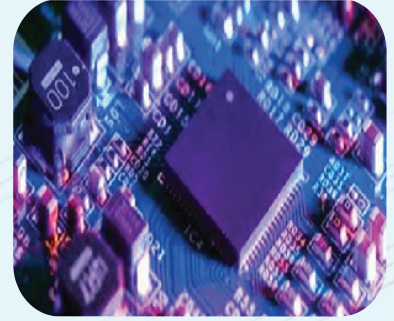
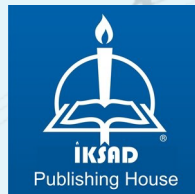


# ELEKTRİK-ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİNE GİRİŞ



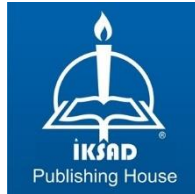
**Prof. Dr. Sabir RÜSTEMLİ**      **Doç. Dr. Behçet KOCAMAN**



# ELEKTRİK-ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİNE GİRİŞ

**Prof. Dr. Sabir RÜSTEMLİ**      **Doç. Dr. Behçet KOCAMAN**

DOI: <https://dx.doi.org/10.5281/zenodo.10407887>



Copyright © 2023 by iksad publishing house

All rights reserved. No part of this publication may be reproduced, distributed or transmitted in any form or by any means, including photocopying, recording or other electronic or mechanical methods, without the prior written permission of the publisher, except in the case of brief quotations embodied in critical reviews and certain other noncommercial uses permitted by copyright law.

Institution of Economic Development and Social Researches Publications®

(The Licence Number of Publicator: 2014/31220)

TÜRKİYE TR: +90 342 606 06 75

USA: +1 631 685 0 853

E mail: iksadyayinevi@gmail.com

www.iksadyayinevi.com

It is responsibility of the author to abide by the publishing ethics rules. The first degree responsibility of the works in the book belongs to the authors.

Iksad Publications – 2023©

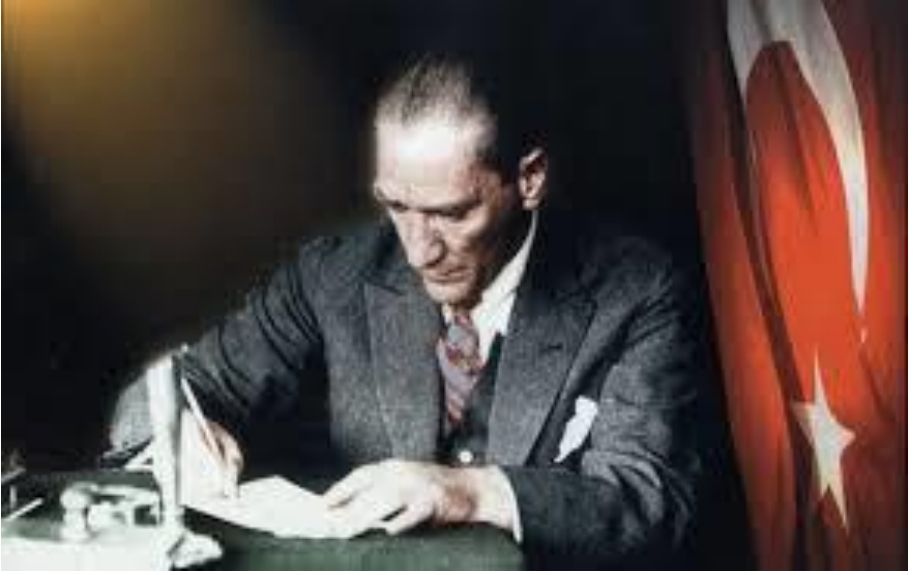
**ISBN: 978-625-367-516-5**

Cover Design: İbrahim KAYA

November / 2023

Ankara / Türkiye

Size: 16x24cm



*“Çalışmadan, öğrenmeden, yorulmadan rahat yaşamamanın yollarını aramayı alışkanlık haline getirmiş milletler, evvela haysiyetlerini, sonra hürriyetlerini ve daha sonra da geleceklerini kaybetmeye mahkûmdurlar.”*

*Mustafa Kemal ATATÜRK*

Bu kitabı, daima sevgi ve destekleri ile yanımda olan sevgili eşim Kamile RÜSTEMLİ'ye, kızım Nermin RÜSTEMLİ'ye ve oğlum Ali Cengiz RÜSTEMLİ'ye armağan ediyorum.

Prof. Dr. Sabir RÜSTEMLİ

Kitabın hazırlanması aşamasında bana duydukları güven, verdikleri sevgi ve sabır ile yanımda olan; aileme, eşime ve çocuklarıma sonsuz teşekkür ederim.

Doç. Dr. Behçet KOCAMAN

## ÖNSÖZ

Elektrik-Elektronik Mühendisliğine Giriş kitabının amacı, Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü'nde eğitim görmeye başlayan öğrencilere, mühendislik eğitimleri süresince alacakları derslerle ilgili temel düzeyde bilgi sunmaktır. Böylece öğrenci, ilgi alanı kapsamındaki konulara daha erken yönelebilmektedir. Yine bu ders kapsamında öğrenci mühendislikte etik ilkeler ve etik sorumluluklar hakkında bilgi edinmiş olur.

Elektrik-Elektronik Mühendisliğine Giriş kitabı, Bitlis Eren Üniversitesi Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü'nde kuruluşundan bu yana okutulan Elektrik-Elektronik Mühendisliğine Giriş dersi adı altında anlatılan konular ile diğer üniversitelerde okutulan benzer ad altındaki derslerin içerikleri göz önünde bulundurularak hazırlanmıştır. Hazırlanmış olan bu kitap, altı bölümden oluşmaktadır. Birinci bölümde; giriş, mühendis ve mühendislik tanımı, elektrik-elektronik mühendisliği meslek alanı, etik ve ahlak tanımı, SI uluslararası birimler sistemi, madde veya cisim, iş, enerji ve güç, elektrik yükü ve akım, gerilim (voltaj, potansiyel) ve gerilim farkı, elektriksel güç ve enerji, elektrik devre kaynakları ve elemanları, direnç, endüktans, kondansatör anlatılmıştır. İkinci bölümde; temel devre elemanları, temel yasaların doğrudan doğruya uygulanması, elemanların seri bağlanması, elemanların paralel bağlanması, gerilim bölücü devre, akım bölücü devre, yıldız ve üçgen devreler, paralel gerilim veya seri akım kaynakları anlatılmıştır. Üçüncü bölümde; çevre akımları yöntemi, süperpozisyon yöntemi,

