG kullanmanın potansiyelinin ve zorluklarının belirlenmesi	1	2
AG kullanımının öğrencilerin teknoloji entegrasyonu öz-yeterlik algılarına etkisinin incelenmesi	1	2
AG'nin derslerde kullanımına ilişkin tutumunun ve güdülenme durumunun belirlenmesi	1	2

AG ile eğitimde teknoloji entegrasyonuna yönelik öz-yeterliklerinde gerçekleşen değişimler ve yaşadıkları deneyimlerin incelenmesi	1	2
Toplam	**48**	**100**

Tablo 5 incelendiğinde AG üzerine yapılan çalışmaların çeşitli amaçlar içerdiği görülmektedir. Bu amaçlardan en çok tercih edilenin %10 (n=5) ile AG uygulaması geliştirilmesi ve tanıtımı olduğu görülmektedir. Daha sonra en çok çalışılan amaçlar arasında AG kullanımının tutuma ve akademik başarıya etkisinin incelenmesi (n=4), AG'nin öğrencilerin akademik başarılarına ve uzamsal yeteneklerine etkisinin araştırılması (n=3) ve AG eğitim uygulamasının akademik motivasyona etkisinin incelenmesi (n=3) olduğu tespit edilmiştir.

2.6. İncelenen Çalışmaların Sonuçlarına İlişkin Bulgular

İncelenen çalışmaların sonuçlarına ilişkin frekans (f) ve yüzdeliklerini (%) gösteren veriler Tablo 6'da sunulmuştur.

Tablo 6:Çalışmaların Sonuçlarına İlişkin Bulgular

Çalışmaların Sonuçları	Frekans (f)	Yüzdelik (%)
Öğrenme üzerine etkili olduğu	10	13
Dersi ilgi çekici, eğlenceli ve zevkli hale getirdiği	9	11
Öğrencilerin tutumlarında olumlu etkiye sahip olduğu	7	9
AG'nin akademik başarıyı artırdığı	6	8
AG'nin kavramların öğretiminde etkili olduğu	6	8
Öğrencilerin uzamsal yetenekleri üzerine anlamlı farklılıklar oluşturduğu	5	6
Öğrencilerin derse karşı motivasyonlarını artırdığı	5	6
Öğrencilerin akademik motivasyonlarını artırdığı	4	5
Deney ve kontrol grupları arasında öğrencilerin akademik başarılarında istatistiksel açıdan farklılık oluşmadığı	3	4

AG uygulamasının başarılı bir şekilde tasarlandığı	3	4
AG öğrenmeyi kolaylaştırıcı olduğu	3	4
Öğrencilerin problem çözme ve uzamsal becerileri üzerinde anlamlı bir etkiye sahip olduğu	2	3
Öğretmen adaylarının öz-yeterlilik algılarına pozitif etkisi olduğu	2	3
AG uygulamalarının öğrencilerin uzamsal yeteneklerini olumlu yönde etkilediği	2	3
Öğrencilerin matematiğe karşı tutumlarında anlamlı düzeyde etkisinin bulunmadığı	1	1
Öğrencilerin teknolojiye karşı tutumlarında anlamlı düzeyde etkili olduğu	1	1
Öğrencilerin uzamsal zekasını geliştirdiği	1	1
Öğrencilerin geometrik ve uzamsal yetenekler kazanmasını teşvik ettiği	1	1
Aktif öğrenme, bireysel öğrenme ve öz-değerlendirme olanaklarını arttırması	1	1
Öğrencilerin uzamsal zekalarını geliştirebilmeleri için fırsatlar sağladığı	1	1
Öğrencilerin matematik öğrenme kaygıları üzerinde olumlu ve anlamlı bir etkisinin olduğu	1	1
Deney ve kontrol grupları arasında öğrencilerin uzamsal yetenek puanlarının istatistiksel açıdan farklılık oluşmadığı	1	1
AG'nin matematikte düşünme becerilerini kazandırdığı	1	1
Erkeklerde algılanan kullanım kolaylığı ile yabancı yük arasında güçlü bir ilişki olduğunu ve kadınlarda algılanan fayda ile içsel yük arasında güçlü bir ilişki olduğu	1	1
AG teknolojisinin öğrencilerin öğrenme deneyimlerini geliştirdiği	1	1
AG öğrenme ortamlarını geliştirdiği	1	1
Toplam	**79**	**100**

Tablo 6 incelendiğinde çalışmaların çoğu %13 (n=10) ile en çok AG'nin öğrenme üzerine etkili olduğu sonucu görülmektedir. Ayrıca elde edilen diğer bulgular da AG'nin dersleri ilgi çekici, eğlenceli ve zevkli hale getirdiği (n=9), öğrencilerin tutumlarında olumlu etkiye sahip olduğu (n=7), başarıyı artırdığı (n=6) ve kavramların öğretiminde yardımcı olduğu (n=6) gibi bulguların yer aldığı görülmektedir. Elde edilen çoğu bulgunun olumlu sonuçlar içerdiği dikkat çekmektedir. Öte yandan öğrencilerin matematiğe karşı tutumlarına anlamlı düzeyde etkilerinin bulunmadığı (n=1), deney ve kontrol grupları arasında uzamsal yetenek puanlarının istatistiksel açıdan farklılık oluşmadığı (n=1), deney ve kontrol grupları arasında akademik başarılarında istatistiksel açıdan farklılık oluşmadığı (n=3) sonuçlarının da elde edildiği çalışmaların olduğu görülmektedir.

3. Sonuç, Tartışma ve Öneriler

Bu çalışma matematik eğitiminde AG üzerine yapılmış; YÖK tez, TR Dizin, ERIC, Scopus ve Science Direct tabanlarında yayınlanan toplam 48 çalışmayı; yayınlandıkları yıl, örneklem grupları, araştırma yöntemleri, veri toplama araçları, amaçları ve elde ettikleri sonuçları açısından incelemiştir. Bu kısımda elde edilen bulgular irdelenmiş ve literatürle karşılaştırması yapılmıştır.

Elde edilen bulgularda belirlenen veri tabanlarında matematik eğitiminde AG üzerine yürütülen ilk çalışmanın 2013 yılına ait olduğu ve toplamda yapılan 48 çalışmayı oluşturan tez ve makalelerin 2015'den sonra artış gösterdiği görülmektedir. Elde edilen bulgular Ergün ve Erşen'in (2018) yaptıkları çalışma ile örtüşmektedir. Her ne kadar son yıllarda çalışmalarda artış gözlense de yapılan çalışma sayısının yetersiz olduğu düşünülmektedir. Dünya literatüründe AG üzerine eğitim alanında yapılan çalışmaların 2000'lerde başladığı bilgisi göz önüne alındığında yaklaşık 13 yıl aralığın uzun bir zaman olduğu aşikardır. Özellikle son yıllarda eğitimde teknoloji çalışmaları popüler konu olmasının yanında sürekli gelişen ve yeniliklere sahip olan bir alan konumundadır. Gelişen teknolojinin eğitime entegre edilebilmesi ve yeniliklerin takibi için araştırmacılara büyük pay düşmektedir.

Araştırmalar incelendiğinde çalışmaların çoğunluğunun örneklem grubunu ortaokul öğrencilerinin oluşturması AG çalışmalarını inceleyen diğer analiz çalışmalarıyla benzerlik göstermektedir. Özdemir (2017) AG üzerine yapılmış deneysel çalışmaları incelediği araştırmasında çalışmaların çoğunluğunun ortaokul ve ilkokul kademesinde öğrencilerin örneklemleri oluşturduğunu tespit etmiştir. Benzer bulguların Pahmi ve diğerleri'nin (2023) yaptıkları çalışmayla da örtüştüğü görülmektedir.

Elde edilen sonuçlarda çalışmaların çoğunluğunun deneysel ve karma yöntemleri kullandıkları bilgisine ulaşılmıştır. AG'nin dünya genelinde yeni bir teknoloji oluşu araştırmacıları deneysel ve karma çalışmaların yapılmasına yönlendirdiği düşünülmektedir. Ayrıca AG'nin eğitim alanında hangi yönleriyle öğrencilerin öğrenmelerine fayda sağladığı merak konusu olduğundan (Özdemir, 2017), yapılmış çalışmaların çoğunluğunun deneysel çalışmalar olması uygun düşmektedir.

Araştırmalarda en çok veri toplama aracı anket, görüşme formu ve başarı testi kullanıldığı tespit edilmiştir. En çok kullanılan araştırma yönteminin karma desen, deneysel ve durum çalışması olduğu düşünüldüğünde elde edilen bulguların tutarlı olduğu görülmektedir.

İrdelenen çalışmaların amaçları incelendiğinde en çok AG uygulamasının geliştirilmesi ve tanıtımı olduğu görülmektedir. AG'nin henüz gelişmekte olan bir teknoloji olduğu düşünüldüğünde Matematik eğitiminde AG uygulamalarının zamanla artış göstermesi ve araştırmacıların bu alana daha eğilimli olması beklenmektedir. AG kullanımının öğrencilerin tutumlarına ve akademik başarına etkisinin incelenmesi diğer bir sık karşılaşılan amaç olduğu görülmüştür. En çok kullanılan veri toplama araçları arasında anket ve başarı testi olması bu sonucu desteklemektedir.

Çalışmaların sonuçları incelendiğinde çalışmaların büyük çoğunluğunun olumlu sonuçlar elde ettiği görülmektedir. Benzer bulgulara Çetinav ve Yılmaz (2022) çalışmasında ulaşmıştır AG'nin öğrenmeyi etkili hale getirdiği, dersleri eğlenceli ve ilgi çekici hale getirdiği, öğrencilerin uzamsal yeteneklerine ve akademik başarılarına katkı sağladığı, öğrencilerin motivasyonunu artırdığı gibi birçok olumlu etkileri bulunduğu görülmüştür. Elde edilen bu bulgular Korkmaz ve Morali (2022), Ahmad ve Junaini (2020) bulgularıyla örtüşmektedir. Ahmad ve Junaini (2020) çalışmasında AG ile işlenen derslerin daha eğlenceli olduğu ve öğrencilerin öğrenmelerinde etkili olduğu sonuçlarına ulaşmışlardır.

Elde edilen bulgulardan AG'nin verimli, etkili derslerin işlenmesine ve öğrencilerin başarılarını desteklemeye katkı sağlayacağı ortaya çıkmaktadır. AG, matematik eğitiminde soyut nesnelerin somutlaştırılması ve artık teknolojinin gelişmesiyle daha da ulaşılabilir hale gelmesiyle daha potansiyel taşıyan bir alan olmaktadır. Teknoloji ile bu kadar iç içe yetişen öğrenciler tarafından da ilgiyle derslerin ve konuların takip edilmesinde etkili olduğu elde edilen sonuçlar ile desteklenmektedir. Öğretmenlerin, araştırmacıların bu alana daha fazla

Araştırmanın bulguları ışığında öneriler şu şekilde sıralanabilir;

- Matematik eğitimi alanında yapılan tezler ve çalışmaların çok kısıtlı olduğu görülmektedir. Araştırmacılar, derslerin geliştirilebilmesi ve öğretime katkı sağlaması bakımından yeni teknolojilerin varlığından haberdar olmalı, takip etmeli, öğretmenlere ve diğer araştırmacılara tanıtması önemli görülmektedir. Bu amaç kapsamında daha fazla AG çalışmalarının yapılması ve tanıtılması önerilmektedir.

- Gelişen teknolojiyle beraber AG uygulamalarının ve materyallerinin sayısı da artmaktadır. Araştırmacıların bu gelişimleri takip etmesi ve kullanması önerilmektedir.

KAYNAKÇA

Ahmad, N., & Junaini, S. (2020). Augmented reality for learning mathematics: A systematic literature review. *International Journal of Emerging Technologies in Learning (iJET), 15*(16), 106-122.

Angraini, L. M., Yolanda, F., & Muhammad, I. (2023). Augmented reality: The improvement of computational thinking based on students' initial mathematical ability. *International Journal of Instruction, 16*(3), 1033-1054.

Avcı, E., Coşkuntuncel, O., & İnandı, Y. (2011). Ortaöğretim on ikinci sınıf öğrencilerinin matematik dersine karşı tutumları. *Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *7*(1), 50-58.

Aydoğdu, F. (2021). Türkiye'de artırılmış gerçeklikle ilgili eğitim alanında yapılan lisansüstü tezlerin incelenmesi. *Eğitimde Kuram ve Uygulama*, *11*(2), 338-357.

Azuma, R. T. (1997). A survey of augmented reality. Presence: *Teleoperators & Virtual Environments*, *6*(4), 355-385.

Azuma, R., Baillot, Y., Behringer, R., Feiner, S., Julier, S., & MacIntyre, B. (2001). Recent advances in augmented reality. *IEEE computer graphics and applications, 21*(6), 34-47.

Bujak, K. R., Radu, I., Catrambone, R., Macintyre, B., Zheng, R., & Golubski, G. (2013). A psychological perspective on augmented reality in the mathematics classroom. *Computers & Education*, 68, 536-544.

Çalık, M., & Sözbilir, M. (2014). İçerik analizinin parametreleri. *Eğitim ve Bilim, 39*(174), 33- 38.

Çetintav, G., & Yılmaz, R. (2022). Matematik ve geometri eğitimi alanında artırılmış gerçeklik ile ilgili yayınlanmış makalelerin sistematik olarak incelenmesi. *Karaelmas Eğitim Bilimleri Dergisi, 10*(1), 47-61.

Dinçer, S. (2018). Eğitim bilimleri araştırmalarında içerik analizi: Meta-analiz, meta-sentez, betimsel içerik analizi. *Bartın Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 7*(1), 176-190.

Erdener, K., & Gür, H. (2019). Ortaokul matematik derslerinde dinamik geometri yazılımı Geometer's Sketchpad kullanımı ile ilgili öğrenci görüşleri. *Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi, 21*(1), 364-377.

Ergün, Z. B., & Erşen, S. S. (2018, Kasım). Matematik ve fen bilgisi eğitiminde artırılmış gerçeklik: Doküman analizi örneği. *Cemil Meriç 10. Uluslararası Sosyal Bilimler ve Spor Kongresi* 23-22 Kasım 2018 içinde (s. 57-64). Türkiye: Hatay.

Estapa, A., & Nadolny, L. (2015). The effect of an augmented reality enhanced mathematics lesson on student achievement and motivation. *Journal of STEM Education, 16*(3), 40-48.

Kara, A. (2018). *Artırılmış gerçeklik uygulamalarının eğitimde kullanılmasına yönelik araştırmaların incelenmesi*. Yayınlanmış yüksek lisans tezi, Atatürk üniversitesi, Erzurum.

Korkmaz, E., & Morali, H. S. (2022). A meta-synthesis of studies on the use of augmented reality in mathematics education. *International Electronic Journal of Mathematics Education, 17*(4), em0701.

Özçakır, B. (2017). *Fostering spatial abilities of seventh graders through augmented reality environment in mathematics education: A design study* (Yayınlanmamış doktora tezi). Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara).

Özdemir, M. (2017). Artırılmış gerçeklik teknolojisi ile öğrenmeye yönelik deneysel çalışmalar: Sistematik bir inceleme. *Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 13*(2), 609-632.

Özdemir, D., & Özçakır, B. (2019). Kesirlerin öğretiminde artırılmış gerçeklik etkinliklerinin 5.sınıf öğrencilerinin matematik başarılarına ve tutumlarına etkisinin incelenmesi. *Adıyaman University Journal of Educational Sciences, 9*(1), 21-41. DOI: 10.17984/adyuebd.495731

Pahmi, S., Hendriyanto, A., Sahara, S., Muhaimin, L. H., Kuncoro, K. S., & Usodo, B. (2023). Assessing the influence of augmented reality in mathematics education: A systematic literature review. *International Journal of Learning, Teaching and Educational Research, 22*(5), 1-25.

Schutera, S., Schnierle, M., Wu, M., Pertzel, T., Seybold, J., Bauer, P., Teutscher, D., Raedle, M., Heß-Mohr, N., Röck, S., & Krause, M. J. (2021). On the potential of augmented reality for mathematics teaching with the application cleARmaths. *Education Sciences, 11*(8), 338. https://doi.org/10.3390/educsci11080368

Shaghaghian, Z., Burte, H., Song, D., & Yan, W. (2022, June). Learning spatial transformations and their math representations through

Embodied Learning in Augmented Reality. In *International Conference on Human-Computer Interaction* (pp. 112-128). Cham: Springer International Publishing.

Somyürek, S. (2014). Öğretim sürecinde z kuşağının dikkatini çekme: artırılmış gerçeklik. *Eğitim Teknolojisi Kuram ve Uygulama, 4*(1), 63-80.

Sünger, İ. (2019). *Artırılmış gerçeklik kavramı üzerine içerik analizi çalışması*. Yayınlanmış yüksek lisans tezi, Balıkesir Üniversitesi, Balıkesir.

Tosik-Gün, E., & Atasoy, B. (2017). Artırılmış gerçeklik uygulamalarının ilköğretim öğrencilerinin uzamsal yeteneklerine ve akademik başarılarına etkisi. *Eğitim ve Bilim, 42*(191), 31-51. doi:http://dx.doi.org/10.15390/EB.2017.7140

Ye, X., Teoh, Y. H. J., & Ku, C. M. (2023). Use of GeoGebra Augmented Reality in Teaching and Learning Calculus: Volume of Solids in Integration. In *Programme Handbook of International Conference on Computational Thinking and STEM Education 2023 (CTE-STEM 2023)* (p. 5).

Yanuarto, W. N., & Iqbal, A. M. (2022). The augmented reality learning media to improve mathematical spatial ability in geometry concept. *Edumatica: Jurnal Pendidikan Matematika, 12*(01), 30-40.

Yılmaz, A. (2014). *Artırılmış gerçeklik teknolojisiyle 3 boyutlu hikaye canlandırmanın hikaye kurgulama becerisine ve yaratıcılığa etkisi*. Yayınlanmış doktora lisans tezi, Atatürk üniversitesi, Erzurum.

Ek-1

Ahmad, F. A. R. O. B. (2021). The effect of augmented reality in improving visual thinking in mathematics of 10th-grade students in Jordan. *International Journal of Advanced Computer Science and Applications*, *12*(5), 352-360.

Ahmad, N., & Junaini, S. (2020). Augmented reality for learning mathematics: A systematic literature review. *International Journal of Emerging Technologies in Learning (iJET)*, *15*(16), 106-122.

Altıok, S. (2020). Artırılmış gerçeklik destekli simetri öğretiminin ilkokul öğrencilerinin akademik başarılarına etkileri ve öğrenci görüşleri. *Eğitim Teknolojisi Kuram ve Uygulama, 10*(1), 177-200.

Amir, M., Ariyanti, N., Anwar, N., Valentino, E., & Afifah, D. (2020). Augmented reality mobile learning system: Study to improve PSTs' understanding of mathematical development. *International Journal of Interactive Mobile Technologies (iJIM)*, 14(9), 239-247. DOI:10.3991/ijim.v14i09.12909

Amir, M. F., Fediyanto, N., Rudyanto, H. E., Afifah, D. S. N., & Tortop, H. S. (2020). Elementary students' perceptions of 3Dmetric: A cross-sectional study. *Heliyon, 6*(6), e04052. DOI: 10.1016/j.heliyon.2020.e04052

Andrea, R., Lailiyah, S., Agus, F., & Ramadiani, R. (2019). "Magic Boosed" an elementary school geometry textbook with marker-based augmented reality. *TELKOMNIKA (Telecommunication Computing Electronics and Control)*, *17*(3), 1242-1249.

Atasoy, B., Tosik-Gün, E., & Kocaman-Karoğlu, A. (2017). İlköğretim Öğrencilerinin Artırılmış Gerçeklik Uygulamalarına Karşı Tutumlarının ve Güdülenme Durumlarının Belirlenmesi. *Journal of Kirsehir Education Faculty, 18*(2), 435-448.

Awang, K., Shamsuddin, S. N. W., Ismail, I., Rawi, N. A., & Amin, M. M. (2019). The usability analysis of using augmented reality for linus students. *Indones. J. Electr. Eng. Comput. Sci*, *13*(1), 58-64.

Barraza Castillo, R. I., Cruz Sánchez, V. G., & Vergara Villegas, O. O. (2015). A pilot study on the use of mobile augmented reality for interactive experimentation in quadratic equations. *Mathematical Problems in Engineering, 2015*.

Bilgin, E. A. (2018). *Ortaöğretim matematik dersi öğretim programı veri alt öğrenme alanına yönelik farklı farklı teknolojik destekli öğrenme ortamlarının değerlendirilmesi*. Yayınlanmış doktora lisans tezi, Atatürk üniversitesi, Erzurum.

Cahyono, A. N., Sukestiyarno, Y. L., Asikin, M., Ahsan, M. G. K., & Ludwig, M. (2020). Learning mathematical modelling with augmented reality mobile math trails program: How can ıt work? *Journal on Mathematics Education, 11*(2), 181-192.

Cai, S., Liu, E., Yang, Y., & Liang, J. C. (2019). Tablet-based AR technology: Impacts on students' conceptions and approaches to learning mathematics according to their self-efficacy. *British Journal of Educational Technology*, *50*(1), 248-263.

Cascales-Martínez, A., Martínez-Segura, M. J., Pérez-López, D., & Contero, M. (2016). Using an augmented reality enhanced tabletop system to promote learning of mathematics: A case study with students with special educational needs. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, *13*(2), 355-380.

Demitriadou, E., Stavroulia, K. E., & Lanitis, A. (2020). Comparative evaluation of virtual and augmented reality for teaching mathematics in primary education. *Education and İnformation Technologies, 25*, 381-401.

Fatimah, S., Setiawan, W., Junaeti, E., & Surur, A. S. (2019). Development of smart content model-based augmented reality to support smart learning. *Journal of Science Learning*, *2*(2), 65-70.