Thevenin teoremi, Norton teoremi, düğüm gerilimleri yöntemi, maksimum güç teoremi anlatılmıştır. Dördüncü bölümde; sinüsoidal dalga formu, sinüs dalgası, sinüsoidal gerilim veya akımın yazılım formatı, faz farkı, gerçek, sanal ve kompleks (karmaşık) sayılar, karmaşık sayıların gösteriliş şekilleri,  $-1$  ve  $j$  çarpanları, karmaşık sayıların birbirine çevrilmesi, karmaşık sayılarla toplama ve çıkarma işlemi, karmaşık sayılarla çarpma ve bölme işlemi, devre elemanlarının alternatif akımdaki davranışları, empedans ve admitans, direnç – bobin – kondansatör seri devresi, paralel devreler, direnç – bobin – kondansatör paralel devresi, tek fazlı alternatif akım devrelerde güç, kompleks güç, güç üçgeni, orta gerilimde kompanzasyon, gerekli kondansatör gücünün hesabı, orta gerilimde kompanzasyonun amacı, kompanzasyonun faydaları anlatılmıştır. Beşinci bölümde; üç fazlı sistemler, dengeli üç fazlı devrelerde güç, yıldız ve üçgen bağlı kaynaklar ve yükler, dengesiz üç fazlı sistem, üç fazlı devrelerde güç ölçümü anlatılmıştır. Altıncı bölümde; diyot ve diyot çeşitleri, transistörler ile tristörler anlatılmıştır.

## İÇİNDEKİLER

<b>ÖNSÖZ</b> .....	<b>iii</b>
<b>İÇİNDEKİLER</b> .....	<b>v</b>
<b>BÖLÜM 1</b> .....	<b>9</b>
1.1. Giriş .....	9
1.2. Mühendis Ve Mühendislik Tanımı.....	12
1.3. SI Uluslararası Birimler Sistemi.....	13
1.4. Madde veya Cisim .....	16
1.5. İş, Enerji ve Güç .....	18
1.6. Elektrik Yükü ve Akım.....	20
1.7. Gerilim (Voltaj, Potansiyel) ve Gerilim Farkı.....	23
1.8. Elektriksel Güç ve Enerji.....	25
1.9. Elektrik Devre Kaynakları Ve Elemanları.....	31
1.10. Direnç .....	38
1.11. Endüktans .....	46
1.12. Kondansatör .....	48
<b>BÖLÜM 2</b> .....	<b>51</b>
2.1. Temel Devre Elemanları.....	51
2.2. Temel Yasaların Doğrudan Doğruya Uygulanması .....	58
2.3. Elemanların Seri Bağlanması .....	59
2.4. Elemanların Paralel Bağlanması.....	64
2.5. Gerilim Bölücü Devre .....	69
2.6. Akım Bölücü Devre.....	71
2.7. Yıldız ve Üçgen Devreler .....	75
2.8. Paralel Gerilim veya Seri Akım Kaynakları.....	78
<b>BÖLÜM 3</b> .....	<b>82</b>



<b>DOĞRU AKIM DEVRELERİNİN ÇÖZÜM YÖNTEMLERİ ...</b>	<b>82</b>
3.1. Çevre Akımları Yöntemi .....	82
3.2. Süperpozisyon Yöntemi .....	88
3.3. Thevenin Teoremi.....	96
3.4. Norton Teoremi .....	102
3.5. Düğüm gerilimleri Yöntemi .....	109
3.6. Maksimum Güç Teoremi.....	122
<b>BÖLÜM 4.....</b>	<b>130</b>
<b>ALTERNATİF AKIM .....</b>	<b>130</b>
4.1. Sinüsoidal Dalga Formu .....	130
4.2. Sinüs Dalgası .....	135
4.3. Sinüsoidal Gerilim Veya Akımın Yazılım Formatı.....	137
4.4. Faz Farkı.....	143
4.5. Gerçek, Sanal ve Karmaşık Sayılar .....	145
4.6. Karmaşık Sayıların Gösteriliş Şekilleri .....	147
4.7. -1 ve j Çarpanları .....	149
4.8. Karmaşık Sayıların Birbirine Çevrilmesi .....	149
4.9. Karmaşık Sayılarla Toplama ve Çıkarma İşlemi.....	150
4.10. Karmaşık Sayılarla Çarpma ve Bölme İşlemi .....	150
4.11. Devre Elemanlarının Alternatif Akımdaki Davranışları .....	152
4.11.1. Direnç.....	152
4.11.2. Endüktans.....	159
4.11.3. Kondansatör .....	163
4.12. Empedans ve Admitans .....	168
4.13. Direnç-Bobin-Kondansatör Seri Devresi.....	169
4.14. Paralel Devreler .....	173

4.15. Direnç-Bobin-Kondansatör (R – L - C) Paralel Devresi .....	175
4.16. Tek Fazlı Alternatif Akım Devrelerinde Güç .....	182
4.17. Kompleks Güç .....	185
4.18. Güç Üçgeni .....	185
4.19. Orta Gerilimde Kompanzasyon .....	187
4.20. Gerekli Kondansatör Gücünün Hesabı .....	188
4.21. Orta Gerilimde Kompanzasyonun Amacı .....	189
4.22. Kompanzasyonun Faydaları .....	191
<b>BÖLÜM 5.....</b>	<b>195</b>
5.1. Üç Fazlı Sistemler .....	195
5.2. Dengeli Üç Fazlı Devrelerde Güç.....	200
5.3. Yıldız (Y) ve Üçgen ( $\Delta$ ) Bağlı Kaynaklar ve Yükler .....	205
5.4. Dengesiz Üç Fazlı Sistem.....	206
5.5. Üç Fazlı Devrelerde Güç Ölçümü .....	209
<b>BÖLÜM 6.....</b>	<b>224</b>
6.1. Diyot ve Diyot Çeşitleri.....	224
6.2. Transistörler.....	226
6.3. Tristörler .....	228
<b>KAYNAKLAR.....</b>	<b>231</b>



## BÖLÜM 1

### 1.1. Giriş

İnsanlar, eskilerden beri doğal olayları araştırmışlar. Elektrik ve manyetik olaylar insanoğlu tarafından bilinmesine rağmen bu olaylarla ilgili bilimsel gelişmenin başlangıcı 1600. yıl sayılmaktadır. 1600'lü yıllarında, William Gilbert adlı bir İngiliz fizikçi elektrik ve manyetik olayları ile ilgili araştırmasının sonuçlarını ilk defa yayınlamıştır. Fakat William Gilbert elektrik ve manyetik olayları arasında hiçbir alaka olmadığı şeklinde yanlış bir sonuca gelmiştir. Elektrik olaylarının araştırılmasında Rus bilim insanlarından M.V. Lomonossow'un, Q.V. Rihman'ın ve B. Frankel'in çok büyük emekleri olmuştur.

Bugünkü elektroteknik ilminin başlangıcını İngiliz bilim insanı Maykl Faraday'ın 1831 yılında icad ettiği elektromanyetik endüksiyon kanunundan almaktadır. XIX yüzyılın ilk yarısında kimyasal akım kaynağı yaratılmış, akımın kimyasal, ışık, manyetik ve ısı etkisi araştırılmıştır. Bu araştırmalar A. Volta, A. M. Amper, V. V. Petrov, Q. H. Ertsted ve E. H. Lents tarafından yapılmıştır.

1832 yılında Rusya'da P. L. Şilling tarafından dünyada ilk elektromanyetik telegrafı icad edilmiştir. Bu da elektriğin gelişmesi için bir başlangıç olmuştur.

1845 yılında Alman fizikçi H. Kirchhoff tarafından elektrik devreleri için Kirchhoff yasaları verilmiştir.

1876 yılında P. N. Yabloçkov tarafından icad edilmiş elektrik mumu elektrik aydınlatmasının esasını oluşturmaktadır. P. N. Yabloçkov tarafından aynı zamanda elektrik enerjisini ileten ve dağıtan transformatör de icad edilmiştir.

1889 yılında M. O. Dolivo-Dobrovolski üç fazlı motoru icad etmiş, üç fazlı sistemin diğer unsurlarını da araştırarak 1891 yılında 175 km mesafeye üç fazlı alternatif akım (AC) ile enerji iletimini sağlamıştır. AC teorisinin gelişmesinde Amerika mühendisi ve bilim adamı Ç .P. Şteynmetsin büyük emeği vardır. Ç. P. Şteynmetsin, elektrik devrelerinin çözümünde kompleks sayılar metodunun (simvolik metod, kompleks amplitudlar metodu) kurucusudur.

1873 yılında İngiliz bilim adamı C. K. Makswell elektromanyetik alan teorisinin esaslarını matematiksel olarak ifade etmiştir. Bu denklemler Makswell denklemleri olarak bilinmektedir. Elektromanyetik alan teorisinin Makswell'den sonra geliştirilmesi ve deneysel olarak uygulanması alman bilim adamı H. Hertsin'in adı ile bağlıdır. H. Hertsin 1887-1889 yıllarında elektromanyetik dalgaların elde edilmesi ve iletilmesi ile ilgili araştırmalar yapmıştır.

1895 yılında A. S. Popov radyo'yu icad etmiştir. Bu, devreler ve elektromanyetik alan teorisinin gelişmesine önemli fayda sağlamıştır.

1904 yılında Petersburk Politeknik Üniversitesinde Prof. Dr. V. F. Mitkeviç “Elektrik ve manyetik olayları teorisi” konusunda gerekli bilgiler anlatmaya başlamıştır.

1905 yılında ise Moskova Devlet Teknik Üniversitesinde Prof. Dr. K. A. Kruq, “Alternatif akımlar teorisi” konusunda gerekli bilgiler anlatmaya başlamıştır. Elektroteknik ile ilgili ilk ders kitabı 1916 yılında K. A. Kruq tarafından Rusya’da basılmış olan “Elektroteknikğin Esasları” kitabıdır.

İnsanlar eskilerden beri birçok enerjiden yararlanmışlardır. Fakat günümüzde en çok kullanılan ve ekonomik olan enerji, elektrik enerjisidir. Elektrik enerjisinin diğer enerji türlerine göre birçok üstünlükleri vardır. Bu üstünlükler;

1. Elektrik enerjisinin üretimi, iletimi ve dağıtımı kolay, ucuz ve verimli olarak yapılabilir.
2. Elektrik enerjisi, diğer enerji türlerine çok kolaylıkla ve yüksek verimle dönüştürülür.
3. Elektrik enerjisi tüketiminde çevreyi kirletmez. Tüketildiği yerde sağlığa hiçbir zararı yoktur. Çok yüksek alanlarda ise çok az zararı vardır.
4. Taşınması kolay ve taşınmasındaki kayıpları azdır. Fakat taşınması hızlıdır. Çok büyük enerjileri oldukça küçük tesislerle taşıyabiliriz.
5. Külsüz, dumansız ve artık bırakmayan bir enerjidir.
6. Kumandası, kontrollü ve ölçülmesi kolaydır.

Eskiden aydınlatma amaçlı kullanılan bu enerji, günümüzde aydınlatmada, ısıtmada, soğutmada, havalandırmada, ulaşımda, haberleşmede, tedavide, elektrikli ev aletlerinin ve çeşitli iş

makinelerinin çalıştırılması için kullanılmaktadır. Bu nedenle, elektrik enerjisi günlük yaşantımız içinde kullandığımız bir enerji haline gelmiştir.

## 1.2. Mühendis Ve Mühendislik Tanımı

Mühendis kelimesi Arapça kökenli bir kelimedir. Mühendis kelimesi sahiplik eki olan “mü” ile hesaplama anlamına gelen “hendese” sözcüklerinin bir araya gelmesiyle oluşmuştur. Bundan dolayı mühendis, “Hendese (hesap) bilen kişi” anlamını ifade etmektedir. Hendese hesap, matematik anlamları ile birlikte geometri manasına da gelmektedir. Fakat geometrinin günümüzde tasarım anlamında da kullanılmaktadır. Buradan “mühendis, tasarım bilen kişi” olarak ifade edilebilir.