Flores-Bascuñana, M., Diago, P. D., Villena-Taranilla, R., & Yáñez, D. F. (2019). On augmented reality for the learning of 3D-geometric contents: A preliminary exploratory study with 6-grade primary students. *Education Sciences, 10*(1), 4.

Gecü-Parmaksız, Z. (2017). *Augmented reality activities for children: a comparative analysis on understanding geometric shapes and improving spatial skills*. Yayınlanmış doktora lisans tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara.

Gün, E. (2014). *Artırılmış gerçeklik uygulamalarının öğrencilerin uzamsal yeteneklerine etkisi*. Yayınlanmış yüksek lisans tezi, Gazi üniversitesi, Ankara

Guntur, M. I. S., & Setyaningrum, W. (2021). The effectiveness of augmented reality in learning vector to improve students’ spatial and problem-solving skills. *International Journal of Interactive Mobile Technologies*, *15*(5), 159-173.

Işık, D. (2019). *Özel öğrenme güçlüğü olan öğrencilerin eğitiminde artırılmış gerçeklik teknolojisiyle zenginleştirilmiş içeriklerin kullanımı*. Yayınlanmış yüksek lisans tezi, Gazi üniversitesi, Ankara.

Ivonne, H. P. A., Alberto, M. P. M., & Guadalupe, C. F. R. (2020). Augmented reality application for teaching basic operations with fractions of the same denominator. *Journal of Computer Science, 16*(7), 1042-1062.

İbili, E. (2013). *Geometri dersi için artırılmış gerçeklik materyallerinin geliştirilmesi, uygulanması ve etkisinin değerlendirilmesi*. Yayınlanmamış Doktora Tezi. Ankara, Gazi Üniversitesi.

İbili, E. ve Billinghurst, M. (2019). Assessing the relationship between cognitive load and the usability of a mobile augmented reality tutorial system: a study of gender effects. *International Journal of Assessment Tools in Education, 6*(3), 378-395.

İbili, E., & Şahin, S. (2015). Geometri öğretiminde artırılmış gerçeklik kullanımın öğrencilerin bilgisayara yönelik tutumlarına ve bilgisayar öz-yeterlilik algılarına etkisinin incelenmesi. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi, 9*(1), 332-350.

Kounlaxay, K., Shim, Y., Kang, S. J., Kwak, H. Y., & Kim, S. K. (2021). Learning media on mathematical education based on augmented reality. *KSII Transactions on Internet and Information Systems (TIIS), 15*(3), 1015-1029.

Lozada-Yánez, R., La-Serna-Palomino, N., & Molina-Granja, F. (2019). Augmented Reality and MS-Kinect in the Learning of

Basic Mathematics: KARMLS Case. *International Education Studies, 12*(9), 54-69.

Mailizar., & Johar, R. (2021). Examining students' ıntention to use augmented reality in a project-based geometry learning environment. *International Journal of Instruction, 14*(2), 773-790. https://doi.org/10.29333/iji.2021.14243a

Martínez, N. P. S., Hernández-Nieto, C., Quintero, E., Sánchez, X., & González-Mendívil, E. (2016). Augmented realıty. *Ergodesign & HCI, 4*(1), 49-54.

Miundy, K., Zaman, H. B., Nosrdin, A., & Ng, K. H. (2019). Evaluation of visual based Augmented Reality (AR) learning application (V-ARA-Dculia) for dyscalculia learners. *JOIV: International Journal on Informatics Visualization, 3*(4), 343-354.

Muhammad, K., Khan, N., Lee, M. Y., Imran, A. S., & Sajjad, M. (2021). School of the future: A comprehensive study on the effectiveness of augmented reality as a tool for primary school children's education. *Applied Sciences, 11*(11), 5277.

Önal, N. (2017). Artırılmış gerçeklik eğitim uygulamaları ilköğretim matematik öğretmen adaylarının akademik motivasyonlarını etkiler mi? *Itobiad: Journal of the Human & Social Science Researches, 6*(5), 2847-2857.

Önal, N., Ibili, E., & Çaliskan, E. (2017). Does teaching geometry with augmented reality affect the technology acceptance of elementary school mathematics teacher candidates? *Online Submission, 8*(19), 151-163.

Özçakır, B. (2017). *Fostering spatial abilities of seventh graders through augmented reality environment in mathematics education: a design study*. Yayınlanmış doktora lisans tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara.

Özçakır, B., & Aydın, B. (2019). Artırılmış gerçeklik deneyimlerinin matematik öğretmeni adaylarının teknoloji entegrasyonu öz-yeterlik algılarına etkisi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT), 10*(2), 314-335.

Özdemir, D., & Özçakır, B. (2019). Kesirlerin öğretiminde artırılmış gerçeklik etkinliklerinin 5. sınıf öğrencilerinin matematik başarılarına ve tutumlarına etkisinin incelenmesi. *Adıyaman Üniversitesi Eğitim Bilimleri Dergisi, 9*(1), 21-41.

Poçan, S. (2019). *Mobil teknoloji destekli dikişsiz öğrenme ortamlarının 7.sınıf cebir ünitesinde öğrenci başarı ve motivasyonuna etkisi ile sürece ilişkin öğrenci ve veli görüşleri*. Yayınlanmış doktora lisans tezi, İnönü üniversitesi, Malatya.

Rebollo, C., Remolar, I., Rossano, V., & Lanzilotti, R. (2021). Multimedia augmented reality game for learning math. *Multimedia Tools and Applications*, 1-18.

Reyes, C. G. (2020). Perception of high school students about using Metaverse in augmented reality learning experiences in mathematics. *Pixel-Bit: Media and Education Magazine*, *58*, 143-159.

Rohendi, D., & Wihardi, Y. (2020). Learning three-dimensional shapes in geometry using mobile-based augmented reality. *International Journal of Interactive Mobile Technologies*, *14*(9).

Salinas, P., & Pulido, R. (2016). Understanding the conics through augmented reality. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, *13*(2), 341-354.

Sarkar, P., Kadam, K., & Pillai, J. S. (2020). Learners' approaches, motivation and patterns of problem-solving on lines and angles in geometry using augmented reality. *Smart Learning Environments*, *7*(1), 1-23.

Saundarajan, K., Osman, S., Kumar, J., Daud, M., Abu, M., & Pairan, M. (2020). Learning algebra using augmented reality: A preliminary investigation on the application of photomath for lower secondary education. *International Journal of Emerging Technologies in Learning (iJET), 15*(16), 123-133.

Sudirman, S., Mellawaty, M., Yaniawati, P., & Indrawan, R. (2020). Integrating local wisdom forms in augmented reality application: Impact attitudes, motivations and understanding of geometry of pre-service mathematics teachers'. *International Association of Online Engineering. 14*(11).91-106.

Topraklıkoğlu, K. (2018). *Üç boyutlu modellemenin kullanıldığı artırılmış gerçeklik etkinlikleri ile geometri öğretimi*. Yayınlanmış yüksek lisans tezi, Balıkesir üniversitesi, Balıkesir.

Tosik-Gün, E. ve Atasoy, B. (2017). Artırılmış gerçeklik uygulamalarının ilköğretim öğrencilerinin uzamsal yeteneklerine ve akademik başarılarına etkisi. *Eğitim ve Bilim*, *42*(191), 31-51. doi:http://dx.doi.org/10.15390/EB.2017.7140

Vakaliuk, T. A., Shevchuk, L. D., & Shevchuk, B. V. (2020). Possibilities of using AR and VR technologies in teaching mathematics to high school students. *Universal Journal of Educational Research, 8*(11B), 6280-6288.

Velázquez, F. D. C., & Méndez, G. M. (2021). Application in augmented reality for learning mathematical functions: A study for the development of spatial intelligence in secondary education students. *Mathematics, 9*(4), 1-19.

Wangid, M., Rudyanto, H., & Gunartati, G. (2020). The use of ar-assisted storybook to reduce mathematical anxiety on elementary school students. *International Association of Online Engineering, 14*(6).195-204.

BÖLÜM 4

MATEMATİK ÖĞRETMENİ ADAYLARININ MATEMATİKSEL MODELLEME YETERLİKLERİNİN İNCELENMESİ: DEVİN BOTU PROBLEMİ

Doç. Dr. Muhammet DORUK[1]

DOI: https://dx.doi.org/10.5281/zenodo.10084737

[1] Hakkari Üniversitesi, Eğitim fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programı, Hakkari, Türkiye, ORCID: 0000-0003-3085-1706, mdoruk20@gmail.com

GİRİŞ

Eğitimin işlevlerinden birisi bireylerin ihtiyaç duyduğu bilgi ve beceriyi kazandırmaktır. Eğitim sayesinde sosyalleşme ve toplumsal uyum sağlanır. Bu nedenle öğretim programları gerçek hayatta karşılaşılabilecek problemlerin çözülmesine yardımcı olacak şekilde planlanmalıdır. Gerçek hayatta ihtiyaç duyulan beceri alanlarından bir tanesi de matematiktir. Karşılaşılan bazı problemlerin çözümünde matematiksel becerilere ihtiyaç duyulmaktadır. Bu nedenle öğretim kurumları matematik okuryazarı olma durumunu önemsemeli ve bu çerçevede öğretim programlarını matematiksel kavramların gerçek hayatla ilişkilendirilmesine odaklanan öğretim yöntemleri ile desteklemelidir. Matematiğin gerçek hayat ile ilişkisine odaklanan öğretim yöntemlerinden biri olarak matematiksel modelleme yaklaşımı ön plana çıkmaktadır.

Matematiksel modelleme sürecinde model ve modelleme önemli kavramlardır. Çiltaş (2011) modeli, kavramlar, ilişkiler ve semboller kullanılarak gerçek hayat durumlarını temsil eden zihinsel resimler olarak açıklamıştır. Özturan Sağırlı'ya (2010) göre karmaşık gerçek hayat durumlarının şekil ve sembollerle basitleştirilmesidir. Lesh ve Doerr (2003) ise modeli işlem, ilişki ve kurallar gibi farklı yapıları barındıran zihindeki kavramsal sistemlerin dış dünyaya aktarılması olarak açıklamıştır. Bu tanımlardan yola çıkarak model kavramı, gerçek hayattaki durumları temsil etmeye yarayan zihinsel araçlar olarak görülebilir. Matematiksel bir gösterim olan matematiksel model (Ünlü, 2023) ise gerçek hayattan alınan problemin bazı varsayımlara göre, değişkenleri ve ilişkileri belirleyerek tablo, grafik, denklem, fonksiyon gibi matematiksel yapılar ile temsil edilmesidir (Berry ve Houston, 1995; Dost, 2019; Kertil vd., 2016). Literatür incelendiğinde matematik eğitiminde kullanılan iki farklı yapıdaki modellerden söz edilebilir (Lesh ve Doerr, 2003). Bunlardan ilki matematiksel kavramların anlamlandırılmasında kullanılan, dış görünüşleri ve fiziksel özellikleri ile dikkate alınan modellerdir (kesir takımları, sayma pulları vb.). Diğeri ise bireylerin geliştirdiği zihinsel modellerdir (Dede vd., 2021).

Modelleme, genel olarak gerçek hayattan alınan bir durumun modelini oluşturma süreci olarak tanımlanır (Erbaş vd., 2014). Matematiksel modelleme ise gerçek hayat problemlerinin çözümünde; matematiksel modellerin oluşturulmasının, problemin çözülerek sonuçların gerçek yaşam ile yorumlanmasının gerekli olduğu karmaşık bir süreçtir (Peter Koop, 2004). Matematiksel modelleme, modeller yardımıyla gerçek yaşam durumunun matematik dünyasına transfer edildiği, matematik dünyası içerisinde problemin çözülerek sonuçların doğrulanıp gerçek hayat bağlamında yorumlandığı döngüsel sürecin adıdır (Crouch ve Haines, 2007). Matematiksel model ile matematiksel modelleme arasında ürün ve süreç temelli bir ilişki vardır. Matematiksel modelleme süreci sonunda elde edilen ürüne matematiksel model denilirken, gerçek hayat probleminin çözümü için model oluşturma ve modeli geliştirme süreci matematiksel modelleme olarak ifade edilmektedir (Sriraman, 2005). Buna göre matematiksel modelleme süreci gerçek hayat ile matematik dünyası arasında karşılıklı geçişlerin olduğu dinamik bir süreçtir. Matematiksel model, modelleme süreci sonunda elde edilen bir ürün, matematiksel modelleme ise gerçek hayat probleminin çözümü için matematiksel modelin oluşturularak çözüme ulaşıldığı ve elde edilen çözümün gerçek hayat ile yorumlandığı bir süreç olarak düşünülebilir.

Matematiksel modellemenin bir süreç olduğundan hareketle bazı araştırmacılar modelleme sürecini betimlemeye çalışmışlardır. Birçok modelleme süreci ifade edilmiştir. Bazı araştırmacılar modelleme sürecinin gerçek yaşam durumu ile matematiksel dünya ilişkisini basit olarak sunmayı (Berry ve Hauston, 1995; Müller ve Wittmann, 1984; Swetz ve Hartzler, 1991), bazı araştırmacılar ise bu aşamaları detaylı olarak sınıflandırmayı tercih etmişlerdir (Blomhøj ve Jensen, 2006; Doerr, 1997; Hıdıroğlu, 2012). Müller ve Wittmann (1984), matematiksel modelleme sürecini; gerçek yaşam durumundan model kurma yoluyla matematiksel modele, matematiksel modelden modeldeki verilen işlenmesi ile matematiksel çözüme, matematiksel çözümden yorumlama ile gerçek yaşam durumuna ilişkin çıkarımlara ulaşılan bir süreç olarak betimlemiştir. Berry ve Davies (1996) modelleme sürecinin; sırasıyla gerçek yaşam problem durumu, modeli formüle etme, matematiksel olarak çözme, çözümü yorumlama, çözümü değerlendirme, raporlama/modeli revize etme adımlarından oluşan bir döngü olduğunu belirtmiştir. Doerr'e (1997) göre modelleme süreci; gerçek hayat problem durumu, modele ve işleme karar verme, değerlendirme, yorumlama ve yeniden yapma, veriyi ve bilgiyi elde etme, problemle karşılaştırma ve onu tanıma basamaklarının karşılıklı etkileşimi olarak gösterilmiştir. Hıdıroğlu (2012) matematiksel modelleme sürecinin temel yapısını; karmaşık gerçek yaşam durumu, gerçek yaşam problem durumu, gerçek yaşam problem durumunun modeli, yardımcı matematiksel modeller, ana matematiksel modeller, matematiksel çözüm, gerçek yaşam çözümü, kısa çözüm raporu adımları ile detaylandırmıştır. Modelleme sürecine yönelik sunulan birçok öneri dikkate alındığında matematiksel modelleme sürecinin gerçek yaşam problem durumundan matematik dünyası arasında çeşitli şekillerde ilerleyen karşılıklı ve döngüsel bir süreç olduğunu söylemek mümkündür.

Matematiksel modellemenin matematik eğitiminde iki farklı yaklaşım ile ön plana çıktığı görülmektedir. Bu yaklaşımların birincisi matematiksel modellemenin öğretime yönelik bir araç olarak kullanılmasıdır. Yani matematiksel modelleme ile öğrenmedir (Kertil vd., 2016). Diğer yaklaşım ise matematiksel modellemenin bir amaç olarak kullanılmasıdır. Burada amaç matematiksel modellemeyi öğrenmedir (Kertil vd., 2016). Matematiksel modelleme sayesinde öğrencilerin bazı istendik davranışlar kazanması amaçlanmaktadır. Söz konusu davranış değişikliği meydana getirme sürecinde matematiksel model oluşturma etkinlikleri önemli bir yer tutmaktadır. Her yaş grubunda yapılan araştırmalarda modelleme etkinlikleri ile yapılan öğretimlerin öğrencilerin bir takım bilişsel ve duyuşsal becerilerini olumlu yönde etkilediği tespit edilmiştir (İncikabı, 2020; Deniz, 2023; Duman, 2023; Duran, 2023).

Öğrenciler üzerinde birçok olumlu etkisi bulunan matematiksel modelleme etkinliklerinin birtakım özelliklere sahip olması gerekmektedir. Lesh ve diğerleri (2000) bu özellikleri altı prensipte belirlemiş ve açıklamıştır. Bu prensipler; gerçeklik, model oluşturma, öz değerlendirme, yapı belgelendirme, model genelleme ve etkili prototiptir. Gerçeklik prensibiyle etkinliğin içerik itibariyle gerçek yaşamda anlamlı olabilecek durumların olması ve öğrencilerin kendilerinden yardım isteyecek gerçek kişilerin olmasıdır. Model oluşturma ile öğrencilerin ürün olarak kelime ya da sayı değil, model oluşturmalarının gerektiği ifade edilmektedir. Öz değerlendirme, problem durumunun öğrencilerin yaptıkları çözümlerin doğruluğunu grup arkadaşları ile tartışabilmelerine ve bir karara varabilmelerine imkân sağlaması anlamındadır. Yapı belgelendirmeden kasıt, öğrencilerin çözümlerinde tüm düşüncelerini ayrıntılı olarak ifade edebilmesidir. Model genellemede prensibinde oluşturulan model benzer durumlarda genellenebilir, yeniden kullanılabilir ve başkalarıyla paylaşılabilir olmalıdır. Etkili prototip prensibinden, oluşturulan modelin ileride karşılaşılacak benzer durumlarda kullanılabilir olması ve ilk örnek oluşturması anlaşılmalıdır.

Matematiksel modelleme, matematik eğitiminde bir araç olarak kullanılabileceği gibi başlı başına bir amaç olarak da değerlendirilebilir. Matematiksel modellemeye yönelik beceriler matematik eğitiminin geliştirmeyi amaçladığı beceriler arasındadır. Nitekim NCTM (2000), bütün sınıf seviyelerindeki matematik öğretim programlarında problem çözme sürecinde matematiksel modellemeden yararlanılması gerektiğini ifade etmiştir. MEB (2013, 2018) özellikle ilkokul ve ortaokul düzeyinde doğrudan ya da dolaylı olarak öğrencilerin matematiksel modelleme becerilerine sahip olmasını istemektedir. Örneğin güncel Matematik Dersi Öğretim Programı’nda (MEB, 2018), “Matematik okuryazarlığı becerilerini geliştirme ve kullanma”, “Matematiksel kavramları anlama ve gerçek hayatta kullanma”, “Problem çözme sürecinde kendi düşünme ve akıl yürütmelerini rahatlıkla ifade edebilme", "Matematiksel düşüncelerini mantıklı bir şekilde açıklamak ve paylaşmak için matematiksel dili ve terminolojiyi doğru kullanma", "Üstbilişsel bilgi ve becerilerini geliştirme" gibi matematiksel modelleme sürecinin özellikleri ile ilişkili özel amaçlara yer verilmiştir. Ayrıca ilkokul ve ortaokul düzeyinde "Modeller kullanarak ya da modelleme yaparak toplama ve çıkarma işlemlerini içeren uzunluk problemlerini çözme", "Örüntüye uygun modelleme çalışmaları yaptırma", "Gerçek hayat durumları ve uygun kesir modelleriyle yapılacak çalışmalara yer verme", "Gerçek hayatla ilişkili modellemelerde eğimin dikey uzunluğun yatay uzunluğa oranı olduğu dikkate alma" gibi birçok kazanıma yer verilmiştir. Buradan hareketle matematik eğitiminin başlıca amaçlarından birinin öğrencilerin matematiksel modelleme yeterliğine sahip olmaları olduğu söylenebilir.

Öğrencilerin matematiksel modelleme problemlerinde başarılı olabilmeleri için modelleme yeterliklerini kullanmalarına ihtiyaç vardır (Tekin Dede, 2015). Matematiksel modelleme yeterlikleri, modelleme problemlerinin çözülebilmesi için gerekli olan yetenek ve becerilerdir (Maaß, 2006). Matematiksel modelleme sürecinin tüm adımlarında karşılaşılan güçlüklerin üstesinden gelmek için bilinçli ve istekli olma durumudur (Blomhoj ve Jensen, 2003; Jensen, 2007). Öğrencilerin matematiksel modelleme konusunda başarılı olmaları için gereken matematiksel yeterlikler çeşitli şekillerde ifade edilmiştir. Bukova Güzel (2019) detaylı bir literatür incelemesi sonucunda modelleme yeterliklerinin bilişsel, duyuşsal, sosyal ve üstbilişsel yeterlikler altında toplandığını ifade etmiştir. Üstbilişsel yeterlikler; modelleme süreci bilgisine sahip olma, süreçteki etkinlikleri planlama, kontrol etme ve doğrulama, çözümü yargılama, gerçek yaşam problemi oluşturma, yön bulma duyusunu kullanma olarak belirtilmiştir. İnançlar, motivasyon gibi özellikler modelleme sürecinin duyuşsal yeterlikleri arasında yer almıştır. Grup içinde tartışma, matematiği kullanarak iletişim kurma, tartışma ve çözüm sunma gibi beceriler sosyal yeterlikler kapsamında ele alınmıştır (Bukova Güzel, 2009). Borromeo Ferri (2010) bilişsel yeterlikleri problemi anlama, sadeleştirme, matematikselleştirme, matematik olarak çalışma, yorumlama ve doğrulama olarak belirlemiştir. Bu çalışmanın ilgi alanına giren bilişsel yeterliklerden problemi anlama alt yeterliğinde problemin tam olarak anlaşıldığını gösteren ifadelere yer verilmesi, verilen ve istenenin belirlenip aralarındaki uygun bir ilişki kurulması beklenir. Gerekli/gereksiz değişkenleri belirleme ve gerçekçi varsayımlarda bulunma sadeleştirme yeterliğinin göstergeleri arasındadır. Gerçekçi varsayımlara dayalı olarak doğru matematiksel modeller oluşturma, modelleri açıklama ve birbiriyle ilişkilendirme matematikselleştirme yeterliği kapsamındadır. Doğru oluşturulan matematiksel modelleri kullanarak doğru çözüme ulaşma, matematiksel olarak çalışma yeterliği bağlamında değerlendirilir. Elde edilen doğru çözümü gerçek yaşam bağlamında doğru yorumlama, yorumlama yeterliğine sahip bir bireyin özelliğidir. Son olarak doğrulama yaklaşımında, bulunan ve belirlenen hataların düzeltilmesi gerekmektedir.