Mühendis kelimesi, latin kökenli dillerdeki kullanımı “engineer”dır. Bu kelimenin etimolojik geçmişi, tarih öncesindeki çağlara kadar uzanmaktadır. Yaratıcı, icat eden anlamındaki kökten türeyen Latince “ingignere” sözcüğü, 11. yüzyılda “ingeniator” olarak bugünkü anlamında kullanılmıştır. Latince “ingenium”u (yaratıcılığı) olan “ingenius” ise yaratıcı, zeki, mucit anlamlarında kullanılmıştır. Buharın icad edildikten sonra makineye “engine” isminin verilmesi sonucu bugünkü yapısı olan “engineer” anlamını almıştır. Bu açıdan “engine” sözcüğü de dâhice şey, işe yarar buluş anlamı ile kullanılmıştır.

Mühendis; doğada bulunan madde ve güçleri insanlık yararına sunmak için bir takım kullanım yollarını geliştiren, bunun için de

matematik ve fen bilimlerini kullanan kişidir. Mühendis; tasarım, planlama ve büyük ölçekli ve karmaşık sistemlerinin analizi yapmak, için farklı alanlarda görev yapabilir.

Mühendislik alanında yapılan çalışmalarda, yeter derecede iyi ve son derece ucuz mantığı kullanılmalıdır. Ayrıca zaman, maliyet ve kalite üçgeninde değerlendirilmelidir. Mühendislik, süre ve kalitenin aynı olduğu düşük maliyete sahip ürün üretmek veya aynı süre ve maliyetin aynı olduğu daha kaliteli ürün üretmek veya kalite ve maliyetin aynı olduğu daha kısa sürede ürün üretmek olarak tanımlanan bir meslektir. Günümüzde neredeyse her mesleğin önüne mühendislik kelimesinin eklendiğini görmek mümkün hale gelmiştir.

### **1.3. SI Uluslararası Birimler Sistemi**

1960 yılında yapılan 11. Uluslararası Ağırlıklar ve Ölçüler Genel Konferansında “SI” olarak ifade edilen “Uluslararası Birimler Sistemi” (International System of Units) kabul edilmiştir. Uluslararası birimler sisteminde uzunluk, kütle, zaman, akım, sıcaklık, madde miktarı ve ışık şiddeti temel büyüklük olarak seçilmiştir. Bunların dışındaki tüm büyüklükler türetilmiş büyüklükler olup, temel büyüklüklerle ifade edilebilir. Temel büyüklüklerin isim, birim ve sembolleri Tablo 1.1’de verilmiştir.



Tablo 1.1. Temel büyüklüklerin isim, birim ve sembolleri

Büyüklik	Birim	Sembol
Uzunluk (l, x, r vb.)	metre	m
Kütle (m)	kilogram	kg
Zaman (t)	saniye	s
Elektrik akımı (I, i)	Amper	A
Termodinamik sıcaklık (T)	Kelvin	K
Madde miktarı (N)	mol	mol
Işık şiddeti ( $I_v$ )	candela	cd

Elektrik-Elektronik mühendisliği alanı ile ilgili türetilmiş SI birim örnekleri Tablo 1.2’de ve SI sisteminde kullanılan kısaltmalar ise Tablo 1.3’te verilmiştir.

Tablo 1.2. Türetilmiş SI birim örnekleri

Türetilmiş Büyüklik	Türetilmiş SI Birimler		
	Ad	Diğer SI Birimler İle Gösterilişi	SI, Temel Büyüklikler İle İfadesi
Düzlem açısı	Radyan	rad	$m/m = 1$
Katı açısı	Steradyan	sr	$m^2/m^2 = 1$
Frekans	Hertz	Hz	$s^{-1}$
Kuvvet	Newton	N	$N = kg \cdot m \cdot s^{-2}$
Basınç, gerinim	Pascal	Pa	$kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-2}$
Enerji, iş, ısı miktarı	Joule	J	$kg \cdot m^2 \cdot s^{-2}$
Güç, ışınım akısı	Watt	W	$kg \cdot m^2 \cdot s^{-3}$

Elektrik yükü	Coulomb	C		A.s
Elektrik potansiyel farkı	Volt	V	W/A	$\text{kg m}^2 \text{A}^{-1} \text{s}^{-3}$
Kapasitans	Farad	F	C/V	$\text{A}^2 \text{s}^4 \text{kg}^{-1} \text{m}^{-2}$
Elektriksel direnç	Ohm	$\Omega$	V/A	$\text{kg m}^2 \text{A}^{-2} \text{s}^{-3}$
Elektriksel iletkenlik	Siemens	S	A/V	$\text{kg}^{-1} \text{m}^{-2} \text{s}^3 \text{A}^2$
Manyetik akı	Weber	Wb	V.s	$\text{kg m}^2 \text{A}^{-1} \text{s}^{-2}$
Manyetik akı yoğunluğu	Tesla	T	Wb/m <sup>2</sup>	$\text{kg s}^{-2} \text{A}^{-1}$
İndüktans	Henry	H	Wb/A	$\text{kg m}^2 \text{s}^{-2} \text{A}^{-2}$
Sıcaklık	Santigrat Derecesi	°C		K
Işık Akısı	Lümen	lm	cd. sr	$\text{cd m}^2/\text{m}^2=\text{cd.1}$
Aydınlık Düzeyi	Lüks	lx	lm/m <sup>2</sup>	$\text{cd m}^2/\text{m}^4=\text{cd}/\text{m}^2$

Tablo 1.3. SI sisteminde kullanılan kısaltmalar

Birim	Ölçek	Sembol
Tera	$10^{12}$	T
Giga	$10^9$	G
Mega	$10^6$	M
Kilo	$10^3$	k
Mili	$10^{-3}$	m
Mikro	$10^{-6}$	$\mu$
Nano	$10^{-9}$	n
Pico	$10^{-12}$	p

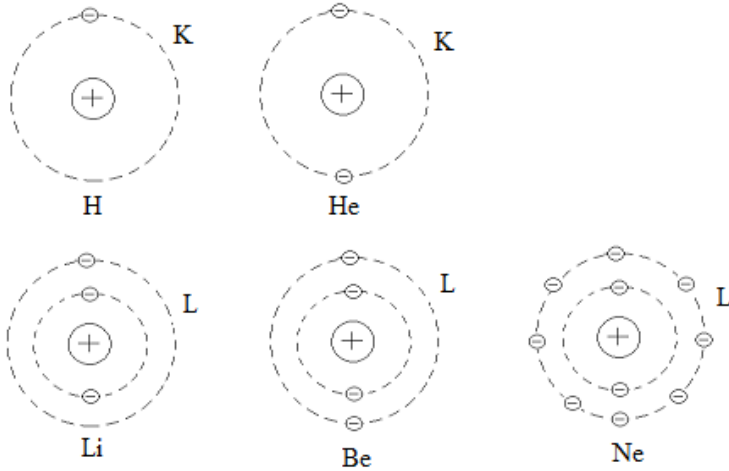
#### 1.4. Madde veya Cisim

Boşlukta yer kaplayan her şey madde veya cisimdir. Maddeye örnek olarak hava, su, taş vb. verilebilir. Bütün maddeler evrende katı, sıvı ve gaz halinde olmak üzere üç şekilde bulunurlar. Maddenin dördüncü hali ise plazmadır. Plazma pozitif ve negatif yüklerin karışımından ibaret olur. Burada pozitif ve negatif yüklerin yoğunluğu birbirine eşit kabul edilir. Bütün maddeler birçok küçük parçacıkların (atomların) birleşmesinden meydana gelmiştir. Atomların birleşmesinden moleküller, moleküllerin birleşmesinden madde meydana gelir. Molekül; bir maddenin bütün özelliklerini taşıyan en küçük parçasıdır. Aynı cins atomların birleşmesinden meydana gelen maddelere “Elementler” denir. Elementlere örnek olarak; Hidrojen, Oksijen, Bakır, Demir vb. verilebilir. İki veya daha çok ayrı cins atomun birleşmesinden meydana gelen maddelere “Birleşikler” denir. Birleşiklere örnek olarak; Su, Tuz asidi, Bakır sülfat vb. verilebilir. Kimyasal yapıları değiştirmeden de iki veya daha çok element veya birleşik madde belirli bir oranda birbirlerine karıştırılabilir. Bunlara sıvı ve gazlarda “Karışım”, madenlerde ise “Alaşım” denir.

Atom, pozitif elektrik yüklü bir çekirdek ile bunun etrafında bulunan elektronlardan oluşmaktadır. Çekirdek ise pozitif yüklü proton ve yüksüz nötronlardan oluşmaktadır. Atomu elektronlar ile protonlar arasındaki çekim kuvveti bir arada tutmaktadır. Nötronlar, protonların çekirdekte bir arada tutulmalarını sağlar. Elektronun kütlesi  $9,11 \cdot 10^{-31}$  kg, yükü ise  $1,6 \cdot 10^{-19}$  C'dur. Protonun kütlesi  $1,672 \cdot 10^{-27}$  kg, yükü ise  $1,6 \cdot 10^{-19}$  C'dur. Nötronun kütlesi  $1,675 \cdot 10^{-27}$  kg, yükü ise sıfırdır.

Elektronlar çekirdeği bir zarf gibi kuşatırlar. Elektronların çekirdek etrafında döndüğü yola yörünge denir. Elektronlar atomda bulunan kuantum yörüngeleri veya kabuk adı verilen yörüngelerde hareket ettikleri sürece hiç enerji yaymazlar. Kabuklar çekirdek merkezinden olan uzaklıklarına göre K, L, M, N,..., veya 1, 2, 3, ..., ile gösterilmektedir.

Çekirdek yükü sayısı en küçük olan hidrojen atomunda  $Z = 1$  olduğundan bir adet elektron olup bu elektron K kabuğunda bulunur.  $Z=2$  olan helyum atomunda ise 2 adet elektron vardır. Bu elektronların her ikisi de K kabuğunda bulunur. Böylece bu kabuk dolmuştur.  $Z = 3$  olan lityum atomunda 2 elektron K kabuğunda ve 1 elektron da L kabuğunda bulunur. Bunu çekirdek yükü sayısı 4 ile 10 olan atomlar izler. Böylece L kabuğu da dolar. Neon atomunda  $Z = 10$ 'dur. K ve L kabuklarının elektronlara dolması Şekil 1.1'de verilmiştir.



Şekil 1.1. K ve L kabuklarının elektronlara dolma durumu

$Z = 11$  olan sodyum atomunda on birinci elektron M kabuğunda bulunur. Sodyumu, M kabuğunda 8 elektron doluncaya kadar birbiri ardından gelen elemanlar izler. M kabuğunda 8 elektronu olan atom, argon atomudur. Argon atomu için  $Z = 2 + 8 + 8 = 18$ 'dir.

Her yörüngede belirli sayıda elektron bulunur. Bir yörüngedeki elektron sayısı  $2n^2$ 'ye göre hesaplanır. Buna göre;

1. Yörüngede  $2n^2 = 2.1^2 = 2$  elektron bulunur.
2. Yörüngede  $2n^2 = 2.2^2 = 8$  elektron bulunur.
3. Yörüngede  $2n^2 = 2.3^2 = 18$  elektron bulunur.
4. Yörüngede  $2n^2 = 2.4^2 = 32$  elektron bulunur.

Buradan da elektron sayısı arttıkça değişik düzelmelerden geçen yörünge sayısının da arttığı görülmektedir. İç yörünge elektronlarına göre, çekirdek ile en dış yörünge elektronları arasındaki uzaklık fazla olduğundan, aralarındaki çekim kuvveti çok zayıftır. Bağları zayıf olan bu elektronların atomlar arasında gelişigüzel hareket ettiği kabul edilir ve bunlara serbest elektronlar denir. İç yörüngedeki elektronlar bağlı (peyk) elektronlardır. Madenler ve karbon (kömür) serbest elektronu en çok olan maddelerdir. Aynı cins yükler ise birbirini iter. Fakat farklı işaretli yükler ise birbirini çeker. Elektronu çekirdeğe bağlayan sebep de protonla arasındaki çekim kuvvetidir.