Öğrenciler için matematiksel modelleme yeterliğine sahip olmak ne kadar önemli ise öğretmenler için de aynı oranda önemli olmalıdır. Gerekli yeterliğe sahip olmayan öğretmenlerin öğrencilerine de bu yeterliği kazandırma adına istekli olmayacakları kuvvetle muhtemeldir. Bu yüzden matematik öğretmenlerinin öğretmen yetiştiren kurumlardan matematiksel modelleme yeterliklerine sahip olarak mezun olmaları önemlidir. O halde geleceğin matematik öğretmeni olacak olan öğretmen adaylarının matematiksel modelleme yeterliklerine ne ölçüde sahip oldukları sınanmalıdır. Elde edilen sonuçlar hem verilen eğitimin kalitesini sorgulama hem de tespit edilen güçlüklere yönelik iyileştirici öğretim planları geliştirme adına yararlı olacaktır. Bu çalışma da böyle bir ihtiyacı karşılamak için yapılmıştır. Araştırmada ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme yeterlik düzeylerini ve modelleme sürecinde yaşadıkları güçlükleri ortaya çıkarmak amaçlanmıştır. Bu amaç kapsamında aşağıdaki araştırma sorularına cevap aranmıştır.

- Matematik öğretmeni adaylarının modelleme yeterlikleri hangi düzeydedir?
- Matematik öğretmeni adayları modelleme sürecinde ne tür güçlükler yaşamaktadır?

1. YÖNTEM

1.1. Araştırmanın Modeli

Çalışma, nitel araştırma yaklaşımına uygun olarak tasarlanmıştır. Öğretmen adaylarının modelleme yeterlik düzeyinin belirlenmesi ve sahip oldukları güçlüklerin tespit edilmesi amacıyla yapılan çalışma, bir durum çalışması örneğidir. Durum çalışmaları belirli sınırlar içerisinde bir durumun derinlemesine araştırılmasıdır (Merriam, 2013).

1.2. Araştırma Grubu

Araştırma grubu bir devlet üniversitesinin ilköğretim matematik öğretmenliği programının son sınıfında bulunan 30 matematik öğretmeni adayı ile yürütülmüştür. Araştırma 2023-2024 eğitim öğretim yılının bahar yarıyılında gerçekleştirilmiştir. Öğretmen adaylarına Matematik Öğretiminde Modelleme dersi kapsamında matematiksel model, modelleme, modelleme süreci, modelleme yeterlikleri, modelleme etkinlikleri bağlamında teorik bilgiler verilmiştir. Örnek modelleme problemi olarak Saman Balyası (Borromeo Ferri, 2007) ve Adenauer (Herget, Jahnke ve Kroll, 2001) problemlerinin çözümleri tartışılmıştır. Türkiye'deki eğitim fakülteleri 6 Şubat 2023 tarihinde gerçekleşen depremin etkileri nedeniyle eğitim öğretim faaliyetlerini uzaktan yaptıkları için Matematik Öğretiminde Modelleme dersi çevrimiçi olarak uzaktan işlenmiştir.

1.3. Verilerin Toplanması

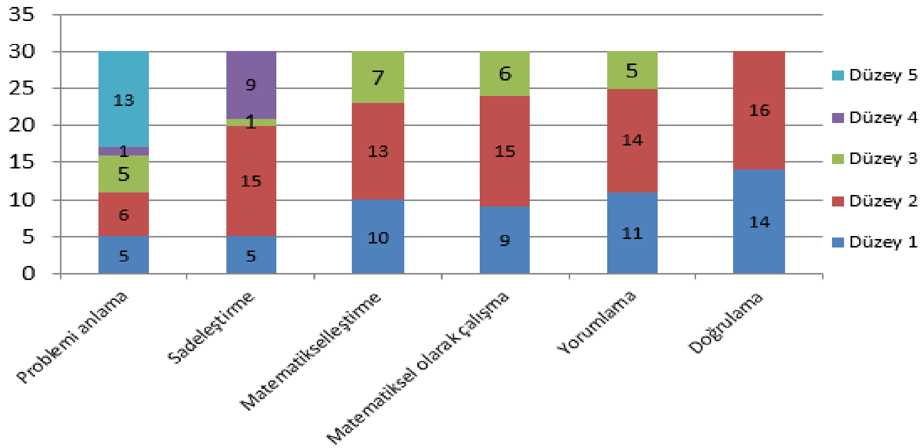
Araştırmanın verileri, öğretmen adaylarının Devin Botu Problemi ile ilişkili altı soruya verdikleri yazılı yanıtlardan elde edilmiştir. Her bir soru sırasıyla problemi anlama, sadeleştirme, matematikselleştirme, matematiksel olarak çalışma, yorumlama ve doğrulama alt yeterliklerine yöneliktir. Devin Botu Problemi, Ural (2018) tarafından matematiksel modelleme problemi olarak tasarlanmış olup çalışmada İncikabı (2020) tarafından kullanılan görsel ile birleştirilmiştir. Öğretmen adayları ile araştırmacı çevrimiçi sınıf ortamında buluşmuşlardır. Araştırmacı çalışmanın amacı ile ilgili bilgi vermiş ve adayların çalışmaya katılıp katılmamakta özgür olduklarını belirtmişlerdir. Bir öğrenci çalışmaya katılmak istemediği için gruptan ayrılmıştır. Söz konusu problem araştırmacı tarafından açıklanmıştır. Öğretmen adaylarından çalışma ile ilgili soruları yanıtlanmıştır. Problem öğretmen adaylarının maillerine gönderilmiştir. Problem çözümü için herhangi bir süre kısıtlamasına gidilmemiştir. Problemin bireysel olarak çözülmesi gerektiği, araştırma için her türlü kaynaktan yararlanabilecekleri belirtilmiştir. Öğretmen adaylarından probleme yönelik verdikleri yanıtları taratarak ya da fotoğrafını çekerek araştırmacının elektronik posta adresine göndermeleri rica edilmiştir. Öğretmen adayları en geç 100 dakika içerisinde çözümlerini tamamlamışlardır. Veri toplama aracı ek olarak çalışmanın sonunda yer almaktadır.

1.4. Verilerin Analizi

Öğretmen adaylarının probleme ait verdikleri yanıtlar betimsel analiz yöntemine göre çözümlenmiştir. Öğretmen adaylarının modelleme yeterlik düzeyinin tespiti için Tekin Dede ve Bukova Güzel (2018) tarafından oluşturulan Modelleme Yeterlikleri Değerlendirme Rubriği (MYDR) kullanılmıştır. MYDR altı alt yeterlikten oluşmaktadır. Problemi anlama alt yeterliği beş düzeyden oluşmaktadır. Problemi anladığını gösteren ifadelere yer verme, verilenleri ve isteyenleri belirleme ve aralarında ilişki kurma göstergelerindeki yeterliğe göre Düzey 1'den Düzey 5'e göre derecelendirilmektedir. Sadeleştirme alt yeterliği dört düzeyden oluşmaktadır. Problemi sadeleştirme, gerekli/gereksiz değişkenleri belirleme ve gerçekçi varsayımlarda bulunma kriterlerindeki başarı durumuna göre Düzey 1'den Düzey 4'e doğru sıralanmaktadır. Matematikselleştirme alt yeterliği beş düzeyde değerlendirilmektedir. Gerçekçi varsayımlara göre doğru matematiksel modeller oluşturma, modelleri açıklama ve birbiriyle ilişkilendirme göstergelerindeki yeterliklere göre Düzey 1 ile Düzey 5 arasında derecelendirilmektedir. Beş düzeye ayrılan matematiksel olarak çalışma alt yeterliği için belirtilen göstergeler, doğru matematiksel modeller kurma ve modelleri doğru bir şekilde çözmedir. Yorumlama alt yeterliği de beş düzeyden oluşmaktadır. Doğru matematiksel çözüm elde etme ve çözümü gerçek yaşam bağlamında doğru yorumlama özelliklerini karşılama durumlarına göre Düzey 1 ile Düzey 5 arasında derecelendirilmektedir. Son alt yeterlik olan doğrulama, yedi düzeyde değerlendirilmiştir. Doğrulama yaklaşımında bulunma ve belirlenen hataları düzeltme aşamalarındaki başarıya göre Düzey 1'den Düzey 7'ye doğru sıralanmaktadır. Ayrıca her alt yeterlikte, öğretmen adaylarının yaşadıkları güçlükler betimlenmiş ve öğrencilerin yazılı ifadeleri üzerinde hiçbir değişiklik yapılmadan sıklıkla sunulmuştur.

2. BULGULAR

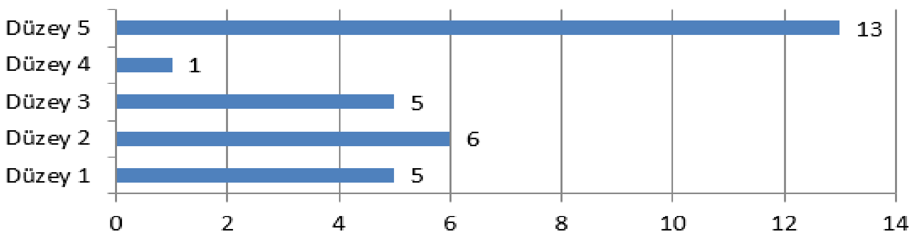
Bu bölümde, öğretmen adaylarının devin botu problemi ile ilgili modelleme yeterlikleri sunulmuştur. Modelleme yeterlikleri problemi anlama, sadeleştirme, matematikselleştirme, matematiksel olarak çalışma, yorumlama ve doğrulama alt yeterlikleri çerçevesinden incelenmiştir. Öğretmen adaylarının devin botu modelleme problemine için yaptıkları çözümlerinin incelenmesiyle elde edilen modelleme yeterlik düzeyleri Şekil 1'de özet olarak sunulmuştur.



Şekil 1. Öğretmen adaylarının modelleme yeterlik düzeyleri

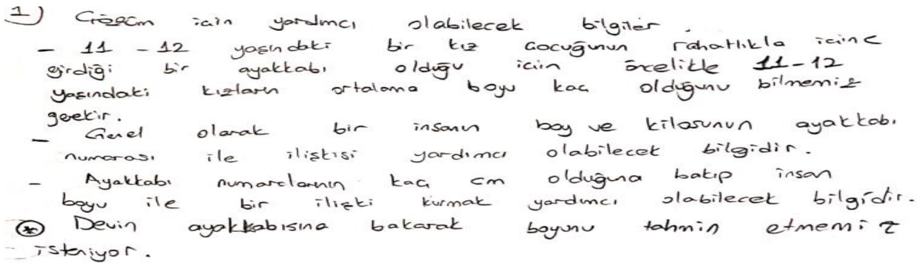
Şekil 1 incelendiğinde problemi anlama boyutunda öğrencilerin yaklaşık yarısının beşinci düzeyde olduğu, bir öğretmen adayının dördüncü düzeyde yer aldığı görülmüştür. Diğer öğretmen adaylarının ise benzer sayıda birinci, ikinci ve üçüncü düzeyde yer aldıkları belirlenmiştir. Buna göre öğretmen adaylarının yaklaşık yarısının problemi tam olarak anlayabildiği, verilen ve istenenleri doğru tespit ederek aralarındaki ilişkiyi kurabildikleri ortaya çıkmıştır. Öğretmen adaylarının yarısından çoğunun ise problemin tam olarak anlaşılabilmesi noktasında güçlük yaşadıkları görülmüştür. Dört düzeyden oluşan sadeleştirme alt yeterliğinde öğretmen adaylarının üçte birinin problemi sadeleştirerek gerekli/gereksiz değişkenleri seçebildiği ortaya çıkmıştır. Öğretmen adaylarının üçte ikisi bu konuda güçlük yaşamışlardır. Beş düzeyden oluşan matematikselleştirme, matematiksel olarak çalışma ve yorumlama alt yeterliklerinde öğretmen adaylarının birinci, ikinci ve üçüncü düzeyde oldukları tespit edilmiştir. Dördüncü ve beşinci düzeyde hiçbir öğretmen adayı yer almamıştır. Buna göre öğretmen adaylarının model oluşturma, modeli çözme ve elde edilen çözümü gerçek hayat bağlamında yorumlamada başarısız oldukları söylenebilir. Üçüncü düzeydeki öğrenci sayılarındaki azalma gidişatına bağlı olarak öğretmen adaylarının alt yeterlikler ilerledikçe başarısızlıklarının arttığı söylenebilir. Yedi düzeyden oluşan doğrulama alt yeterliğinde, öğretmen adaylarının birinci ve ikinci düzeyde yer aldığı tespit edilmiştir. Öğretmen adaylarının en başarısız oldukları alt yeterliğin doğrulama alt yeterliği olduğu net bir şekilde ortaya çıkmıştır. Aşağıdaki bölümlerde öğretmen adaylarının modelleme problemine yaptıkları çözümler alt yeterlikler bağlamında detaylı incelenmiştir.

2.1. Problemi Anlama Yeterliğine İlişkin Bulgular



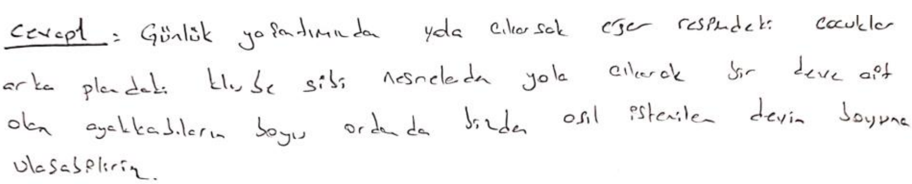
Şekil 2. Problemi anlama alt yeterlik düzeyleri

Öğretmen adaylarının matematiksel modelleme problemini tam olarak anlayabilmesi için, problemi tam olarak anladığını gösteren ifadeler kullanması, verilen ve isteneni doğru belirleyip aradaki ilişkiyi kurabilmesi gerekir. Şekil 2'ye bakıldığında öğretmen adaylarının yaklaşık yarısının problemi anlama noktasında yeterli bulunurken, diğer yarısının yetersiz olduğu görülmüştür. 13 öğretmen adayı problemin çözümü için verilen ve istenenleri doğru belirleyip aralarındaki ilişkiyi doğru kurabilmiştir. Örnek olarak sunulan Şekil 2a'daki öğretmen adayının problem çözümü incelendiğinde; verilen ve istenenleri doğru olarak belirleyebildiği, çözüm için gerekli olan ilişkileri kurabildiği belirlenmiştir.


1) Çözüm için yardımcı olabilecek bilgiler.
– 11 – 12 yaşındaki bir kız çocuğunun rahatlıkla içine girdiği bir ayakkabı olduğu için öncelikle 11-12 yaşındaki kızların ortalama boyu kaç olduğunu bilmemiz gerekir.
– Genel olarak bir insanın boy ve kilosunun ayakkabı numarası ile ilişkisi yardımcı olabilecek bilgidir.
– Ayakkabı numaralarının kaç cm olduğuna bakıp insan boyu ile bir ilişki kurmak yardımcı olabilecek bilgidir.
(*) Devin ayakkabısına bakarak boyunu tahmin etmemiz isteniyor.

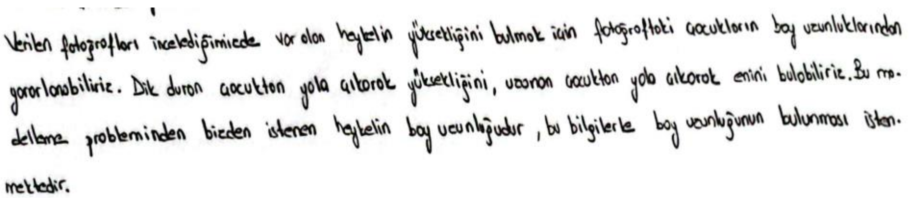
Şekil 2a

Bir öğretmen adayı problemi tam olarak anladığına yönelik açıklamalar yapmasına rağmen problemin çözümünde yardımcı olacak verilenlerin yanında problemin çözümü ile ilgili olmayan bilgilere de yer vermiştir. Aşağıdaki şekilde öğretmen adayı resimde verilen kulübenin de çözümde kullanılabileceğini ifade etmiş fakat çözümünde bu veriyi kullanmamıştır. Bununla birlikte çocuklardan yararlanarak öncelikle devin ayakkabı boyunu daha sonra da devin boyuna ulaşılacağını ifade ederek verilen ve istenen arasında makul bir ilişki kurmuştur. Şekil 2b'de öğretmen adayının cevabı sunulmuştur.


Cevap: Günlük yaşantımızda yola çıkarsak eşyalar resimdeki çocuklar arka plandaki kulübe gibi nesnelerden yola çıkarak bir deve ait olan ayakkabıların boyu ordan da bizden asıl istenilen devin boyuna ulaşabiliriz.

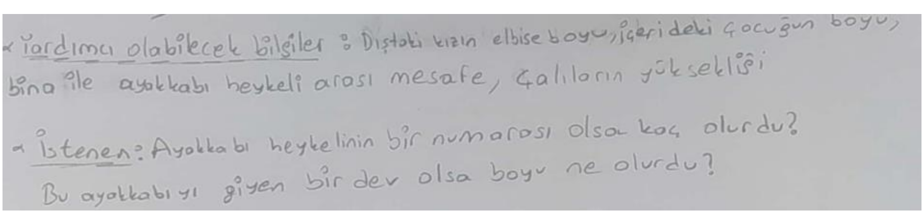
Şekil 2b

Beş öğretmen adayı problemde verilen ve istenenleri belirtmesine rağmen çözüme katkı sağlayacak, verilen ve istenen arasındaki ilişkiye yönelik yetersiz açıklamalar yapmışlardır. Örneğin Şekil 2c'de sunulan açıklamalarda öğretmen adayı resimdeki kızların boylarından yararlanılarak devin boyunun bulunacağının belirterek verilen ve isteneni ifade etmiştir. Buna rağmen devin boyunu bulmak için kızların boylarından botun bilek boyu ve eninin bulunacağını belirtmiştir. Burada verilen ile istenen arasında çözümü veren bir ilişki net olarak kurulamamıştır. Öğretmen adayının belirttiği bu bilgiler çözümünde de yer almamıştır.


Verilen fotoğrafları incelediğimizde var olan heykelin yüksekliğini bulmak için fotoğraftaki çocukların boy uzunluklarından yararlanabiliriz. Dik duran çocuktan yola çıkarak yüksekliğini, uzanan çocuktan yola çıkarak enini bulabiliriz. Bu modelleme probleminden bizden istenen heykelin boy uzunluğudur, bu bilgilerle boy uzunluğunun bulunması istenmektedir.

Şekil 2c

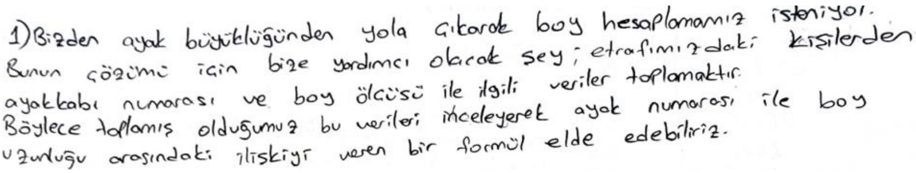
Altı öğretmen adayı kısmen problemi anladığını gösteren ifadeler kullanmış, çözüme yardımcı olan verilenlerin bir kısmını belirlemiş fakat verilenler ile istenenler arasında bir ilişki kuramamış ya da yanlış ilişkiler kurmuştur. Örneğin Şekil 2d'deki örnekte, verilen olarak çocuğun boyunun yanında perspektiften dolayı kullanımı uygun olmayan bina ve çalı yüksekliği gibi değişkenler de belirtilmiştir. Problemin kısmen anlaşıldığını belirten ifadeler kullanılmış fakat verilen ile istenen arasında ilişki kurulmamıştır.


* Yardımcı olabilecek bilgiler: Dıştaki kızın elbise boyu, içerideki çocuğun boyu, bina ile ayakkabı heykeli arası mesafe, çalıların yüksekliği

* İstenen: Ayakkabı heykelinin bir numarası olsa kaç olurdu? Bu ayakkabıyı giyen bir dev olsa boyu ne olurdu?

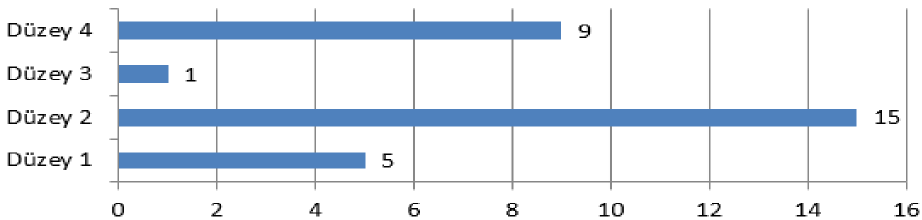
Şekil 2d

Son olarak beş öğretmen adayının problemi anlama noktasında güçlük yaşadığı ortaya çıkmıştır. Bu öğretmen adayları genellikle resimdeki verilenlerden sonuca gitmek yerine istatistiki veriler bulmaya çalışarak ayakkabı numarası ile boy arasında bir ilişki bulmaya odaklanmışlardır. Şekil 2e'de örnek ifadeler sunulmuştur.