### 1.5. İş, Enerji ve Güç

Bir nesne direngen bir kuvvete karşı hareket ettiği zaman iş yapılır. Yapılan iş, uygulanan kuvvetle, bu kuvvetin yer değiştirme miktarının çarpılmasıyla bulunmaktadır. Bu durumda;

İş = kuvvet x uzunluk

olur.

İş birimi Joule (J)'dir. Bir joule değerindeki iş, bir Newton x metre'ye eşdeğerdir. Yani;

$1 \text{ J} = 1 \text{ N} \times 1 \text{ m}$  olur.

$1 \text{ N} = 1 \text{ kgm/sn}^2$ 'dir.

Enerji, iş yapabilme yeteneğidir. İş ve enerjinin birimleri aynıdır. Enerji tüketilmesi suretiyle iş yapılmış olur. Birçok enerji çeşidi vardır. Enerji çeşitleri; mekanik enerji, ısı enerjisi, ışık enerjisi, elektrik enerjisi, atom enerjisi ve kimyasal enerji şeklinde sıralanabilir. Evlerdeki bu çeşitli enerjilerin toplamı sabittir. Enerjiler sadece birbirine dönüşür. Buna enerjinin sakınımı prensibi denir.

Enerji, potansiyel ve kinetik enerji olmak üzere iki halde bulunur. Potansiyel enerji, cisimlerde gizli halde bulunan enerjidir. Potansiyel enerjiye örnek olarak; baraj suyunda, kömürde, petrolde vb. bulunan enerjiler örnek olarak verilebilir. Kinetik enerji, cisimlerdeki gizli enerjinin bir iş yapabilecek hale (hareket haline) geçmesi durumundaki enerjidir. Kinetik enerjiye örnek olarak; akan suda, yanan kömürde, elektrik akımında vb. bulunan enerjiler verilebilir. Bir enerji, bir işi potansiyel halden, kinetik hale geçerken yapar.

Güç, işin yapılma hızına veya enerjinin bir biçimden başka bir biçime dönüşme hızına denir. Güç birimi Watt (W)'tır. Güç birimi Watt (W), saniye başına Joule'a eşittir. Yani;

1 W = 1 J/1 s olur.

Böylece, gücün tanımından, t süresinde yapılan iş veya harcanan ve yahut taşınan enerji W ise, o devir içinde ortalama güç;

$$P = \frac{W}{t} \text{ şeklinde olur.}$$

Başak bir ifade ile güç, enerjinin zamana göre türevidir. Yani;

$$p = \frac{dw}{dt} \text{ şeklinde olur.}$$

**Örnek:** Doğrusal hareketteki 15 kg'lık bir kütleye 2 m/s<sup>2</sup> değerinde bir ivme verilmektedir. Buna göre;

a) Uygulanan F kuvvetini bulunuz.

b) Eğer kütle t<sub>0</sub> = 0 anında, X<sub>0</sub> = 0 konumunda hareketsiz ise, t = 3 s için konumu, kinetik enerjii ve gücü bulunuz.

**Çözüm:**

$$a) F = m \cdot a = 15 \text{ kg} \cdot 2 \text{ m/s}^2 = 30 \text{ kg m/s}^2 = 30 \text{ N}$$

$$b) t = 3 \text{ s için; } X = \frac{1}{2} at^2 = \frac{1}{2} 2 \text{ m/s}^2 (3 \text{ s})^2 = 9 \text{ m}$$

$$W_k = F \cdot X = 30 \text{ N} \cdot 9 \text{ m} = 270 \text{ N.m} = 270 \text{ J}$$

$$P = \frac{W_k}{t} = \frac{270 \text{ J}}{3 \text{ s}} = 90 \frac{\text{J}}{\text{s}} = 90 \text{ W}$$

## 1.6. Elektrik Yüğü ve Akım

Elektrik yüğü genel olarak Q harfi ile gösterilir. Elektrik yüğünün birimi Coulomb (C)'dur. Bir elektron üzerindeki yüğü 1,6.10<sup>-19</sup> C'dir.

Bir elektrik yükünün çok anlamlı bir etkisi, onun bir kuvvet ortaya çıkarmasıdır. Özellikle bir yük, aynı işaretli olan diğer yükleri itecek, farklı işarette olan yükleri ise çekecektir. Yüklü iki cisim arasındaki kuvvetin büyüklüğü, yüklerin çarpımıyla doğru, aralarındaki uzaklığın karesi ile ters orantılıdır.  $Q_1$  ve  $Q_2$  yüklerine sahip iki yüklü cisim arasındaki  $F$  kuvveti;

$$F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{d^2} \quad (1.1)$$

şeklinde verilir. Burada;

d: Yükler arasındaki uzaklıktır.

k: Kullanılan birim sistemine ve yükleri saran ortama bağlı olan bir sabittir.

Denklem (1.1) ifadesi, Coulomb yasası olarak bilinir. Elektrik yüklerinin bulunması ile kurulan alan, bir elektrik alanıdır.

Bir devre içinde hareket eden yük miktarı akım olarak adlandırılır. Devreden her  $t$  saniyede  $Q$  Coulomb'luk düzgün hızla yük geçiyorsa, bu durumda akımın kararlı değeri;

$$I = \frac{Q}{t} \quad (1.2)$$

şeklinde olur.

Genelde, yüklerin akış hızı zamanla değişir. Böylece akımda değer olarak değişir. Bu durumda bir devredeki  $i$  ani akımı;

$$i = \frac{dq}{dt} \quad (1.3)$$

şeklinde olur. Buradan da  $q$  için,

$$q = \int i \cdot dt \quad (1.4)$$



yazılabilir.

Görüldüğü gibi akım, yüklerin hareketinden doğmaktadır. Bir amper, sabit bir yüzeyden bir saniyede bir Coulomb değerinde bir yükün geçmesine eşdeğerdir. Yani;

$$1 \text{ A} = 1 \frac{\text{C}}{\text{s}} \text{ şeklindedir.}$$

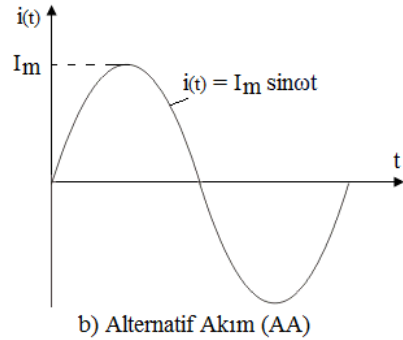
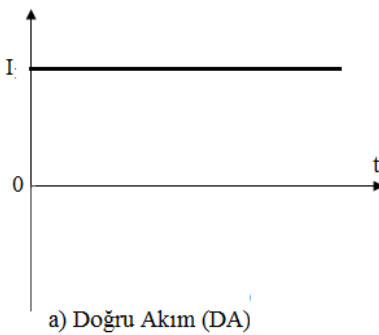
Türetilmiş yük birimi Coulomb (C), bir amper saniye'ye eşittir. Yani,

$$1 \text{ C} = 1 \text{ A} \cdot \text{s} \text{ şeklindedir.}$$

Bir amperlik bir akım için, bir iletkenin sabit bir kesitinden saniyede  $6,25 \cdot 10^{18}$  adet elektron geçmek zorundadır.

Tarihsel olarak, bir pozitif akım, pozitif yüklerin akış yönü olarak düşünülür. Elektronların akış yönünün tersi olan pozitif akım, pozitif yüklerin akış yönü olarak tanımlanır. Bir doğru akımda, bütün yüklerin akışı, düşünülen zaman süresi için yalnız bir yödedir.

Elektrik akımı zamanla değişmiyor ve sabit kalıyorsa, doğru akım (DA) adını alır. Akım zamanın bir fonksiyonu olarak değişim gösteriyorsa alternatif akım (AA) adını alır. Alternatif akım genelde sinüsoidal olarak değişir. Doğru akım ve alternatif akım değişimlerine birer örnek Şekil 1.2'de verilmiştir.



Şekil 1.2. Doğru akım ve alternatif akım değişimleri

## 1.7. Gerilim (Voltaj, Potansiyel) ve Gerilim Farkı

Bir elektrik devresinin içinden geçen elektrik yüklerinin kazandığı veya kaybettiği enerjinin ölçülmesi veya tarifi gerilimle karakterize edilir. Gerilime bazen voltaj veya potansiyel adı da verilmektedir. Gerilim;  $v$ ,  $V$ ,  $e$ ,  $E$ ,  $u$ ,  $U$  simgelerinden biri ile gösterilir ve birimi volt (V)'tur. Matematiksel olarak gerilim;

$$v(t) = \frac{dW}{dq} \quad (1.5)$$

şeklinde ifade edilir. Denklem (1.5) ifadesine göre gerilim; “1 C’luk bir yük bir noktadan diğer bir noktaya gitmekle 1 J’luk bir enerji almış veya vermiş ise bu iki nokta arasındaki gerilim 1 Volt’tur” şeklinde tanımlanabilir.  $dq$  yükü yerine, bir  $Q$  yükünün bir  $A$  noktasından bir  $B$  noktasına gittiği ve  $A$  noktasındaki enerjisinin  $W_B$  olduğunu kabul edersek,  $W_A$ ;  $W_B$ ’den büyük veya küçük olabileceğine göre, yükün hareket ettiği ortamın karakteri de değişik olacaktır.

a)  $W_B > W_A$  olması durumu:

Bu durumda,  $Q$  yükü  $A$  noktasından  $B$  noktasına gitmekle,  $W_B - W_A$  kadar bir enerji kazanmıştır. Kazanılan bu enerjinin  $Q$  yüküne bölünmesiyle;

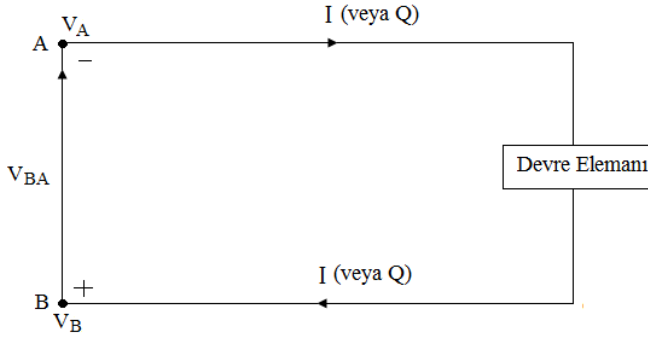
$$\frac{W_B}{Q} - \frac{W_A}{Q} = V_B - V_A \quad (1.6)$$

eşitliği elde edilir. Denklem (1.6) eşitliğindeki  $V_A$  ve  $V_B$

$$V_A = \frac{W_A}{Q}; \quad V_B = \frac{W_B}{Q} \quad (1.7)$$

olup,  $A$  ve  $B$  noktalarındaki gerilimlerdir.

Bir devre elemanı ve içinden geçen yüklerin hareket ettikleri yönleri Şekil 1.3’de verilmiştir.



Şekil 1.3. Devre elemanı ve içinden geçen yüklerin yönleri

A noktasından B noktasına gitmekle  $Q$  yükünün enerjisi artmaktadır. Yani bu devre elemanı  $Q$  yüküne enerji vermektedir. Bu tür devre elemanına kaynak veya güç veren devre elemanı adı verilir.

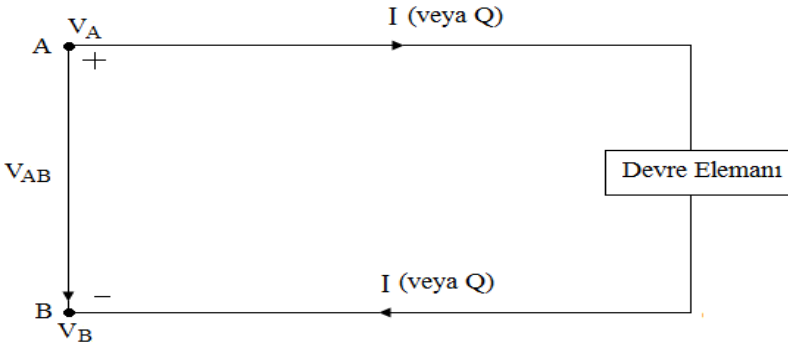
b)  $W_B < W_A$  olması durumu

Bu durumda Denklem (1.6) eşitliğine benzer

$$V_A - V_B = \frac{W_A}{Q} - \frac{W_B}{Q} \quad (1.8)$$

eşitliği yazılabilir.

a) durumuna benzer şekilde bu durum için de devre elemanı ve içinden geçen akımın yönü ile yüklerin enerjilerinin büyük olduğu nokta işaretlenirse, Şekil 1.4'deki devre elde edilir.