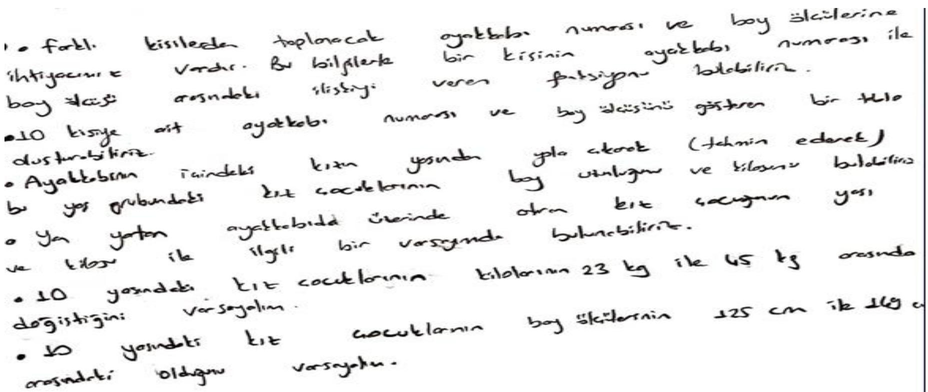
Şekil 2e

2.2. Sadeleştirme Yeterliğine İlişkin Bulgular



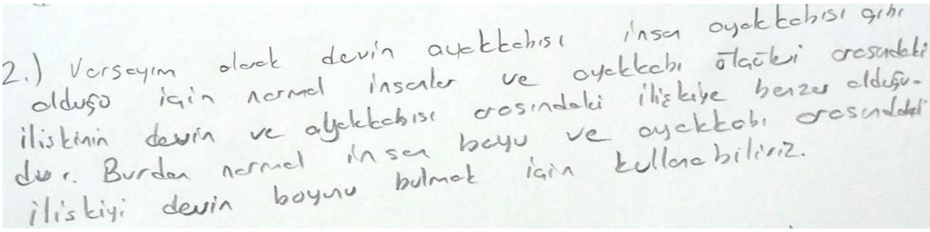
Şekil 3. Sadeleştirme alt yeterlik düzeyleri

Modelleme problemlerinde sadeleştirme yeterliği, problemi sadeleştirme, gerekli/gereksiz değişkenleri belirleme ve gerçekçi varsayımlarda bulunma olarak tanımlanmaktadır. Devin botu problemi için birden çok çözüm yolu olabilmektedir. Resimdeki botun içinde ayakta duran kızın özelliklerini kullanarak çözüme gitmek isteyen öğretmen adayı için kızın boyu, kızın boyundan yararlanarak devin ayakkabı uzunluğu, ayakkabı uzunluğundan da devin boy uzunluğuna ulaşmak bir çözüm planı olabilir. Bu plandaki değişkenler; kızın boyu, devin ayakkabı uzunluğu ve devin boy uzunluğu olarak belirlenebilir. Bu değişkenlerin değerlerini tespit edebilmek için bazı gerçekçi varsayımlara ihtiyaç vardır. Bu varsayımlardan bazıları; kız çocuğunun yaşı, çocuğun duruş pozisyonu, çocuğun durduğu tabanın özellikleri, botun deve tam uyup uymadığı, devin insanlara özgü gelişim sergileyip sergilemediği, ayakkabı numarası ya da ayak uzunluğu ile boy uzunluğu arasında doğrusal bir ilişki olup olmadığına şeklinde sıralanabilir. Şekil 3'e göre, öğretmen adaylarının yaklaşık üçte birinin problemi sadeleştirme konusunda istenen yeterliğe sahip olduğu ortaya çıkmıştır. Dokuz öğretmen adayı yukarıda ifade edilen değişkenleri doğru bir şekilde belirleme ve gerçekçi varsayımlarda bulunma konusunda yeterli görülmüştür. Örneğin Şekil 3a'daki örnek açıklamalarda, öğretmen adayının değişken olarak kızın boyu, devin ayakkabı numarası ve devin boyu değişkenlerini dikkate aldığı, kızın boyu ile ayakkabı numarası arasında gerçekçi varsayımları dikkate aldığı görülmüştür.


• farklı kişilerden toplanacak ayakkabı numarası ve boy ölçülerine
ihtiyacımız vardır. Bu bilgilerle bir kişinin ayakkabı numarası ile
boy ölçüsü arasındaki ilişkiyi veren fonksiyonu bulabiliriz.
• 10 kişiye ait ayakkabı numarası ve boy ölçüsünü gösteren bir tablo
oluşturabiliriz.
• Ayakkabının içindeki kızın yaşından yola çıkarak (tahmin ederek)
bu yaş grubundaki kız çocuklarının boy uzunluğunu ve kilosunu bulabiliriz.
• Yan yatan ayakkabıda üzerinde oturan kız çocuğunun yaşı
ve kilosu ile ilgili bir varsayımda bulunabiliriz.
• 10 yaşındaki kız çocuklarının kilolarının 23 kg ile 45 kg arasında
değiştiğini varsayalım.
• 10 yaşındaki kız çocukların boy ölçülerinin 125 cm ile 169 c
arasındaki olduğunu varsayalım.

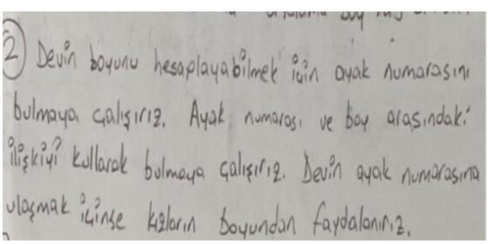
Şekil 3a

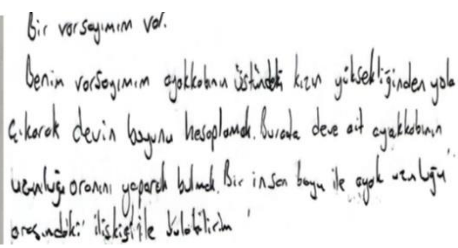
Bir öğretmen adayı değişkenleri belirleme noktasında devin özellikleri ile insana dair özelliklerin benzer olduğu varsayımını öne sürmüş fakat eldeki değişkenler olan kızın boy uzunluğu yerine çevreden elde ettikleri ayakkabı numarası ve boy uzunluğu arasındaki ilişkiye odaklanmıştır. Bu nedenle öğretmen adayının varsayımları, kısmen kabul edilebilir varsayımlar olarak değerlendirilmiştir. Şekil 3b'de örnek açıklamalar sunulmuştur.


2.) Varsayım olarak devin ayakkabısı insan ayakkabısı gibi olduğu için normal insanlar ve ayakkabı ölçüsü arasındaki ilişkinin devin ve ayakkabısı arasındaki ilişkiye benzer olduğudur. Burdan normal insan boyu ve ayakkabı arasındaki ilişkiyi devin boyunu bulmak için kullanabiliriz.

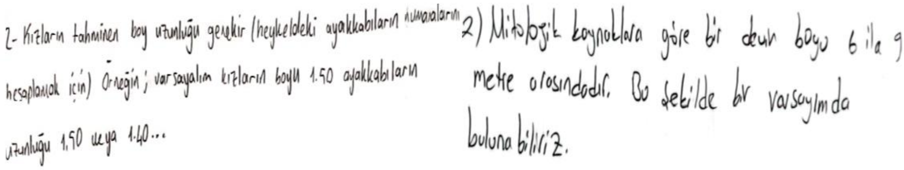
Şekil 3b

Geriye kalan öğretmen adaylarının 15'i çözüm için kullanılabilecek değişkenleri kısmen belirleyebilmelerine rağmen varsayımda bulunmamış ya da yanlış varsayımda bulunmuştur (Şekil 3c-d). Şekil 3c ve Şekil 3d'de öğretmen adayları çözüm için gerekli olan değişkenleri belirtmiş fakat bu değişkenlere yönelik herhangi bir varsayımda bulunmamıştır. Beş öğretmen adayı ise ya problemde sunulan verilerle ilişkili olmayan varsayımlar yapmış (Şekil 3e), ya da problemin çözümüne katkı sunmayacak değişkenleri dikkate almışlardır (Şekil 3f). Şekil 3e'de öğretmen adayı kızların boyunu herhangi bir nedene dayandırmadan boy ve ayakkabı ile ilgili bazı değerleri varsaymıştır. Şekil 3f'de ise öğretmen adayı mitolojik zamanlardaki devlerin boyu ile ilgili varsayımda bulunarak problemin çözümüne katkı sunmayan değerleri dikkate almıştır.


2) Devin boyunu hesaplayabilmek için ayak numarasını bulmaya çalışırız. Ayak numarası ve boy arasındaki ilişkiyi kullanarak bulmaya çalışırız. Devin ayak numarasına ulaşmak içinse kızların boyundan faydalanırız.

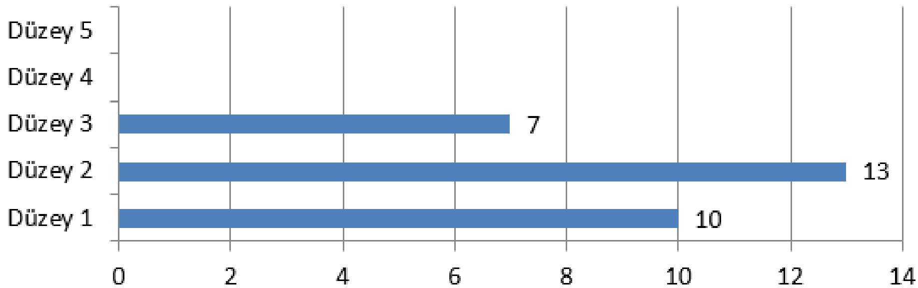

Bir varsayımım var. Benim varsayımım ayakkabının üstündeki kızın yüksekliğinden yola çıkarak devin boyunu hesaplamak. Burada deve ait ayakkabının uzunluğu oranını yaparak bulmak. Bir insan boyu ile ayak uzunluğu arasındaki ilişkisiyle bulabilirim.

Şekil 3c-d



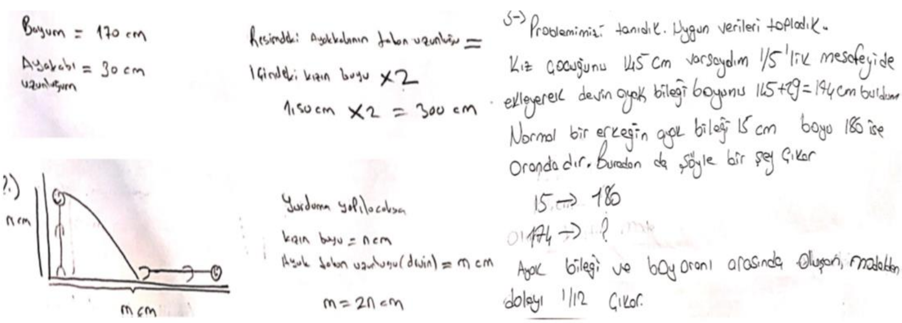
Şekil 3e-f

2.3. Matematikselleştirme Yeterliğine İlişkin Bulgular

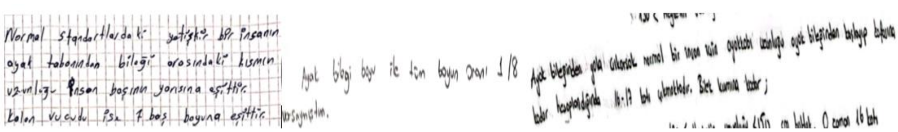


Şekil 4. Matematikselleştirme alt yeterlik düzeyleri

Öğretmen adayları değişkenleri belirlemelerinin ve gerçekçi varsayımları dikkate almalarının ardından gerçek hayat problemini matematik dünyasına taşımaları gerekmektedir. Gerçek hayattan matematik dünyasına yatay bir matematikleştirme söz konusudur. Bunun için öğretmen adaylarının çözüme yönelik matematiksel modeller oluşturmalarına ihtiyaç vardır. Üretilen matematiksel modeller matematiksel doğrulukları bağlamında değerlendirildiğinde gerçekçi varsayımlara dayalı uygun bir modele rastlanmamıştır. Şekil 4'te görüldüğü gibi, sadece yedi öğretmen adayı kısmen doğru varsayımlara göre matematiksel modeller oluşturmuşlardır. Modellerinde kullandıkları varsayımlar gerçekçi bir temele dayanmamıştır. Hiçbir incelemeye dayanmayan varsayımlar kullanmışlardır. Örneğin ayakta duran kızın boyunun devin bilek boyuna eşit olduğu, bir kişinin boyunun 8, 10, 12 bilek boyuna eşit olduğu, ayakkabı uzunluğunun kızın boyunun iki katı olduğu, botun yüksekliğinin devin bileğine denk olduğu gibi dayanağı belirtilmeyen varsayımları modellerinde kullanmışlardır. Bu modeller varsayımlar doğru ise kabul edilebilir modellerdir fakat bu modellerde kullanılan varsayımların dayandığı temeller ifade edilmemiştir. Aşağıda bu modellerin bazıları örnek olarak sunulmuştur.



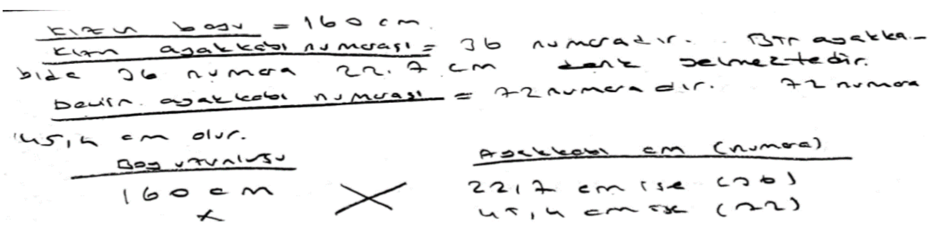
Şekil 4a-b



Şekil 4c-e

Şekil 4a’da öğretmen adayı kızın boyunun iki katının nasıl ayakkabı uzunluğuna eşit olduğu konusunda bir gösterim yapmamıştır. Elde ettiği ayakkabı uzunluğunu kendi ayakkabı/boy uzunluğu oranını kullanarak bulmaya çalışmıştır. Şekil 4b’deki modelde kızın boyunun beşte bir fazlasının neden devin bileğine eşit olduğu ve botun yüksekliğinin devin bileğine eşit olmasının sebebi konusunda bilgi yer almamıştır. Ayak bileği ile boy uzunluğu arasındaki oran 1/12 olarak belirlenmiştir. Bir ölçme işlemine dayalıymış gibi görünen bu değerin gerçekçi bir değer olmadığı görülmüştür. Şekil 4c-e örneklerinde öğretmen adayları modellerinde devin boyunun sırasıyla 7,8 ve 16 bilek boyuna eşit olduğunu kabul etmişlerdir. Bu varsayımların doğruluğunun kaynağı üzerine bilgi verilmemiş, herhangi bir delil sunulmamıştır.

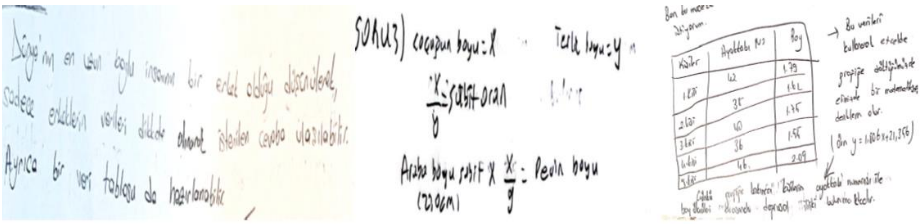
13 öğretmen adayı modellerinde kısmen kabul edilebilir varsayımlar doğrultusunda hatalı modeller oluşturmuşlardır. Bu modellerin bir önceki modellerden farkı, varsayımların doğru olduğu kabul edilse dahi modelin problemin çözümüne hizmet etmemesidir. Örneğin Şekil 4f’de açıklamaları sunulan öğretmen adayı kızın boyuna ve ayakkabı numarasına yönelik varsayımın ardından devin ayakkabı boyu ile ilgili nedeni belli olmayan tahminde bulunarak oran orantıya dayalı model oluşturmaya çalışmıştır.


Kızın boyu = 160 cm.
Kızın ayakkabı numarası = 36 numaradır. Bir ayakkabıda 36 numara 22,7 cm denk gelmektedir.
Devin ayakkabı numarası = 72 numaradır. 72 numara 45,4 cm olur.
Boy uzunluğu
160 cm
x
Ayakkabı cm (numara)
22,7 cm ise (36)
45,4 cm ise (72)

Şekil 4f

10 öğrenci probleme yönelik çözümlerinde ya bir model oluşturamamışlar ya da problemle ilişkisi olmayan modeller kurmaya çalışmışlardır. Örneğin bazı öğretmen adaylarının açıklama yaptıkları fakat model oluşturmadıkları (Şekil 4g), bazı öğretmen adaylarının modellerinde çözüme hizmet etmeyen değişkenler kullandıkları (Şekil 4h), bazı öğretmen adaylarının da problemdeki verilen ve istenenle ilişkili olmayacak şekilde sadece ayakkabı numarası ile boy arasındaki

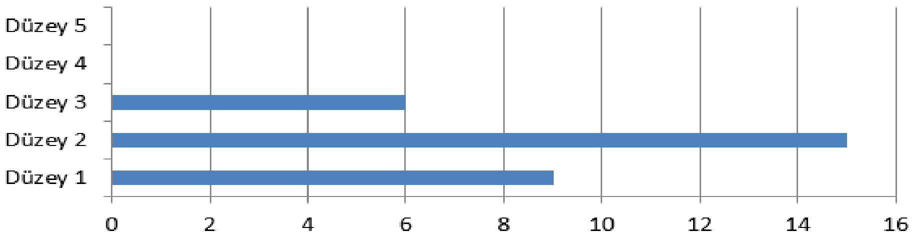
ilişkiye yönelik model oluşturmaya çalıştıkları (Şekil 4i) ortaya çıkmıştır. Aşağıda örnekler sunulmuştur.



Şekil 4g-i

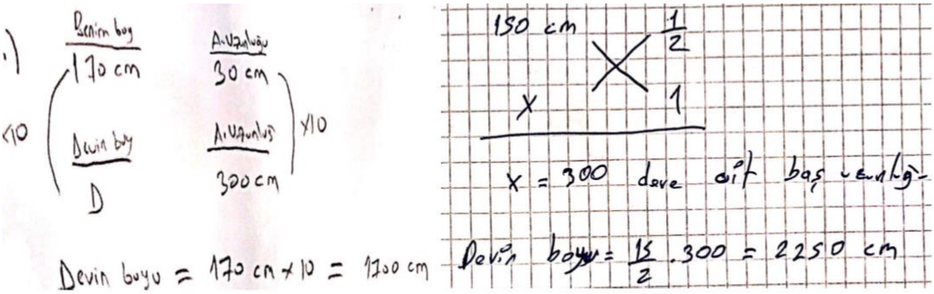
Öğretmen adaylarının oluşturdukları modeller kullanılan değişkenler bağlamında değerlendirildiğinde, beş farklı modelin oluşturulmaya çalışıldığı tespit edilmiştir. Öğretmen adayları modellerinde en çok, ayakkabı numarası ile boy arasındaki ilişkiyi verecek denklemi bulmaya çalışmışlardır. Bu strateji problemdeki verilen ve istenen arasındaki ilişkiden kopuk bir yaklaşım olmuştur. Öğretmen adayları ikinci sırada, resimdeki kızların boylarından yararlanarak devin bilek boyuna oradan da devin boyuna ulaşmaya çalışmışlardır. Üçüncü sırada resimdeki kızların boy/ayakkabı numarasını devin boyu/ayakkabı numarasına orantı yardımıyla ulaşmaya çalışan öğretmen adaylarının bulunduğu ortaya çıkmıştır. İki öğretmen adayı resimdeki kızların ayakkabı numarasından devin ayakkabı numarasına, oradan da devin boyuna ulaşmaya çalışmışlardır. İki öğretmen adayı ise problemin çözümünde yer almaması gereken değişkenleri kullanarak modeller kullanmaya çalışmışlardır.

2.4. Matematiksel Olarak Çalışma Yeterliğine İlişkin Bulgular

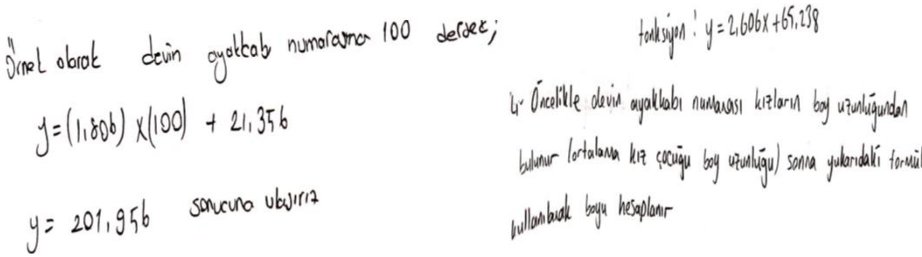


Şekil 5. Matematiksel olarak çalışma alt yeterlik düzeyleri

Modelleme alt yeterlikleri arasındaki bu yeterlik, gerçek hayattan yatay olarak modeller sayesinde matematik dünyasına taşınan problemin matematiğin kendine has kuralları işletilerek çözüme kavuşturulması aşamasıdır. Bir önceki aşamada doğru matematiksel modeller üretebilen ve bu matematiksel modelleri çözüme kavuşturabilen bireylerin bu yeterliğe sahip olduğu kabul edilir. Bir önceki aşamada doğru matematiksel modeller üretilemediği için öğretmen adayları eksik/hatalı olan matematiksel modellerini çözmeye çalışmışlardır. Bu nedenle Şekil 5'de görüldüğü üzere, öğretmen adayları doğru matematiksel modellerin çözümü ile ilişkili olan yeterlik düzeylerinde bulunmamışlardır. Bazı öğretmen adayları modellerini kullanarak bir sonuca ulaşabilirken, bazıları modellerinin gerektirdiği doğru sonuca ulaşamamıştır. Bazı öğretmen adayları ise ortaya bir sonuç çıkaramamıştır. Aşağıda örnekler sunulmuştur.



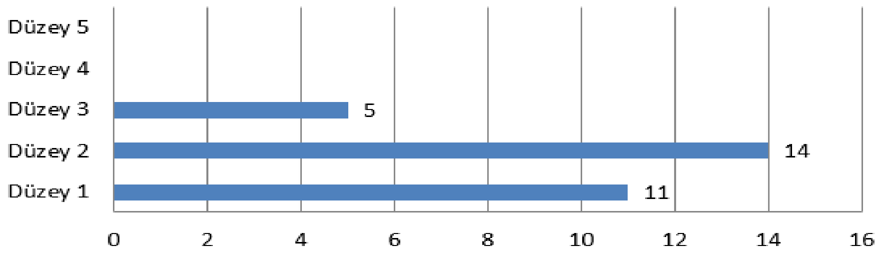
Şekil 5a-b



Şekil 5c-d

Örnekler incelendiğinde, Şekil 5a'daki modelde problemle ilgili varsayılan değerler yerine yazılarak eksik olan modelin doğru çözümüne ulaşılmıştır. Şekil 5b'de öğretmen adayı devin boyu ile bilek uzunluğu arasındaki oranı 7 olarak belirtmiş fakat çözümünde 7.5 ile çarpmıştır. Üretilen modele göre hatalı bir işlem yapılmıştır. Şekil 5c'de ayakkabı numarası ile boy arasındaki ilişkiye yönelik bir model öne sürülmüştür. Problemde yer alan değerlerden elde edilen değişken kullanılması gerekirken devin ayakkabı uzunluğunun tahmini bir değeri değişken olarak kullanılmıştır. Şekil 5d'de ise yine ayakkabı uzunluğu ile boy arasındaki ilişkiye yönelik farklı bir model öne sürülmesine rağmen bir sonuç belirtilmemiştir.

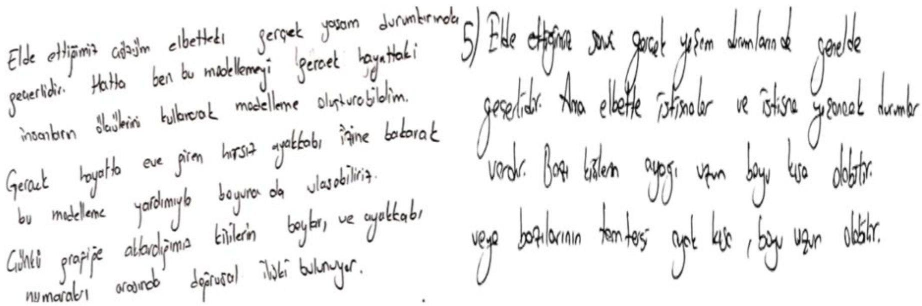
2.5. Yorumlama Yeterliğine İlişkin Bulgular



Şekil 6. Yorumlama alt yeterlik düzeyleri

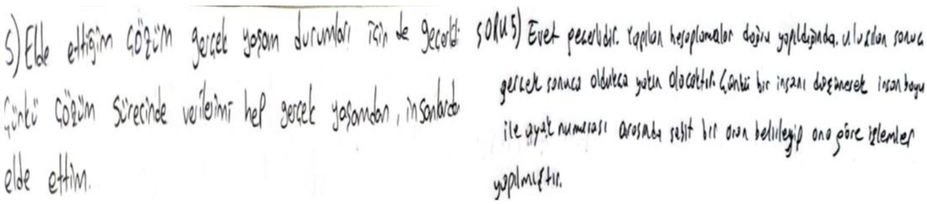
Modelleme problemine yönelik elde edilen sonucun ardından, bu sonucun ve çözüm sürecinin yorumlanması gerekmektedir. Elde ettikleri çözümü gerçek yaşam bağlamında doğru yorumlayabilen kişilerin bu alt yeterliğe sahip olduğu düşünülür. Problemin çözümünde elde edilen sayısal değerin gerçek hayatla yorumlanabileceği gibi, varsayımların gerçek hayatla ilişkisi de sorgulanabilir. Şekil 6'daki veriler, öğretmen adaylarının elde edilen sonucu doğru yorumlama noktasında yeterliklerinin istenen düzeyde olmadığını göstermiştir. Öğretmen adaylarının oluşturdukları model ve çözümün doğruluğu ile bağlantılı olarak öğretmen adaylarının bir kısmının hiç yorum yapmadığı ya da yanlış yorum yaptığı, bir kısmının hatalı çözüme yönelik gerçek yaşam bağlamında doğru veya eksik yorum yaptıkları tespit edilmiştir.

Altı öğretmen adayı elde ettikleri sonucu ve çözüm sürecini gerçek hayattan örneklerle değerlendirmeye çalışmıştır. Bu öğretmen adayları genellikle çözüm içinde kullandıkları varsayımları gerçek hayat bağlamında sorgulamaya çalışmışlar, çözümde kullanılan yöntemin başka alanlarda da kullanım alanı olduğunu ifade etmişlerdir. Şekil 6a ve şekil 6b'de örnek açıklamalar sunulmuştur.



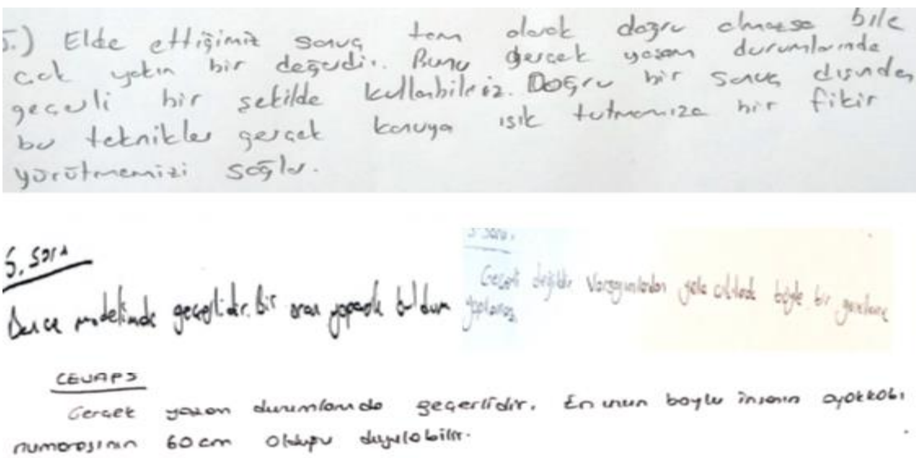
Şekil 6a-b

Öğretmen adaylarının çoğunun elde edilen sonucu ya da çözüm sürecinde kullanılan varsayımları gerçek hayat bağlamında yorumlamak yerine çözümde gerçek değerler kullandıklarını ve çözümlerinin doğru olduklarını ifade etmişlerdir. Şekil 6c ve Şekil 6d'de örnek ifadeler sunulmuştur.



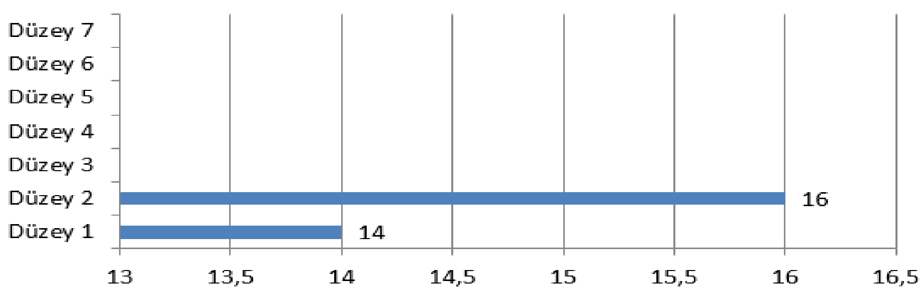
Şekil 6c-d

Öğretmen adaylarının yaklaşık üçte biri elde edilen sonucu ya da çözüm sürecini gerçek hayatla ilişkilendirme konusunda güçlük yaşamışlardır. Bu öğretmen adayların ifadelerinde gerçek hayat ile ilgili yorumlar yer almamış ya da problemle ilgili olmayan yorumlara yer verilmiştir. Şekil 6e'deki ifadelerde öğretmen adayı problem çözümünün gerçek hayatta kısmen geçerli, Şekil 6f'deki öğretmen adayı geçerli, Şekil 6g'deki öğretmen adayı ise geçersiz olduğunu belirterek elde ettikleri çözümün gerçek hayat ile bağlantısına yönelik açıklama yapmamıştır. Şekil 6h'deki öğretmen adayı ise elde ettiği sonucu dünyanın en uzun boylu insanı ile karşılaştırmıştır ki, bu yorumun problem çözümü ile bağlantısı ifade edilmemiştir.



Şekil 6e-h

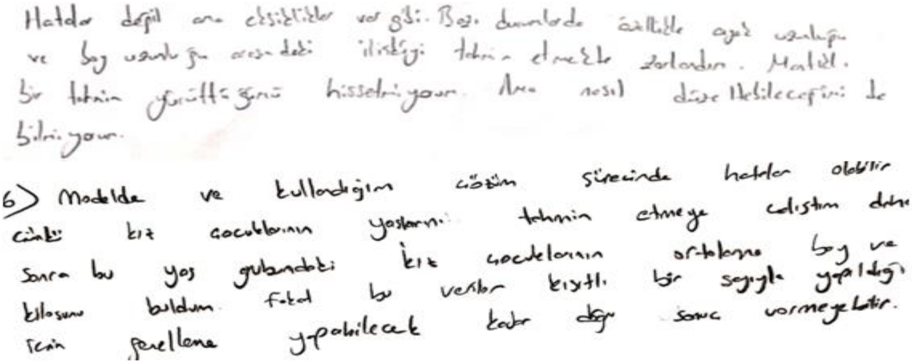
2.6. Doğrulama Yeterliğine İlişkin Bulgular



Şekil 7. Doğrulama alt yeterlik düzeyleri

Modelleme problemlerinin çözümünün son basamağı doğrulama basamağıdır. Bu basamakta yapılan tüm işlemler kontrol edilir ve hataların olup olmadığına karar verilir. Öncelikle hatalarının farkında olunarak bu hatalarının düzeltilmesine yönelik faaliyetlerin yapılması gerekir. Model oluşturma yeterliği bölümünde tespit edildiği üzere öğretmen adaylarının hiç birisi gerçekçi varsayımlara dayalı bir model üretememişlerdir. Öğretmen adaylarından bu aşamada öncelikle varsayımlarının yanlış olabileceğine yönelik farkındalık sahibi olmaları daha sonra bu hatalara yönelik düzeltme yapmaları beklenmiştir. Problem çözümündeki tüm hatalarını net bir şekilde ifade edilebilen öğretmen adaylarının tamamen doğrulama yaptığı, bir ölçüde ifade edenlerin kısmen doğrulama yaptığı şeklinde yorumlanmıştır. Belirlenen hataların düzeltilme durumlarına göre tam düzeltme, kısmen düzeltme ve düzeltmeme şeklinde kriterler belirlenmiştir. Herhangi bir doğrulama yapmayan ya da hatalarının farkında olmayan öğretmen adaylarının ifadeleri doğrulama yapmama kategorilerinde değerlendirilmiştir. Şekil 7'de de açıkça görüldüğü gibi, öğretmen adayları çözümlerini doğrulama konusunda istenen yeterliklere sahip olmadıkları ortaya çıkmıştır.

Öğretmen adaylarının yaklaşık yarısı modellerinde hatalar olabileceğini belirtirken diğer yarısı da ürettikleri modelin doğru olduğunu ifade etmişlerdir. Buna göre öğretmen adaylarının neredeyse yarısının çözüm süreçlerini değerlendirme anlamında üstbilişsel becerinin düşük olduğu söylenebilir. Öğretmen adaylarının çoğu çözümlerinde hata olabileceğini belirtmişlerdir. Özellikle varsayımlarında ve kullandıkları veri sayısının yetersizliğinden dolayı çözümlerinde hatalar olabileceğini belirtmişlerdir. Kısmen de olsa hatalarının farkında olan öğretmen adayları herhangi bir düzeltme eyleminde bulunmamıştır ya da düzeltme yaptığına yönelik ifadeler kullanmamıştır. Şekil 7a ve Şekil 7b'de örnek ifadeler sunulmuştur.

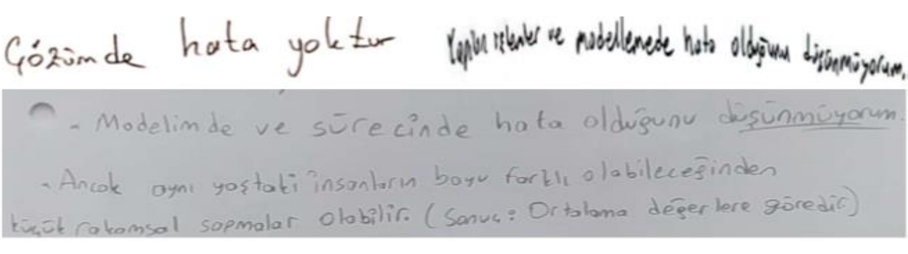


Hatalar değil ama eksiklikler var gibi. Bazı durumlarda özellikle ayak uzunluğu ve boy uzunluğu arasındaki ilişkiyi tahmin etmekte zorlandım. Modeli bir tahmin yürüttüğümü hissediyorum. Ama nasıl düzeltilebileceğini de bilmiyorum.

6) Modelde ve kullandığım çözüm sürecinde hatalar olabilir çünkü kız çocuklarının yaşlarını tahmin etmeye çalıştım daha sonra bu yaş grubundaki kız çocuklarının ortalama boy ve kilosunu buldum. Fakat bu veriler kısıtlı bir sayıyla yapıldığı için genelleme yapabilecek kadar doğru sonuç vermeyebilir.

Şekil 7a-b

Öğretmen adaylarının yaklaşık yarısı çözümlerindeki eksikliklerine yönelik farkındalık içeren ifadeler kullanmamışlardır. Bu öğretmen adaylarından üçü herhangi bir yorum yapmamış, diğerleri çözümlerinde hata olduğunu düşünmediklerini belirtmişlerdir. Aşağıda örnek ifadeler sunulmuştur (Şekil 7c-e).



Çözümde hata yoktur

Yaptığım işlemler ve modellemede hata olduğunu düşünmüyorum.

- Modelimde ve sürecinde hata olduğunu düşünmüyorum.
- Ancak aynı yaştaki insanların boyu farklı olabileceğinden küçük rakamsal sapmalar olabilir. (Sonuç: Ortalama değerlere göredir)

Şekil 7c-e

3. Sonuç, Tartışma ve Öneriler

Çalışma sonucunda öğretmen adaylarının yaklaşık yarısının problemi anlayabildiği, üçte birinin sadeleştirebildiği tespit edilirken öğretmen adaylarının giderek artan bir şekilde geçerli matematiksel modeller oluşturma, matematiksel modeli çözme, çözümü gerçek hayat bağlamında yorumlama ve çözümü doğrulama konusunda güçlük yaşadıkları söylenebilir. Elde edilen bu sonuç matematik öğretmeni adaylarının modelleme problemlerinde güçlük yaşadıkları araştırma sonuçlarını desteklenmiştir (İncikabı, 2020; Kırlı, 2023; Ural, 2014).

Alt yeterlikler arasında bir karşılaştırma yapıldığında, öğretmen adaylarının en başarılı oldukları alt yeterliklerin problemi anlama ve sadeleştirme iken en başarısız oldukları alt yeterliklerin yorumlama ve doğrulama olduğu tespit edilmiştir. Alt yeterlikler ilerledikçe öğretmen adaylarının da başarısızlıklarının arttığı görülmüştür. Tespit edilen bu başarısızlık eğilimi, daha önce yapılan araştırma sonuçları ile örtüşmüştür (Bukova-Güzel ve Uğurel, 2010; Hıdıroğlu vd., 2014; İncikabı, 2020; Kırlı, 2023; Ural, 2014). Buna göre öğretmen adaylarının en çok, elde ettikleri sonuçları gerçek hayatla bağlantısını kurmada ve çözümlerini doğrulama ve hatalarını düzeltme konusunda yeterli düzeyde olmadıkları söylenebilir. Elde edilen bu sonuç, modelleme yeterlikleri arasında en zorlanılan alt yeterliklerin yorumlama ve doğrulama olduğu yönündeki araştırma sonuçlarını desteklemiştir (Bukova Güzel ve Uğurel, 2010; Çiltaş, 2011; Kırlı, 2023; Korkmaz, 2010; Özer Keskin, 2008). Bu durum öğrencilerin matematiği gerçek yaşam ile ilişkilendirememelerinden kaynaklanıyor olabilir. Öğretmen adaylarının işlemsel bilgi odaklı matematik öğrenme geçmişleri dikkate alındığında (Mamona Downs, 2001) elde dilen sonucun doğal bir sonuç olduğu yorumu yapılabilir. Her düzeydeki matematik öğretiminde matematiksel kavramların gerçek hayat ile ilişkisi üzerine daha fazla yer vermek, bu güçlüğün üstesinden gelme adına faydalı olabilir.

Doğrulama alt yeterliğindeki başarısızlıkla paralel olarak, öğretmen adaylarının kendi öğrenmelerinin sorumluluğunu alma ile ilişkili olan üstbilişsel becerilerinin de düşük olduğu tespit edilmiştir. Öğretmen adaylarının çoğu yapılan işlemin hatalı olduğunun bile farkında değildir. Öğretmen adaylarının elde ettikleri sonuçları sorgulama noktasında mantıklı argümanlar üretmede yetersiz oldukları söylenebilir. Bu durumun sebebi de öğretmen adaylarının öğrenim geçmişlerinden kaynaklı olabilir. Öğretmen adaylarına genellikle doğru bilgiler sunulmuş ve bilgilerin doğruluğunu göstermeleri istenmiş olması (Doruk, 2016) nedeniyle, bilgiyi sorgulama alışkanlıklarının düşük seviyede kalmış olabilir. Bu güçlüklerin üstesinden gelebilmek için modelleme etkinliklerine daha fazla yer verilebilir. Söz konusu alt yeterliklere yönelik bireysel ya da grupla sınıf içi tartışmalar yapılabilir. Bu tartışma ortamında öğrencilerin geçerli argüman üretmelerinin teşvik edilmesi sağlanabilir.

Her ne kadar çalışmada en başarılı olunan alt yeterliklerin anlama ve sadeleştirme olduğu ifade edilse de, öğretmen adaylarının yarısının problemi tam olarak anlamadıkları ve üçte ikisinin de problemi sadeleştirme adına gerekli yeterliklere sahip olmadıkları bir gerçektir. Yapılan araştırmaların çoğunda modelleme yeterliklerinde problemi anlama ve sadeleştirme konusunda güçlük yaşanmadığı rapor edilmiştir

(Derin ve Aydın, 2020; Mumcu ve Baki, 2017). Bazı araştırmalarda ise anlama ve basitleştirme alt yeterliğinde güçlük yaşandığı tespit edilmiştir (Kırlı, 2023;Yanbıyık, 2016). Bu çalışmada ise öğrencilerin problemi anlama sürecinde problemin çözümüne yardımcı olacak verilenleri belirlemede ve verilen ve istenenler arasındaki ilişkiyi tespit etmede zorluk yaşadıkları ortaya çıkmıştır. Sadeleştirme alt yeterliğinde başarısız olan öğretmen adayları genellikle gerekli ve gereksiz değişkenleri seçme ve gerçekçi varsayımlarda bulunma noktasında sorun yaşamışlardır. Özellikle öğretmen adaylarının gerçekçi varsayımda bulunamamaları modelleme sürecini tüm aşamalarını olumsuz etkilemiştir. Öğretmen adaylarının gerçekçi varsayımlar oluşturma konusunda güçlük yaşamalarının sebebi modelleme problemlerine alışık olmamaları ve matematiği gerçek hayatta kullanma konusunda yeterince tecrübeye sahip olmamaları olabilir. Nitekim literatürde bu durumun sebebine yönelik benzer görüşler yer almıştır (Derin ve Aydın, 2020; Korkmaz, 2010; Başkan, 2011; Küçüközer, 2010; Aydın Güç, 2015).

Öğretmen adaylarının modelleme problemine yaptıkları çözümler karşılaşılan güçlükler çerçevesinden değerlendirildiğinde birtakım güçlüklerin ön plana çıktığı tespit edilmiştir. Öğretmen adayları; problemdeki verilen ve istenen arasındaki ilişkiyi tespit etmede, çözüme yardımcı değişkenleri belirlemede, gerekli ve gereksiz değişkenleri seçmede, çözümde kritik öneme sahip olan gerçekçi varsayımlarda bulunmada, problemdeki verilere dayalı olarak argüman üretmede, kullandıkları varsayımları mantıklı gerekçelere dayandırmada, gerçekçi varsayımlara dayalı geçerli model kurmada, çözümü gerçek hayat bağlamında yorumlamada, çözüm sürecini kontrol etme ve düzeltme, alternatif çözüm yoları araştırma konularında güçlük yaşadıkları tespit edilmiştir. Bu güçlüklere benzer güçlükler daha önce yapılan araştırmalarda da tespit edilmiştir (Aydın-Güç, 2015; Hıdıroğlu, Tekin Dede, Kula ve Bukova Güzel, 2014; Çiltaş ve Işık, 2013; Çakmak, 2018; Kertil 2008; Türker vd, 2010; Yanbıyık, 2016). Çalışmada bu güçlüklerden gerçekçi varsayımlar oluşturma belirleyici bir yeterlik olmuştur. Öğretmen adayları basitleştirme ve model oluşturma süreçlerinde varsayımlar oluşturmuştur. Örneğin basitleştirme alt yeterliğinde "Ayakta duran kızın boyu 150cm olsun" ya da matematikselleştirme alt yeterliğinde "Kızın boyunun iki katı devin ayak uzunludur", "Bilek boyunun sekiz katı, boy uzunluğudur" şeklinde çeşitli varsayımlarda bulunmuşlardır. Bu varsayımlara yönelik herhangi bir gerekçe belirtilmemiştir. Öğretmen adaylarının başarısızlıkların en büyük kaynağı bu güçlük olmuştur. Kusurlu varsayımlar, kusurlu modellere, kusurlu modeller kusurlu çözümlere, kusurlu çözümler kusurlu yorum ve doğrulamalara neden olmuştur. Biccard (2010), matematikselleştirme yeterliğinin problemi anlama ve varsayımda bulunma yeterliği üzerine inşa edildiğini belirterek bu bulguyu desteklemiştir. Kırlı (2023) ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının yorumlama yeterliği ile varsayım oluşturma yeterliğinin birbiri ile benzer davranış gösterdiğini tespit etmiştir. Buna göre gerçekçi varsayımlar oluşturmanın modelleme yeterlikleri bağlamında en kritik beceri olduğundan hareketle, öğretimler sırasında gerçekçi varsayım oluşturma çalışmaları yapılabilir.

Bu çalışmanın öncesinde öğretmen adaylarına çevrimiçi uzaktan eğitim yoluyla Matematik Öğretiminde Modelleme dersi kapsamında matematiksel model, modelleme, modelleme döngüsü, modelleme yeterlikleri, modelleme etkinlikleri bağlamında teorik bilgiler verilmiştir. İki örnek modelleme probleminin çözümleri tartışılmıştır. Çalışma sonucunda öğretmen adaylarının yeterli düzeyde modelleme yeterliklerine sahip olmadıkları ortaya çıkmıştır. Çalışmadan elde edilen bu sonuç Kırlı (2023) tarafından yapılan çalışma sonuçları ile örtüşürken Tekin Dede ve Yılmaz (2013) tarafından elde edilen araştırma sonuçları ile çelişmektedir. Her iki çalışmada da matematiksel modelleme konusunda gerekli bilgiler verildikten sonra öğretmen adaylarının modelleme yeterlikleri incelenmiştir. Kırlı (2023) ilgili öğretimi uzaktan çevrimiçi yöntemle yaparken, Tekin Dede ve Yılmaz (2013) yüz yüze gerçekleştirmiştir. Öğretimler sonucunda Kırlı (2023) öğretmen adaylarının modelleme yeterliklerini başarısız, Tekin Dede ve Yılmaz (2013) modelleme yeterliklerinde başarılı olduklarını tespit etmiştir. Buna göre bu çalışmada tespit edilen başarısızlığın sebepleri arasında uzaktan eğitimin bazı dezavantajları gösterilebilir. Bilindiği üzere uzaktan eğitimlerde iletişim ve sosyalleşme sınırlıdır (Ağır, 2007). Derslerde verim düşüktür ve öğrenciler zorluk yaşarlar (Kaya, 2002). Öğrencilerin başarısızlığının bir diğer sebebi de öğrencilerin uygulama türünden etkinliklere olan ihtiyaçları olabilir. Literatürdeki birçok çalışma, modelleme yeterliklerinin gelişmesi için modelleme etkinliklerinin kullanımının etkili olduğuna işaret etmektedir (İncikabı, 2020; Deniz, 2023; Duman, 2023; Duran, 2023). Öğrencilerle tartışılan iki modelleme problemi, söz konusu pratiği sağlamada yeterli olmamış olabilir. Öğrencilerin modelleme yeterliklerini geliştirmek için bireysel ya da grupça yapabilecekleri modelleme problemi çözme, modelleme problemi kurma ve modelleme etkinliği hazırlama uygulamaları içeren öğretim planı hazırlanabilir. Öğretim sürecinde öğrencilerin modelleme yeterliklerindeki gelişim izlenebilir. Benzer çalışma yüz yüze eğitim yoluyla yapılarak iki yöntem elde edilen gelişim yönünden kıyaslanabilir.

KAYNAKÇA

Ağır, F. (2007). *Özel okullarda ve devlet okullarında çalışan ilköğretim öğretmenlerinin uzaktan eğitime karşı tutumlarının belirlenmesi.* Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Balıkesir Üniversitesi, Balıkesir.

Aydın Güç, F. (2015). *Matematiksel Modelleme Yeterliklerinin Geliştirilmesine Yönelik Tasarlanan Öğrenme Ortamlarında Öğretmen Adaylarının Matematiksel Modelleme Yeterliklerinin Değerlendirilmesi.* Doktora tezi. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.

Başkan, Z. (2011). *Doğrusal ve düzlemde hareket ünitelerinin matematiksel modelleme kullanılarak öğretiminin öğretmen adaylarının öğrenmelerine etkileri.* Yayımlanmamış doktora tezi. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.

Berry, J., & Davies, A. (1996). Written Reports. In C. R. Haines, & S. Dunthorne (Eds.), *Mathematics Learning and Assessment: Sharing Innovative Practices* (pp. 3.3-3.11). London: Arnold.

Berry, J., & Houston, K. (1995). *Mathematical modelling*. Arrowsmith Ltd.

Biccard, P. (2010). *An investigation into the development of mathematical modelling competencies of grade 7 learners.* Published masters dissertation. University of Stellenbosch, South Africa.

Blomhøj, M., & Jensen, T. H. (2003). Developing mathematical modelling competence: Conceptual clarification and educational planning. *Teaching Mathematics and its Applications, 22*(3), 123-139.

Blomhøj, M., & Jensen, T. H. (2006). What's all the fuss about competencies? Experiences with using a competence perspective on mathematics education to develop the teaching of mathematical modelling. In W. Blum, P. L. Galbraith & M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education* (s. 45-56) içinde. Springer.

Borromeo Ferri, R. (2007). Personal experiences and extra-mathematical knowledge as an influence factor on modelling routes of pupils. D. Pitta-Pantazi & G. Philippou (Eds), In *Proceedings of the Fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (ss. 2080-2089). Larnaca: Zypern.

Borromeo Ferri, R. (2010). On the influence of mathematical thinking styles on learners. Modeling Behavior. *Journal für Mathematik-Didaktik, 31*(1), 99-118.

Bukova Güzel, E. (Ed). (2019). *Matematik eğitiminde matematiksel modelleme* (3. Baskı). Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.

Bukova Güzel, E., & Uğurel, I. (2010). Matematik öğretmen adaylarının analiz dersi akademik başarıları ile matematiksel modelleme yaklaşımları arasındaki ilişki. *Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 29*(1), 69 – 89

Crouch, R., & Haines, C. (2007). Mathematical modelling and applications: Ability and competence frameworks. In W. Blum, P. L. Galbraith, H. Henn, and M. Niss (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education* (pp.417-424). New York: Springer.

Çakmak, Z. (2018). *Matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme süreçlerinin bilişsel açıdan incelenmesi.* Yayınlanmamış Doktora Tezi, Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.

Çiltaş, A. (2011). *Dizi ve seriler konusunun matematiksel modelleme yoluyla öğretiminin ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının öğrenme ve modelleme becerileri üzerine etkisi.* Doktora tezi. Atatürk Üniversitesi, Erzurum.

Çiltaş, A., & Işık, A. (2013). The effect of instruction through mathematical modelling on modelling skills of prospective elementary mathematics teachers, *Educational Sciences: Theory and Practice, 13*(2), 1187-1192.

Dede, Y., Akçakın, V., & Kaya, G. (2021). Matematiksel modelleme etkinliklerinin öğretim ortamlarında uygulanması ve yansımaları. Y. Dede, M. F. Doğan ve F. Aslan-Tutak (Ed.), *Matematik eğitiminde etkinlikler ve uygulamaları* içinde (s. 269-289). Ankara: Pegem Akademi.

Deniz, Ö. (2023). *Matematiksel modelleme etkinliklerine dayalı öğretim ortamında 8. sınıf öğrencilerinin matematikleştirme yeterliğinin incelenmesi.* Yüksek lisans tezi, Anadolu Üniversitesi, Eskişehir.

Derin, G., & Aydın, E. (2020). Matematik öğretmeni eğitiminde STEM-matematiksel modelleme birlikteliğinin problem çözme ve modelleme becerilerine etkisi. *Boğaziçi Üniversitesi Eğitim Dergisi, 37*, 93-121.

Doerr, H. M. (1997). Experiment, simulation and analysis: An integrated instructional approach to the concept of force. *International Journal of Science Education, 19*(3), 265-282.

Doruk, M. (2016). *İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının analiz alanındaki argümantasyon ve ispat süreçlerinin incelenmesi.* Yayımlanmamış Doktora Tezi, Atatürk Üniversitesi, Erzurum, Türkiye.

Dost, Ş. (Ed.). (2019). *Matematik eğitiminde modelleme etkinlikleri* (1. Baskı). Ankara: Pegem Akademi.

Duman, S.Ö. (2023). *Matematiksel modellemenin uygulandığı süreçte ortaokul öğrencilerinin değişen matematiksel ilişkilendirme ve üstbilişsel becerilerinin incelenmesi.* Yüksek lisans tezi, Niğde Ömer Halisdemir Üniversitesi, Niğde.

Duran, B. (2023). *Matematiksel modelleme etkinliklerinin 8. sınıf öğrencilerinin eleştirel düşünme becerilerine etkisinin incelenmesi*. Yüksek lisans tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi, İstanbul.

Erbaş, A., Kertil, M., Çetinkaya, B., Çakıroğlu, E., Alacacı, C., & Baş, S. (2014). Matematik eğitiminde matematiksel modelleme: Temel kavramlar ve farklı yaklaşımlar. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri, 14*(4), 1-21.

Herget, W., Jahnke, T., & Kroll, W. (2001). *Produktive Aufgaben für den Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I.* Berlin, Cornelsen.

Hıdıroğlu, Ç., Tekin Dede, A., Kula, S., & Bukova-Güzel, E. (2014). Matematiksel Modelleme Süreci Çerçevesinde Öğrencilerin Kuyruklu Yıldız Problemine İlişkin Çözümleri. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 1*(31), 1-17.

Hıdıroğlu, Ç. N. (2012). *Teknoloji destekli ortamda matematiksel modelleme problemlerinin çözüm süreçlerinin analiz edilmesi: Yaklaşım ve düşünme süreçleri üzerine bir açıklama*. Yüksek lisans tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.

İncikabı, S. (2020). *Matematiksel modelleme etkinliklerinin ilköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel modelleme yeterliklerine ve öğretim deneyimlerine yansımalarının araştırılması.* Doktora tezi, Kastamonu Üniversitesi, Kastamonu.

Jensen, T. H. (2007). Assessing mathematical modelling competency. In C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, and S. Khan (Eds.), *Mathematical Modelling: Education, Engineering and Economics* (pp. 141-148). Chichester: Horwood.

Kaya, Z. (2002). *Uzaktan Eğitim.* Ankara: Pegem A Yayınları.

Kertil, M. (2008). *Matematik öğretmen adaylarının problem çözme becerilerinin modelleme sürecinde incelenmesi.* Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Marmara Üniversitesi, İstanbul.

Kertil, M., Çetinkaya, B., Erbaş, A.K., & Çakıroğlu, E. (2016). Matematik eğitiminde matematiksel modelleme. Erhan Bingölbali, Selahattin Arslan, İsmail Özgür Zembat (Ed.). *Matematik Eğitiminde Teoriler* içinde (s. 539-563). Ankara: Pegem Akademi.

Kırlı, E. (2023). *İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel modelleme yeterlilikleri: Fermi problemleri uygulamaları.* Yüksek lisans tezi, Balıkesir Üniversitesi, Balıkesir.

Korkmaz, E. (2010). *İlköğretim matematik ve sınıf öğretmeni adaylarının matematiksel modellemeye yönelik görüşleri ve matematiksel modelleme yeterlikleri*. Doktora Tezi. Balıkesir Üniversitesi, Balıkesir.

Küçüközer, A. (2010). Fen bilgisi öğretmeni Adaylarının Dalgalar Konusunda Kavram Yanılgıları, *Türk Fen Eğitimi Dergisi, 7*(2), 66- 75.

Lesh, R. A., & Doerr, H. (2003). Foundations of model and modelling perspectives on mathematic teaching and learning. R. A. Lesh & H. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: A models and modelling perspectives on mathematics teaching, learning and problem solving* (s. 3-33) içinde. Lawrance Erlbauum.

Lesh, R., Hoover, M., Hole, B., Kelly, A., & Post, T. (2000) Principles for developing thought-revealing activities for students and teachers. In A. Kelly, R. Lesh (Eds.), *Research Design in Mathematics and Science Education*. (pp. 591-646). Lawrence Erlbaum Associates.

Maaß, K. (2006). What are modelling competencies, *Zentralblatt Für Didactik Der Mathematic, 38*(2), 113-142.

Mamona Downs, J. (2001). Letting the intuitive bear on the formal; a didactical approach for the understanding of the limit of a sequence. *Educational studies in mathematics, 48*(2-3), 259-288.

MEB [Milli Eğitim Bakanlığı] (2013). *Ortaokul Matematik Dersi 5-8 Sınıflar Öğretim Programı.* Milli Eğitim Bakanlığı Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, Devlet Kitapları Müdürlüğü Basım Evi, Ankara.

MEB [Milli Eğitim Bakanlığı] (2018). *Matematik dersi öğretim programı (İlkokul ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar)*. Ankara.

Merriam, S.B. (2013). *Nitel araştırma desen ve uygulama için bir rehber.* (Çev. Ed. S. Turan). Ankara: Nobel Akademik Yayıncılık.

Mumcu, H. Y., & Baki, A. (2017). Matematiği kullanma aktivitelerinde matematiksel modellemenin yorumlanması, *Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 36* (1), 7-33.

Müller, G., & Wittmann, E. (1984). *Der mathematikunterricht in der primarstufe*. Braunschweig: Vieweg.

NCTM [National Council of Teachers of Mathematics] (2000). *Principles and standards for school mathematics.* Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Özer Keskin, Ö. (2008). *Ortaöğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel modelleme yapabilme becerilerinin geliştirilmesi üzerine bir araştırma.* Yayınlanmamış doktora tezi. Gazi Üniversitesi, Ankara.

Özturan Sağırlı, M. (2010). *Türev konusunda matematiksel modelleme yönteminin ortaöğretim öğrencilerinin akademik başarıları ve öz-düzenleme becerilerine etkisi.* Yayınlanmamış doktora tezi. Atatürk Üniversitesi, Erzurum.

Peter Koop, A. (2004). Fermi problems in primary mathematics classrooms: pupils' interactive modelling processes. In I. Putt, R. Farragher, & M. McLean (Eds.), *Mathematics education for the Third Millenium: Towards 2010 (Proceedings of the 27th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*, pp. 454-461). Townsville, Queensland: MERGA.

Sriraman, B. (2005). Conceptualizing the notion of model eliciting. *Proceedings of the Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*. Sant Feliu de Guíxols, Spain.

Swetz, F., & Hartzler, J. S. (1991). *Mathematical modeling in the secondary school curriculum.* The National Council of Teachers of Mathematics.

Tekin Dede, A. (2015). *Matematik derslerinde öğrencilerin modelleme yeterliklerinin geliştirilmesi: Bir eylem araştırması.* Yayımlanmış doktora tezi. Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.

Tekin Dede, A., & Bukova-Güzel, E. (2018). A rubric development study for the assessment of modeling Skills. *The Mathematics Educator, 27*(2), 33-72.

Tekin Dede, A., & Yılmaz, S. (2013). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının modelleme yeterliklerinin incelenmesi, *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education, 4*(3), 185-206.

Türker, B., Sağlam, Y., & Umay, A. (2010), Preservice teachers'performances at mathematical modeling process and views on mathematical modeling, *Procedia Social and Behavioral Sciences, 2,* 4622–4628.

Ural, A. (2014). Matematik öğretmen adaylarının matematiksel modelleme becerilerinin incelenmesi. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi,* 23, 110-141.

Ural, A. (2018). *Matematiksel Modelleme Eğitimi.* Ankara: Anı Yayıncılık.

Ünlü, V. (2023). *Matematiksel modelleme ile öğretimin matematik başarısına ve tutumuna etkisi: bir meta-analiz çalışması.* Yayınlanmamış doktora tezi. Necmettin Erbakan Üniversitesi, Konya.

Yanbıyık, S. (2016). *Sınıf Öğretmeni Adaylarının Matematiksel Modelleme Becerileri: Fermi Problemleri Uygulamaları.* Yüksek Lisans Tezi, Gaziosmanpaşa Üniversitesi, Tokat.

DEVİN BOTU PROBLEMİ

Yukarıdaki resimde görülen ayakkabıyı giyen devin boyu kaç cm olabilir?

Cevap vermeniz gereken sorular:

1. Size çözümde yardımcı olabilecek bilgiler neler olabilir? Sizden ne isteniyor?
2. Devin boyunu hesaplamak için yapmanız gereken varsayımlar var mıdır? Varsa bu varsayımlar nelerdir?
3. Değişkenleri kullanarak matematiksel model oluşturunuz.
4. Oluşturduğunuz matematiksel modeli kullanarak devin boyunu bulunuz.
5. Elde ettiğiniz çözüm gerçek yaşam durumlarında geçerli midir? Açıklayınız.
6. Sizce modelinizde ve çözüm surecinizde hatalar var mıdır? Varsa düzeltiniz.

BÖLÜM 5

YENİ MATEMATİK ÖĞRETİM METODOLOJİLERİ

Turgay GÖVEN[1]

DOI: https://dx.doi.org/10.5281/zenodo.10084849

[1] Derik İlçe Millî Eğitim Müdürlüğü, Mardin, Türkiye. guventurgay141@gmail.com, https://orcid.org/0009-0008-4933-2096

1. Giriş

Toplumumuz, çocuklara okulda demode eğitim yöntemleri kullanılarak eğitim verildiğinden çok sık bahseder. Bu durum çocuklar için sıkıcı olabilmekte ve çocuklar öğrenmeye olan ilgilerini kaybedebilmektedirler. Ayrıca yeni nesil çocuklar farklıdır - önceki nesillere göre daha kışkırtıcı, sezgisel, hassas, zihinsel ve bazı durumlarda daha agresiftir. Bu sadece ebeveynlerin değil, öğretmenlerin de günümüzde tespit ettiği bir durumdur (Cunska & Savicka, 2012). Eğitim yöntemi, dersin önemli bir parçasıdır ve belirli eğitim amaçlarına ulaşmak için öğretmen ve öğrenciler arasındaki işbirliği yoludur. Eğitim yöntemi, bir öğretmenin ve öğrencilerin kişiliklerini ve aralarındaki işbirliğini görebildiğimiz eğitim içeriğinin özüdür. Yöntem, genelde eğitimin kalitesini belirleyen faktörlerden biri, özelde ise etkili öğretimi sağlamak için kilit bir pedagojik unsurdur. Matematik sadece sayıların, uzayın ve değişimin soyut çalışması değil, aynı zamanda matematiksel çıkarımlarla hipotezleri kanıtlamak ve bilginin hayatın farklı alanlarındaki problemlere uygulanması için paradigmalardır (Munna & Kalam, 2021). Matematik öğretimi bir kavramlar, kuramlar, yöntemler ve öğretim etkinlikleri sistemidir. Bu, matematiği öğrenmenin ve uygulamanın ne kadar etkili olduğunu belirleyen öğretim yaklaşımları tarafından belirlenir. Öğretmenler, öğrencilerin uygulamak için görevleri veya alıştırmaları çözmelerini ve öğrendikleri bilgileri derinleştirmelerini sağlar. Matematik öğretiminde amaca ve hedef kitleye bağlı olarak, yalnızca öğrencilere değil, aynı zamanda öğrenciler için en uygun ve etkili yöntemlerin kombinasyonuna da ihtiyaç vardır (Koskinen & Pitkaniemi, 2022).

Günümüz toplumunda matematiğin önemi giderek artan bir değere sahiptir. Aslında, matematikle ilgilenmeyen öğrenciler, modern dünyada aktif bir katılımcı olmaktansa pasif bir izleyici haline gelirler. Matematik öğrenimi artık, öğrenme bağlamının ve sosyal etkileşimler ile bilişsel gelişim arasındaki ilişkinin önemli faktörler olarak kabul edildiği sosyo kültürel bir bakış açısıyla ele alınmaktadır. Matematik öğreniminde problem çözme çok önemlidir. Günlük yaşamda ve iş yerinde sorunları çözebilmek büyük avantajlar sağlayabilir (Babakhani, 2011).

Levine ve Pantoja, (2021) çalışmalarında göstermişlerdir ki matematiksel beceriler ve ders alma, sağlık ve kazanç dahil olmak üzere yaşam sonuçlarının önemli belirleyicileridir. Bununla birlikte, matematik, kutuplaştırıcı bir disiplindir; bazı bireyler kendilerini "matematik insanları" olarak tanımlarken diğerleri kimliksizleştirir. Pek çok insan ikinci gruba girer ve bu kimliksizleşmenin kökleri yaşamın erken dönemlerinde başlayabilir. Üstelik bu kimliksizleştirme, toplumsal cinsiyet grupları da dahil olmak üzere sosyal gruplar arasında eşit olarak dağılmamıştır. Kadınların erkeklere göre daha olumsuz matematik tutumları vardır, düşük matematik becerilerine sahip oldukları klişeleşmiştir ve bilim, teknoloji, mühendislik ve matematik (STEM) alanlarında, özellikle fizik bilimleri, mühendislik ve bilgisayar bilimlerinde yeterince temsil edilmemektedirler.

2. Matematik öğretim metotları

Matematik öğrenmek, öğrencilerin çoğunluğu tarafından zor olarak kabul edilir. Bunun nedenlerinden biri, geleneksel matematik dersinde öğrencilere önce teorinin öğretilmesi ve ardından az çok algoritmik çözümleri olan, az çok kendi kendine muhakeme kullanan ve nadiren gerçek dünyayla bağlantılı olan belirli alıştırmaları ve problemleri çözmelerinin istenmesidir. Bu durumu aşmanın yollarından biri de "Matematik Projesi" metodunun günlük sınıf etkinliklerinde kullanılmasıdır. Bu yöntemin rolü üç yönlüdür: öğretme, öğrenme ve değerlendirme. Sonuçlar, öğrenciler iyi performans göstermese de Matematik Projeleri yönteminin sınıfta kullanılan "klasik" Matematik yöntemleriyle karşılaştırıldığında öğrencilerin performansı üzerinde önemli bir etkiye sahip olduğunu göstermektedir. Bu bir şekilde şaşırtıcı bir sonuçtur çünkü öğrenciler genellikle bağımsız düşünmekten mutlu olmamakta, bunun yerine öğretmenin talimatını takip etmeyi tercih etmekteler (Stoica, 2015).

Matematik ana dalları için kurslara kayıtlı lisans öğrencilerinin popülasyonu, ortaöğretim matematik öğretmen adaylarını da içerdiğinden, bu kurslar, geleceğin öğretmenlerine öğretim için matematiksel bilgi geliştirmede büyük bir rol oynayabilir. Bununla birlikte, araştırmalar, birçok ortaöğretim matematik öğretmeni adayının, öğretimin merkezindeki bilgi konusunda yeterince derin bir anlayış kazanmadan veya çalıştıkları şey ile öğretecekleri şey arasında bağlantılar kurmadan bu dersleri tamamladığını göstermiştir. Gelişmekte olan fizikçiler veya mühendisler birçok matematik uygulamasını gelecekteki çalışmaları ile bağlantılı görürken, geleneksel matematik derslerindeki aday ortaöğretim matematik öğretmenleri görmezler. Aday ortaöğretim matematik öğretmenlerinin aldıkları matematik içeriği derslerinde öğretim uygulamalarına yer verilmesi, matematiksel içeriği sağlam bir şekilde ele alabilir. Bu tür uygulamalar, içerik öğrenme hedeflerini ilerletebilir ve öğrendikleri ileri düzey matematik, öğretecekleri matematik ve öğretim işinde merkezi olan karmaşık insan bağlamı arasında bağlantılar kurarken, aday ortaöğretim matematik öğretmenlerinin ihtiyaçlarını karşılayabilir (Álvarez ve ark., 2020).

Kuramsal temelin gelişmesiyle birlikte eğitim yöntemlerinin sayısı da artmaya devam etmektedir. Bilgi verme ve kavratma kaynaklarına göre, eğitim yöntemleri aşağıdakilere ayrılabilir: 1) sözlü (anlatım, tartışma, anlatım vb.); 2) görsel (çizimler, gösteriler vb.); 3) pratik (görevler, laboratuvar ve pratik görevler vb.). Öğrencilerin bilişsel aktivite düzeyine ve bağımsız çalışma derecesine göre ise eğitim yöntemleri şu şekilde ayrılabilir: 1) açıklayıcı veya bilgilendirici; 2) çoğaltıcı; 3) sorunu açıklayan; 4) kısmi araştırıcı veya sezgisel; 5) soruşturucu; 6) duygusal etki yöntemlerini kullanan. Öğretmenin öğretimine ve öğrencinin öğrenmesine göre öğretim yöntemleri ikiye ayrılabilir: 1) bilgi toplama ve uygulama yöntemleri; 2) açıklama ve çoğaltma yöntemleri; 3) teşvik edici açıklamalar ve kısmi araştırma yöntemleri; 4) geliştirme ve araştırma yöntemleri; 5) öğretici ve çoğaltıcı pratik yöntemler. Bir dersin didaktik amaçlarına ve görevlerine ve ayrıca öğretmenin ve öğrencinin faaliyet biçimine göre eğitim yöntemleri şu şekilde ayrılabilir: 1) iletişimsel – mevcut bilgiyi güçlendirmek için kullanım (sunum için yeni bir materyal, yeni konuların tartışılması, eğitim materyalleri, ders kitaplarıyla çalışma, değerlendirme); 2) bilişsel – yeni öğretim materyalini güçlendirmek için kullanılma (gözlemler, modelleme, illüstrasyon araştırması, teşhir materyalleri, anlama ve analiz); 3) dönüştürücü - problem çözme ve pratik görevlerde bilginin pratik kullanımı için kullanılma; 4) sistematikleştirme – bilgiyi özetlemek ve sistemleştirmek için kullanılma (özet tartışma tabloları, vb.); 5) kontrol - edinilen bilgi ve becerilerin kalitesini ve ayrıca düzeltmeyi (yazılı ve sözlü testler, pratik görevler, vb.) belirlemek için kullanılma. Öğretim yöntemlerinin karşılıklı ilişkilerine göre ise şu şekilde ayrılabilir: 1) öğretmen rehberliğinde bilişsel öğrenme etkinliklerini düzenleme ve gerçekleştirme yöntemleri (sözel, pratik, tümevarım ve tümdengelim, çoğaltma ve problem araştırma, bağımsız çalışma); 2) teşvik edici ve motive edici yöntem; 3) eğitim ve kendini kontrol etme yöntemleri (yazılı ve sözlü testler, laboratuvar ve uygulamalı çalışma) (Cunska & Savicka, 2012).

Ekonomik İşbirliği ve Kalkınma Örgütü (OECD), Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı'nı (PISA) her üç yılda bir, on beş yaşındaki öğrencilerin matematik, bilim ve okuma alanlarındaki skolastik performansını değerlendirmek için yürütür. Bu çalışma, OECD üyesi ülkeler ve üye olmayan seçilmiş ülkeler arasında yürütülmektedir. PISA çalışmasından elde edilen sonuçlar tutarlı bir şekilde, ortalama olarak, diğer OECD üye ülkelerinin çoğuyla karşılaştırıldığında Amerika Birleşik Devletleri'nin matematikte düşük bir sırada yer aldığını göstermektedir. Çeşitli literatürler, öğrencilerin matematik öğrenirken karşılaştıkları zorlukları vurgulamaktadır ve matematik öğretiminin daha verimli ve etkili bir şekilde yapılabileceği umuduyla çok sayıda pedagojik tartışma yapılmıştır. Yine de Amerika Birleşik Devletleri'nin bir bütün olarak son on yılda matematik yeterliliği için PISA sıralamasında çok az gelişme göstermesi gerçeği, yalnızca yeni öğretim yöntemleri önererek çözülemeyecek sorunların altında yatan sorunlar olduğunu göstermektedir (Yew ve ark., 2017).

Amerika Birleşik Devletleri'ndeki öğrenciler arasında matematiğin zayıf performansını eleştiren kişiler, ezberci öğrenmenin veya ezberlemenin matematikte zayıf yeterliliğe katkıda bulunan önemli bir faktör olduğuna işaret etmektedir (Boaler ve Zoido, 2016). Öğrencilere, muhtemelen sayı duyusu ve daha derin bir matematik anlayışı geliştirmeyen hesaplamaları yapmaları için algoritmalar öğretilir. Ezberci öğrenmeyi frenlemek için uygun yanıt, daha iyi öğretim yöntemleri ve yeni pedagojilerde yatıyor gibi görünüyor. Bu tür yöntemler, iyi bilinen ters yüz edilmiş sınıf modelini, belirli kavramların canlı gösterimlerini, uygulamalı etkinliklerin bütünleştirilmesini vb. içerebilir. Bununla birlikte, yeni öğretim yöntemleri ve pedagojiler, eğitmenlerin yeni yöntemleri içselleştirmeleri için ek eğitim almalarını gerektirebilir. Yeni öğretim araçları geliştirmek için ek zaman ve başka kaynaklar gerekebilir. Yeni yöntemlerin başarısının tespit edilebilmesi için hem ebeveynler hem de eğitmenler yeni öğretim yöntemlerini benimsemeli ve uygulamalarını zaman içinde sabırla gözlemlemelidir. Ebeveynler yeni yöntemlere yatırım yapmazsa veya eğitmenler yeni yöntemlerin içselleştirilmesi konusunda sabırsızlarsa, o zaman mevcut (belki de etkisiz) öğretim yöntemlerinin yürürlükte kalması muhtemeldir. Yeterli eğitim ve rehberlik sağlamak için teşvik ve kaynak eksikliği varsa, daha iyi öğretim yöntemlerini benimseme konusundaki isteksizlik daha da artabilir. Eğitimciler standartlaştırılmış sınavları da eleştirirler çünkü bu, konuların işlenme şeklini (böylece dolaylı olarak öğretim yöntemlerini ve pedagojileri dikte eder) ve öğrencilerin öğrenme şeklini etkiler. Test gereksinimlerini karşılama ve test puanlarını artırma arayışında, birçok K-12 eğitmeni, test materyallerini kapsayacak zamanı en üst düzeye çıkarmak ve belirli konularla ilgili belirli sorunları çözmek için matematiksel algoritmalar öğretmek için matematiğin temelleri üzerindeki tartışmaları sınırlandırır. Sonuç olarak, öğrenciler doğru cevaplara götüren çözümlerdeki kavramları ve temelleri anlamak yerine doğru cevapları bulmaya daha fazla önem verirler (Yew ve ark., 2017).

Matematiğin içeriği soyut, mantıksal ve geneldir. Bu nedenle, öğrencilerin matematiği iyi öğrenmelerine yardımcı olmak için, teoriyi öğrenme ile belirli problemleri çözmek için teoriyi uygulama arasında bir denge sağlamak gerekir. Ayrıca bilgiyi keşfetmek ve matematik problemlerini çözmek için el bilgisayarları ve elektronik bilgisayarlar gibi cihazların desteği gerekir. Matematik eğitimi çok önemli bir rol oynar, çünkü öğrencilerin matematiksel yeterliliklerini oluşturmalarına, geliştirmelerine ve pratikte uygulamalarına yardımcı olur. Etkili matematik öğretimi sağlamak için matematik öğretim yöntemlerini olumlu yönde değiştirmek ve geliştirmek günümüzde birçok okul tarafından uygulanmaktadır (Nguyen ve ark., 2023).

Öğretmen, öğrencilerin matematik dersinde maksimum etkiyi elde etmeleri için belirli eğitim yöntemini yönetmelidir. Öğretmen şunları yapmalıdır: 1) belirli yöntemin özünü anlamak; 2) belirli yöntemi belirli eğitim durumlarında nasıl kullanacağını bilmek; 3) eğitim sürecinde yöntemin olumlu ve olumsuz ifadelerini bilmek; 4) yöntemin etkinliğini belirtebilmek; 5) okul matematiğinin hangi konularının belirli bir yöntem kullanılarak öğretilebileceğini bilmek; 6) seçilen yöntemi kullanarak öğrencileri çalışmaya motive edebilmek; 7) yöntemin ifadelerini (görünür ve gizli) daha sık gözlemlenenleri bilmek (Cunska ve Savicka, 2012).

Sosyal bilişsel teori, öğretmen öz-yeterlik inançlarının yalnızca kendi iyi oluş sonuçlarıyla değil, aynı zamanda sınıf ortamının genel ekolojisindeki sınıf süreçleri ve öğrenci sonuçlarıyla da ilişkili olması gerektiğini öne sürer. Bununla birlikte, çok az araştırma, öğretmenlerin öz-yeterlik inançlarının bu öğretmen ve öğrenci düzeyindeki sonuçlarla ilişkilerini eş zamanlı olarak doğrudan incelemiştir. 6000'den fazla 4. sınıf öğrencisi ve 450 öğretmenden alınan verilere dayanarak, çok düzeyli yapısal eşitlik modellemesinin sonuçları, öğretmenlerin matematik öğretimi için öz-yeterlik inançlarının, öğretmenlerin iş doyumu ve sınıf matematik başarısı ve etkileşim kalitesi düzeyleri ile olumlu bir şekilde ilişkili olduğunu ortaya koymuştur (Perera ve John, 2020).

Matematik, bilim ve teknoloji kavramlarının açıklanıp kalem ve kâğıt üzerinde modellenebildiği önemli bir araçtır. Matematiğin ustalığı, bilim ve teknolojinin - sınırları zorlamanın yanı sıra - çalışmasına izin verir (Yew ve ark., 2017). Matematik için etkili ve yaygın olarak kullanılan aktif öğretim yöntemleri nelerdir? Öğretim, her konunun ihtiyaçlarına ve bilişsel yeteneklerine dikkat edilerek, öğrencilerin bilişsel yeteneklerine ve seviyelerine uygun olmalıdır. Öğretimi yapıcı bir yönde düzenleyerek, öğrencileri, sorunları çözmek için aktif olarak araştıran, keşfeden ve kendi çıkarımlarını yapan kişilere dönüştürmek anlamına gelir.

Çeşitli matematik öğretimi yöntemleri olmasına rağmen, bazı ana eğilimler şunlardır: Görsel olarak bilgisayar destekli öğretim yoluyla (visually by computer-aided instruction) (Aqda ve ark., 2011), sanal matematik nesneleri yoluyla (virtual math objects) (Bos, 2009), bilgi ve iletişim teknolojileri öğretme-öğrenme yöntemleri (ICT teaching learning methods) (Cunska ve Savicka, 2012), web sayfası bağlantılarıyla (web-page links) (Khorasani, 2012), erişilebilir matematik platformları yoluyla (accessible math platforms) (Mackowski ve ark., 2018), soru sorarak ve sorgulayarak sözel matematik problem çözme performansı yoluyla (verbal math problem-solving performance by questioning) (Babakhani, 2011), yoluyla (mastery teaching methods) (Jerrim ve Vignoles, 2016), problem çözme görevleri tasarımıyla (design of problem solving tasks) (Álvarez ve ark., 2020), bilgi gelişimi yoluyla (knowledge growth) (Copur-Gencturk ve Li, 2023), etno pedagoji unsurlarıyla (elements of ethno pedagogics)

(Erkisheva ve ark., 2014), vasıtasıyla (comparing methods) (Thippana ve ark., 2020), vaka çalışması yoluyla (case study) (Zohrevand ve ark., 2010), hazırlık pratikleri uygulamalarıyla (preparation practices) (Akyeampong ve ark., 2013), yetenek gruplama yoluyla (Boliver & Capsada-Munsech, 2021), dijital oyun tabanlı matematik öğrenimi yöntemiyle (Dai ve ark., 2023), birlikte öğretme yoluyla (co-teaching) (King-Sears ve ark., 2021), gömülü karma yöntem çalışmasıyla (embedded mixed method study) (Öztürk, 2021), özel öğretim yöntemleriyle (special teaching methods) (Şengül, 2009), matematik projeleri kullanarak (using math projects) (Stoica, 2015), karma yöntemle (mixed-methods) (Thomson ve ark., 2020), içerik bilgisini aydınlatma ve anlatım yöntemiyle (content knowledge illumination and lecturing) (Copur-Gencturk ve Tolar, 2022), okul düzeyinde standart test politikası uygulamasıyla (school-level standardized testing policy) (Im ve ark., 2020), RMI (ilişki, haritalama ve ters çevirme) yöntemiyle (relationship, mapping and inversion method) (Wang ve ark., 2011). Bunların öğretmen ve araştırmacılar tarafından araştırılan ve uygulanan temel yöntemler olduğu söylenebilir.

Ayrıca matematik öğretiminin başarısını artırıcı diğer faktörlerden bazıları şunlardır: çok adımlı matematik becerileri (multi-step math skills) (Kellems ve ark., 2016), çocukların matematik tutumları (children’s math attitudes) (Levine ve Pantoja, 2021), öğrenci başarısı (student’s achievement) (Pachemska ve ark., 2014), öğretmenlerin öz yeterlik inançları (teachers’ self-efficacy beliefs) (Perera & John, 2020), öğretmenlerin algılanan etkililiği (teachers’ perceived effectiveness) (ten Hagen ve ark., 2022), aynı sınıfta yetişkin ve genç öğrencilerin birarada bulunması (adult and young students in a same classroom) (Zohrevand ve ark., 2010), öğretmenin motivasyonu ve anlatım-öğretim kalitesi (teacher motivation and teaching quality) (Lazarides ve Schiefele, 2021), sosyal ilişkiler (social relations) (Kodzi ve ark., 2014), öğretmenlerin inanma düzeyi (teacher beliefs) (Tan ve Lan, 2011).

Fin eğitim sistemi genellikle öğrenciler ve öğretmenler için elverişli bir ortam sağlayan en iyi sistemlerden biri olarak övülmüştür. Genel olarak öğrencilerin ders süreleri daha kısadır ve öğretmenlerin derslerin nasıl ilerlemesi, düzenlenmesi ve verilmesi gerektiği konusunda daha fazla özerkliği vardır. Yine de Finlandiya'daki öğrenciler, PISA sonuçlarına dayalı olarak sürekli olarak son derece iyi performans gösterebilmektedir (Walker, 2016).

Aşağıdaki kelimeler, matematik metodolojileri konusunda yazılmış araştırma çalışmalarında yoğunlukla kullanılan anahtar kelimelerdir: başarı boşlukları, erken matematik, ev matematik ortamı, evde aritmetik, ev aritmetik ortamı, boylamsal çalışma, aritmetik etkinlikler, pedagojik alan bilgisi, okul öncesi, sosyoekonomik durum, uzamsal beceriler, öğretmen mesleki gelişimi, uzaktan eğitim, e-öğrenme, kanıta dayalı uygulama, çevrimiçi öğrenme, öğretim kalitesi, ergenlik, cinsiyet stereotipleri, matematik becerileri, üst biliş, okuma becerileri, okula hazırbulunuşluk, benlik kavramı, cinsiyet farklılıkları, sosyal biliş, stereotip tehdidi, aritmetik stratejiler, geometri, anne desteği, matematik tutumları, ölçüm, ölçüm değişmezliği, problem çözme, öğretmen desteği, başarı hedefleri, etkililik, ters yüz edilmiş sınıf, oyun tabanlı öğrenme, kaygı, tutum, öğretim stratejileri, düşük gelir, matematik kaygısı, ilaç tedavisi, öğrenci bağlılığı, değer inançları, yeterlilik, müfredat, erken çocukluk, çaba, arabuluculuk, mentorluk, karma yöntemler, motivasyon, okuduğunu anlama, bilişsel gelişim, somutlaştırılmış biliş, yürütme işlevi, jest, ketleme, hizmet öncesi öğretmen eğitimi, muhakeme, uzamsal yetenek, işleyen bellek, akademik beceriler, otizm, öğrenme güçlüğü, matematik performansı, kişi merkezli yaklaşım, planlama, öz düzenleme, aktivite teorisi, ileri matematik, cebir, standart test, öğretim uygulamaları, izleme, eğitim ekonomisi, kişilik özellikleri, teknoloji, sınıf gözlemi, yaratıcılık, ev ödevi, matematik öz yeterliliği, çok düzeyli analiz, pisa, yapısal eşitlik modellemesi, öğrenci başarısı, öğretmen öz yeterliği, öğretmen kalitesi, akademik motivasyon, akademik performans, biçimlendirici değerlendirme, yüksek öğrenim, matematik benlik kavramı, çok düzeyli modelleme aktarımı, eğilimler, erken müdahale, eğitici oyunlar, anaokulu, matematiksel düşünme, inançlar, cinsiyet, beşeri sermaye, kimlik, anlatım, öğretmen adayları, sosyal sermaye, konu alanlarındaki uygulamalar, işbirlikçi öğrenme, söylem, sınıf öğretimini geliştirme, etkileşimli öğrenme ortamları, öğretme/öğrenme stratejileri, erken çocukluk eğitimi, mesleki gelişim, öz yeterlik, öğretmen işbirliği, öğretmen eğitimi, öğretim uygulamaları, zihniyet, öğretmen inançları (Nguyen ve ark., 2023).

3. Etkileşimli eğitim yöntemleri

Etkileşimli etkileşim, entelektüel aktiviteyi teşvik eder ve işbirliği oluşturur. İnteraktif öğrenme, öğrencilerin değerlendirme becerilerini ve eleştirel düşünmelerini geliştirmelerine, gerçek görevler üzerinde pratik yapmalarına ve kararlar almalarına, benzer sorunlarla karşılaştıklarında gelecekteki etkili çalışmalar için gerekli becerileri kazanmalarına yardımcı olan etkinlikleri içermelidir. Başarılı (verimli) eğitim sürecinin temel anahtarları şunlardır: düşünme becerileri, bilgi ile çalışma (arama, analiz etme, seçme, tahmin etme), bilişsel ve pratik görevleri yenilikçi bir şekilde çözme, sorunları bağımsız olarak çözme yeterliliği, etkinlikleri gerçekleştirme becerileri, kişinin düşünceleri tam olarak ifade etme becerileridir. Etkileşimli öğrenmenin düzenlenmesi için aşağıdaki koşullar matematik derslerinde zorunlu olmalıdır: 1) Öğretmen ve öğrenciler arasındaki ilişkiler karşılıklı güvene dayalı ve olumlu olmalıdır; 2) Öğretim tarzı demokratik olmalıdır; 3) Öğretmen ile öğrenciler arasındaki veya öğrencilerin kendi arasındaki işbirliği süreci gözlemlenmelidir; 4) Her şey öğrencilerin kişisel matematik deneyimlerine dayalı olmalı, çarpıcı örneklere ve gerçek örneklere yer verilmeli; 5) Giriş niteliğindeki görevlerin yanı sıra temel görevleri yapmak için yeterli zaman ayrılmalıdır; 6) Çeşitli eğitim yöntemleri ve bilgi verme biçimleri, düzenli ve amaca dayalı değişiklikler kullanılmalıdır; 7) Dersi fazla sıkmamalı, sadece bazı etkileşimli yöntemler kullanılmalıdır; 8) Kullanılan yöntemler öğrencilerin yaşına uygun olmalıdır; 9) Etkinliklerin dış ve iç motivasyonları ile öğrencilerin ortak motivasyonlarına yer verilmelidir; 10) Her öğrencinin hızı ve yeteneği dikkate alınmalıdır; 11) Açık anketler yaparak, tartışmaları teşvik ederek geri dönüşlü bağlantılar oluşturulmalıdır (Cunska ve Savicka, 2012).

Matematiksel ispatlarla ilgili bir kurs, öğrencilerin güçlü, mantıksal matematiksel akıl yürütme geliştirmelerine yardımcı olabilir. Belirli bir formülün ispatına götüren matematiksel yapıları ve akıl yürütmeyi anlayarak, ispat sürecini tamamlayan öğrenciler, ispatların mutlaka ezoterik olmadığını ve ileri matematiksel jargonlarla dolu olmadığını fark edeceklerdir. İspat konusunda yetenekli olmak, öğrencilerin literatürdeki olası hataları belirlemelerine, ders materyalini daha iyi anlamalarına ve hatta kendi çözümlerini geliştirmelerine bile yol açabilir (Roberts, 2003).

4. Görsellik temelli metodlar

Etkileşimli öğretim yöntemlerinin ve Bilgi İletişim Teknolojileri araçlarının, öğrencilerin aktif öğrenme prosedürlerinin yanı sıra öz-değerlendirme, takım çalışması ve farklı görüşlere hoşgörü becerilerinin gelişmesine yardımcı olabilir. Bu stratejiler, öğretmenlerin ve öğrencilerin sorumluluklarını anlamalarına ve matematik oturumları için öğrenme görevlerini yerine getirmek için işbirliği yapmalarına yardımcı olarak ilgi çekici bir öğrenme ortamı sağlar. Öğretmenlerin ve öğrencilerin matematiksel formüller, çizelgeler, grafikler vb. dahil olmak üzere aritmetik sorunları yanıtlamasını kolaylaştırmak için Mackowski ve ark., (2018), uzaktan eğitim için bir e-öğrenme platformunun benimsenmesini önermektedir.

Bu, özellikle engelli üniversite öğrencilerine eğitim vermek ve bunları değerlendirmek için yararlıdır. Bilgisayar ağı ve internet kullanılarak, özellikle e-posta yoluyla gönderilen web sayfası bağlantılarının kullanılmasıyla, öğrencilerin hem formülü bilmesi hem de kullanması durumunda matematiksel formül hakkında daha derin bir bilgiye sahip olabilmesi sağlanmaktadır (Khorasani, 2012). Cunska ve Savicka (2012) şimdiki nesil gençlerin, daha açık fikirli, sezgisel, duyarlı ve entelektüel açıdan meraklı olmalarının yanı sıra onları geleneksel öğretime ilgisiz kılan diğer yeni özellikleriyle öncekinden farklı olduğunu söylemektedir. Bos (2009), ne öğretmenlerin ne de öğretmen adaylarının sanal matematik nesneleri ve web tasarımcıları kullanarak öğrencilerin akademik performansını artırabilecek pedagojik, matematiksel veya bilişsel doğruluk konusunda eğitim almadıklarını bildirmektedir (Nguyen ve ark., 2023).

Pek çok eğitmenin, öğrencilerin öğretilen önceki bir konu hakkındaki anlayışlarını değerlendirmek için kısa sınavlar şeklinde kısa değerlendirmeler yaptığı göz önüne alındığında, matematikle ilgili kısa sınav soruları, öğrencilerin sahip olabileceği kavram yanılgılarını ortaya çıkarmak için tasarlanmalıdır. Bazı yaygın kavram yanılgılarını ortaya çıkararak, öğrencilerin temel hatalarını açıklamak ve açıklığa kavuşturmak için daha derin bir tartışma yapılabilir. Bu tartışmalar, bir önceki derste işlenen bazı önemli kavramları tekrarlamak ve pekiştirmek için dersin başında yaklaşık beş ila on dakika sürebilir. Bir matematiksel kavramın temel yapıları kısaca açıklanabilir ve bu açıklamaların yeterli bir şekilde kapsanması için önemli miktarda ders süresi gerektiriyorsa, öğrenciler kavramsal anlayışlarını geliştirmek için çevrimiçi videolara ve diğer kaynaklara yönlendirilebilir. Eğitmenler, öğrencileri ders saatleri dışında ek materyalleri gözden geçirmeye ve gerektiğinde açıklama aramaya teşvik etmek için uygun gördükleri şekillerde öğrencileri teşvik etmeyi düşünebilir. Bu tür tartışmalar değerlidir çünkü hatalardan - özellikle de çoğu öğrencinin yaptığı hatalardan - öğrenme fırsatı, öğrencilerin örneğin ezber yoluyla öğrenmek yerine bir kavramı anlamanın önemini takdir etmelerini sağlar. Bu tartışmalar ayrıca mühendislik öğrencilerine, üniversite düzeyinde, doğru çözüme yönelik adımlar boyunca akıl yürütme yeteneğinin, algoritmik prosedürleri körü körüne uygulama becerisinden daha değerli olduğu mesajını gönderebilir. Önceki matematiksel kavramların tekrarı, eğitmenlerin bir sonraki matematik konusuna (örneğin trigonometri kavramlarını ve Kartezyen koordinatları enterpolasyon konusuna getirme) geçiş yapmalarına yardımcı olabilir; bu, mühendislik derslerinde yaygın olarak konuların bağlantısını gösterir ve mantıksal bir akış sağlar (Yew ve ark., 2017).

5. Bilgi ve iletişim teknolojileri kullanımı

Bilgi ve iletişim teknolojileri (BİT), bilgiyi oluşturmak, yaymak, değiştirmek ve yönetmek için kullanılan teknolojik araç ve kaynakların toplamıdır. BİT'in eğitime girmesi birçok yeniliği beraberinde getirmiş ve esasen değerlerini, yöntemlerini ve sonuçlarını değiştirmiştir. BİT'in getirdiği yenilik ve değişikliklerin öğrenciler, öğretmenler, okul yönetimi, yerel ve devlet kurumlarındaki karar vericiler ve veliler tarafından kabul edilmesi, kullanılması ve geliştirilmesi eğitim sistemi için önemli bir fayda sağlayacaktır. BİT'in ortaya çıkmasıyla, modern pedagoji paradigmasına dikkat edilmelidir - öğrenci pratik eğitim sürecinin merkezindedir, uygun yer, zaman ve hızda bağımsız olarak öğrenebilir (Hirtz, 2008). BİT kullanımı sonucunda öğrencilerin bilgiye kolay ve geniş erişimi sağlanır, düşünmeleri teşvik edilir ve kişilikleri gelişir, bağımsız çalışma olanakları gelişir, mizah duygusu ve eleştirel yaklaşım oluşur, bilgi yönetimi becerileri oluşturulur, bilgiye öncülük edilebilir ve işbirlikçi öğrenme teşvik edilir. Öte yandan, BİT araçlarının ilgili kişilere (öğrenciler, öğretmenler, liderler, ebeveynler) kültürel, sosyal ve profesyonel etkisi dikkate alınmalıdır. Bilgi çağında dikkat gösterilmesi gereken ana noktalar şunlardır: karmaşık şeylerin temel olarak anlaşılması, bilginin geliştirilmesi, aktif kişisel gelişim, küreselleşmenin anlaşılması, temel yaşam becerileri ve eğitim kaynaklarının çeşitliliği (Bidarian ve Davoudi, 2011). Eğitim sürecinde dengeli ve bilimsel temelli ilkelerin getirilmesi önemlidir. Örneğin; özyönetim, işbirliği, aktif ve kapsayıcı eğitim süreci, proje tabanlı eğitim süreci. Anlaşılması gereken en önemli şey, eğitim sürecinin sadece sınıfta kalmadığı, kesintisiz olduğu ve öğrencinin hedefleri ve beklenen sonuçları anlaması ve öğretmenin başarılı bir şekilde liderlik edip motive edebilmesi durumunda BİT kullanımının çok yardımcı olabileceğidir. Teknolojiler, öğrenme ortamını canlı ve aktif hale getirir. Bilgi teknolojileri çağında geleneksel eğitim yöntemleri yeterince etkili değildir. Mevcut eğitim sistemi, eğitim sürecini daha aktif hale getirebilecek ve öğrencileri kendi kendine eğitim için motive edebilecek hızlı ve geleneksel olmayan eğitim yöntem ve biçimlerinin eğitim sürecine dahil edilmesini talep etmektedir. Bahsedilen süreç çok karmaşıktır ve öğretmenlerin ve öğrencilerin BİT araçları ve yazılımları ile çalışma becerileri kazanmalarını gerektirir. Bilgisayar, etkileşimli tahta, çoklu ortam veri projektörü, internet vb. teknoloji araçları, öğretme sürecinde öğretmenlere, öğrenme sürecinde ise öğrenciler için yeni olanaklar sunmuştur. BİT, geleneksel olmayan bilgi kaynaklarına erişim sağlar, kendi kendine eğitimin etkinliğini artırır, yenilikçiliği teşvik eder ve yeni eğitim biçimleri ve yöntemlerini hayata geçirir. Eğitimin başarısı, farklı miktarlarda bilgiyi ne kadar hızlı ve kolay elde edebileceğimize bağlıdır. BİT araçlarını kullanarak ders vermek, bir öğretmenden bilgisayar kullanma becerisi, çoklu ortam teknolojilerini kullanma becerisi, derse hazırlık için çok çalışma ve çok zaman gerektirir. Ancak kullanılan zaman, öğretmenin kendisi ve başkaları için entelektüel materyalleri, uygulamaları ve dersleri hazırlamak için harcanır. Ana ödül, öğrencilerin öğretilen konuya olan ilgisini artırmak, eğitim sürecinin daha başarılı olmasına yardımcı olmaktır (Cunska ve Savicka, 2012).

Dijital oyun tabanlı matematik öğrenme ortamları, çağdaş matematik eğitiminin üzerinde durduğu, öğrencilere kavramsal anlamada ustalaşma ve matematiksel düşünmeyi geliştirme fırsatları sağlayan umut verici platformlardır. Sonuçlar, tasarlanmış oyun içi öğrenmenin, bireylerin anlamlı ve dikkatli matematik problem çözme deneyimlerini kolaylaştırdığını göstermiştir (Dai ve ark., 2023).

Anlaşılır bir şekilde, zaman sınırlamaları, eğitmenlerin bir derste işleyebilecekleri materyalin derinliğini kısıtlayabilir. Öğrencilerin ders saatleri dışında izleyip anlamaları için videoların ve harici multimedya kaynaklarının eklenmesi, sınıfta işlenen kavramları pekiştirmeye yardımcı olur ve genişletilmiş bir örnek ve uygulama deposu sağlayabilir. Basit temelleri daha eksiksiz ve kapsamlı bir şekilde ele almak için biraz zaman ve kaynak harcayarak, öğrenciler bilgiyi anlama ve akılda tutma konusunda derinlik kazanabilirler. Materyali daha kapsamlı bir şekilde incelemek, öğrencilere bilginin değerlendirilmesi ve sentezinde gerekli olan düşünme düzeyini de gösterir (Yew ve ark., 2017).

6. Sonuç

Öğretmenlerin algılanan öğretim yeterliliği - yani kendi kendilerini değerlendirdikleri öğretim yetenekleri ve sınıftaki etkililikleri - öğretmenlerin mesleğe olan bağlılığını, mesleki gelişime katılımını, mesleki refahını, iş tatminini ve kalıcılığını şekillendirebilen çok yönlü bir motivasyonel yapıdır. Araştırmalar, çok sayıda reform kılavuzuna ve çok sayıda mesleki gelişim programına rağmen, çoğu ilkokul öğretmeninin matematik öğretimi konusunda düşük yeterlik bildirmektedir. Çoğu zaman ilkokul öğretmenleri, öğretimin kalitesini ve öğrenci başarısını dolaylı olarak etkileyen matematik öğretimine yönelik olumsuz görüşlere sahiptir. Matematik öğretiminde reform girişimlerini başarılı bir şekilde uygulama sürecinde öğretmenlerin yeterlik inançları çok önemlidir.

"Öğretmen öz yeterliliği" ve "öğretmen ilgisi", yüksek kaliteli öğretim için önemli olan öğretmen motivasyonunun iki temel yönüdür. Öğretmen öz-yeterliliği ve ilgisinin öğretim kalitesi üzerindeki etkilerinin birbiriyle karşılaştırıldığında göreli gücü hakkında çok az şey bilinmektedir. Matematik öğretmeni öz-yeterliği ve ilgisi ile öğretmenler ve öğrenciler tarafından algılanan öğretim kalitesinin çeşitli ilgili boyutları arasındaki ilişkileri inceleyen araştırmalara ihtiyaç vardır.

Çocukların erken dönem matematik becerilerindeki değişkenlik, evde deneyimlenen matematik öğrenme fırsatlarındaki farklılıklardan kaynaklanabilir. Özellikle ailelerin evlerinde matematik öğrenimini artırmak için yöntemler tasarlarken, çocukların matematik öğrenme fırsatlarını etkileyen bağlamsal etkileri ve kısıtlamaları dikkate almak önemlidir.

Teknolojinin kullanımına matematiğin öğretimini ve öğrenimini yeniden şekillendirme görevi verilmiştir. Bu çetin zorluk, kaliteli matematik tabanlı teknoloji uygulamalarının eksikliğinden sınıflarında teknolojiyi seçme ve uygulama konusunda yetersiz donanıma sahip öğretmenlere kadar çeşitli engellerle karşılaşabilmektedir. Teknolojinin ortamı, etkileşimi, test etmeyi, yeniden ziyaret etmeyi, gözden geçirmeyi ve uygulamayı teşvik etmek için bilinçli olarak tasarlanmıştır. Varsayımlar, ilişkiler kurmak ve yansıtıcı düşünceyi teşvik etmek için kullanılan aktif bileşenlerdir. Öğretmenlerin ayrıca teknolojiyi bir tasarımcının bakış açısıyla görmeleri gerekir. Teknoloji uygulaması pedagojik olarak sağlam mı, matematiksel olarak doğru mu ve anlayışı derinleştirmek için bilişsel olarak tanımlanmış mıdır? Teknoloji, ilişkilendirilebilir zengin matematiksel kalıpları oluşturmak için istikrarlı bir şekilde kullanılırsa, çevremize mantık ve muhakeme getiren bilişsel bağlantılara katkıda bulunur ve yalnızca matematik öğretmek yerine matematiği yapmamıza (keşfetme, varsayımda bulunma, test etme ve uygulama) da izin verir.

KAYNAKÇA

Abdalgani, Y. M. (2022). Role, need and benefits of mathematics in the development of society. *Journal for the Mathematics Education and Teaching Practices*, *3*(1), 23-29.

Akyeampong, K., Lussier, K., Pryor, J., & Westbrook, J. (2013). Improving teaching and learning of basic maths and reading in Africa: Does teacher preparation count? *International Journal of Educational Development*, *33*(3), 272-282.

Álvarez, J. A., Arnold, E. G., Burroughs, E. A., Fulton, E. W., & Kercher, A. (2020). The design of tasks that address applications to teaching secondary mathematics for use in undergraduate mathematics courses. *The Journal of Mathematical Behavior*, 60, 100814.

Aqda, M. F., Hamidi, F., & Rahimi, M. (2011). The comparative effect of computer-aided instruction and traditional teaching on student's creativity in math classes. *Procedia Computer Science*, 3, 266-270.

Babakhani, N. (2011). The effect of teaching the cognitive and meta-cognitive strategies (self-instruction procedure) on verbal math problem-solving performance of primary school students with verbal problem-solving difficulties. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 15, 563-570.

Bidarian, S., & Davoudi, A. M. (2011). A Model for application of ICT in the process of teaching and learning. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 29, 1032-1041.

Boaler, J., & Zoido, P. (2016). Why math education in the US doesn't add up. *Scientific American Mind*, *27*(6), 18-19.

Boliver, V., & Capsada-Munsech, Q. (2021). Does ability grouping affect UK primary school pupils' enjoyment of Maths and English? *Research in Social Stratification and Mobility*, 76, 100629.

Bos, B. (2009). Virtual math objects with pedagogical, mathematical, and cognitive fidelity. *Computers in Human Behavior, 25*(2), 521-528.

Copur-Gencturk, Y., & Tolar, T. (2022). Mathematics teaching expertise: A study of the dimensionality of content knowledge, pedagogical content knowledge, and content-specific noticing skills. *Teaching and Teacher Education*, 114, 103696.

Copur-Gencturk, Y., & Li, J. (2023). Teaching matters: A longitudinal study of mathematics teachers' knowledge growth. *Teaching and Teacher Education*, 121, 103949.

Cunska, A., & Savicka, I. (2012). Use of ICT teaching-learning methods make school math blossom. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 69, 1481-1488.

Dai, C. P., Ke, F., Pan, Y., & Liu, Y. (2023). Exploring students' learning support use in digital game-based math learning: A mixed-methods approach using machine learning and multi-cases study. *Computers & Education*, 194, 104698.

Erkisheva, Z., Koshanova, M., Alikhanova, B., Omarova, I., Baitenov, A., & Abishova, A. (2014). Using the elements of ethno pedagogics in teaching maths. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 143, 591-594.

Hirtz, S. (2008). *Education for a digital world: Advice, guidelines, and effective practice from around the globe*. Commonwealth of Learning.

Im, H., Kwon, K. A., Jeon, H. J., & McGuire, P. (2020). The school-level standardized testing policy and math achievement in primary grades: The mediational role of math instructional approach. *Studies in Educational Evaluation*, 66, 100877.

Jerrim, J., & Vignoles, A. (2016). The link between East Asian 'mastery'teaching methods and English children's mathematics skills. *Economics of Education Review*, 50, 29-44.

Kellems, R. O., Frandsen, K., Hansen, B., Gabrielsen, T., Clarke, B., Simons, K., & Clements, K. (2016). Teaching multi-step math skills to adults with disabilities via video prompting. *Research in Developmental Disabilities*, 58, 31-44.

Khorasani, M. K. (2012). An online approach to teaching mathematic formula through introducing web-page links. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 46, 3546-3550.

King-Sears, M. E., Stefanidis, A., Berkeley, S., & Strogilos, V. (2021). Does co-teaching improve academic achievement for students with disabilities? A meta-analysis. *Educational Research Review*, 34, 100405.

Kodzi, I. A., Oketch, M., Ngware, M. W., Mutisya, M., & Nderu, E. N. (2014). Social relations as predictors of achievement in math in Kenyan primary schools. *International Journal of Educational Development*, 39, 275-282.

Koskinen, R., & Pitkäniemi, H. (2022). Meaningful Learning in Mathematics: A Research Synthesis of Teaching Approaches. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, *17*(2), em0679. https://doi.org/10.29333/iejme/11715

Lazarides, R., & Schiefele, U. (2021). The relative strength of relations between different facets of teacher motivation and core dimensions of teaching quality in mathematics-a multilevel analysis. *Learning and Instruction*, 76, 101489.

Levine, S. C., & Pantoja, N. (2021). Development of children’s math attitudes: Gender differences, key socializers, and intervention approaches. *Developmental Review*, 62, 100997.

Mackowski, M. S., Brzoza, P. F., & Spinczyk, D. R. (2018). Tutoring math platform accessible for visually impaired people. *Computers in biology and medicine*, 95, 298-306.

Munna, A. S., & Kalam, M. A. (2021). Teaching and learning process to enhance teaching effectiveness: a literature review. *International Journal of Humanities and Innovation (IJHI)*, *4*(1), 1-4.

Nguyen, T., Nam, H. H., Hoang, T. N., & Dang, H. T. T. (2023). A review of studies on math teaching methods. *JETT*, *14*(2), 448-463.

Öztürk, M. (2021). An embedded mixed method study on teaching algebraic expressions using metacognition-based training. *Thinking Skills and Creativity*, 39, 100787.

Pachemska, S., Atanasova-Pachemska, T., Iliev, D., & Seweryn-Kuzmanovska, M. (2014). Analyses of student's achievement depending on math teaching methods. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 116, 4035-4039.

Perera, H. N., & John, J. E. (2020). Teachers' self-efficacy beliefs for teaching math: Relations with teacher and student outcomes. *Contemporary Educational Psychology*, 61, 101842.

Roberts, R. G. (2003). A case study to motivate engineering students to do mathematical proofs. *International Journal of Electrical Engineering Education*, *40*(4), 231-242.

Stoica, A. (2015). Using math projects in teaching and learning. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 180, 702-708.

Şengül, S. (2009). A review on the effects of special teaching methods 2 lesson to teacher candidates in terms of their performances. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, *1*(1), 2136-2139.

Tan, M., & Lan, O. S. (2011). Teaching mathematics and science in English in Malaysian classrooms: The impact of teacher beliefs on classroom practices and student learning. *Journal of English for Academic Purposes*, *10*(1), 5-18.

ten Hagen, I., Lauermann, F., Wigfield, A., & Eccles, J. S. (2022). Can I teach this student?: A multilevel analysis of the links between teachers' perceived effectiveness, interest-supportive teaching, and student interest in math and reading. *Contemporary Educational Psychology*, 69, 102059.

Thippana, J., Elliott, L., Gehman, S., Libertus, K., & Libertus, M. E. (2020). Parents' use of number talk with young children: Comparing methods, family factors, activity contexts, and relations to math skills. *Early Childhood Research Quarterly*, 53, 249-259.

Thomson, M. M., Walkowiak, T. A., Whitehead, A. N., & Huggins, E. (2020). Mathematics teaching efficacy and developmental trajectories: A mixed-methods investigation of novice K-5 teachers. *Teaching and Teacher Education*, 87, 102953.

Walker, T. D. (2016). When Finnish teachers work in America's public schools. *The Atlantic*, 1-3.

Wang, W., Wang, S., Cui, S., & Qu, G. (2011). On mathematical teaching interpretation of rmi method. *Procedia Engineering*, 15, 4287-4290.

Yew, G. Z., Cloutier, A., Morse, S. M., & Morse, A. N. (2017, June). *Are better teaching methods the answer to improved math proficiency or are we simply barking up the wrong tree?* Paper presented at 2017 ASEE Annual Conference & Exposition, Columbus, Ohio. 10.18260/1-2--27611

Zohrevand, Y., Jafari, S. S., & Arshad, M. H. (2010). A case study in math education: Mathematics education to adult and young students in a same classroom at IAU. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 8, 158-163.

İKSAD
Publishing House

ISBN: 978-625-367-398-7