Şekil 1.4. Devre elemanı ve içinden geçen yüklerin yönleri

Bu devre elemanında yükler, enerjisi büyük olan noktadan enerjisi küçük olan noktaya doğru hareket ettiklerinden bu devre elemanına tüketici (alıcı) veya güç harcayan devre elemanı adı verilir. Görüldüğü gibi bir kaynaktaki akımın yönü “-” uçtan “+” uca doğru, bir tüketicideki akımın yönü ise “+” uçtan “-” uca doğrudur. Dolayısıyla, akımın yönünün “-” uçtan “+” uca doğru olduğu devre elemanı güç veren, “+” uçtan “-” uca doğru olduğu devre elemanı ise güç harcayan devre elemanıdır. Denklem (1.8) eşitliği ile verilen  $V_A - V_B$ 'ye A ve B noktaları arasındaki gerilim farkı denir. Bu gerilim farkı kısaca  $V_{AB}$  şeklinde ifade edilir. V'nin altında yazılan iki indisten ilki gerilimi büyük olan noktayı (“+” ucu veya kutbu) ikincisi ise gerilimi küçük olan noktayı (“-” ucu veya kutbu) belirtir.

### 1.8. Elektriksel Güç ve Enerji

Birim zamanda üretilen veya tüketilen enerji miktarına güç denir. Güç için;

$$p(t) = \frac{dW}{dt} \quad (1.9)$$

yazılabilir.

İş sabit bir hızda yapılıyorsa ve toplam Q yükü, t saniyede V volt'luk bir gerilim üzerinden hareket ediyorsa, buradan da güç veya birim zamanda yapılan iş için;

$$P = \frac{VQ}{t} \quad (\text{Watt veya J/s}) \quad (1.10)$$

yazılabilir. Akımın  $I = \frac{Q}{t}$  olduğunu dikkate alınırsa güç için;

$$P = V.I \quad (\text{Watt}) \quad (1.11)$$

elde edilir. Buradan da güç birimi Watt için;

$$1W = 1 V.A$$

elde edilir.

Gerilim (v) ve akım (i) değerinin zamanla değişmesi durumunda güç de zamanla değişir. Böylece ani güç için;

$$p = v.i \text{ (Watt)} \quad (1.12)$$

yazılabilir. Burada V ve I'nin her ikisi de t saniyelik zaman süresince sabit kalırsa, çıkarılan toplam enerji;

$$W = V.I.t \text{ (Ws veya J)} \quad (1.13)$$

olur.

Temel düzeyde bir elektrik devresinde akım ve gerilimin ölçümü ampermetre ve voltmetre kullanılarak yapılır. Ampermetre devreye seri bağlanır. Voltmetre ise devreye paralel bağlanır. Güç ölçümü için Wattmetre kullanılır. Enerji ölçümü elektrik sayacı kullanılarak yapılır.

**Örnek 1.1:** Elektrik enerjisi bir pil ile taşınmaktadır. Böylece elektrik enerjisi kimyasal enerjiye dönüştürülür ve sabit bir 400 W'lık hızla depo edilir. Buna ek olarak, pil ile taşınan gücün %20'si ısı şeklinde kayıp olmaktadır. Elektrik enerjisinin birim fiyatı 150 krş/kWh olması durumuna göre 10 saat (h)'te yüklenen pilin fiyatını bulunuz.

**Çözüm 1.1:** Kimyasal enerji ve ısı için pil'e giren toplam gücü  $P_t$  ile gösterilmesi durumunda;

$$P_t = 400 \text{ W} + 0,20 \cdot P_t$$

olur. Buradan da  $P_t$  için,

$$P_t = 500 \text{ W}$$

elde edilir. 10 saate toplam enerji;

$$W_t = P_t \cdot t = 500 \text{ W} \cdot 10 \text{ h} = 5000 \text{ Wh} = 5 \text{ kWh} \text{ olur.}$$

Pilin değeri;

$$M = 5 \text{ kWh} \cdot 150 \text{ krş/kWh} = 750 \text{ krş} = 7,5 \text{ TL} \text{ olarak bulunur.}$$

**Örnek 1.2:** Bir elektrik devresinde  $0,5 \mu\text{C}$  değerinde bir yükü A noktasından B noktasına taşımak için  $10 \mu\text{J}$  değerinde bir enerjiye ihtiyaç duyulmaktadır. Bu iki nokta arasındaki gerilim farkı değerini bulunuz.

**Çözüm 1.2:**

$$1 \text{ V} = 1 \frac{\text{J}}{\text{C}}$$

$$V = \frac{W}{Q} = \frac{10 \cdot 10^{-6}}{0,5 \cdot 10^{-6}} = 20 \text{ V} \text{ olur.}$$

**Örnek 1.3:**  $60 \text{ mC}$  değerindeki bir yük iletkenin A noktasından B noktasına  $t = 20 \text{ ms}$ 'de taşınmaktadır. Bu durumda iletkenden akan akımın değerini bulunuz.

**Çözüm 1.3:**

$$I = \frac{Q}{t} = \frac{60 \cdot 10^{-3}}{20 \cdot 10^{-3}} = 3 \text{ A} \text{ olur.}$$

**Örnek 1.4:** Bir elektrik devresinde  $50 \mu\text{C}$  değerindeki bir yükün  $6 \text{ V}$  değerinde bir gerilim altında hareketi için harcanan enerji miktarını bulunuz.

**Çözüm 1.4:**

$$V = \frac{W}{Q}$$

$$W = V \cdot Q = 6 \cdot 50 \cdot 10^{-6} \text{ C} = 300 \cdot 10^{-6} \text{ J} = 300 \mu\text{J} \text{ olur.}$$

**Örnek 1.5:** Gücü  $23 \text{ W}$  olan tasarruflu bir lambanın yılda ortalama  $180$  gün açık kaldığını kabul ederek harcadığı toplam enerjiyi kWh cinsinden hesaplayınız.

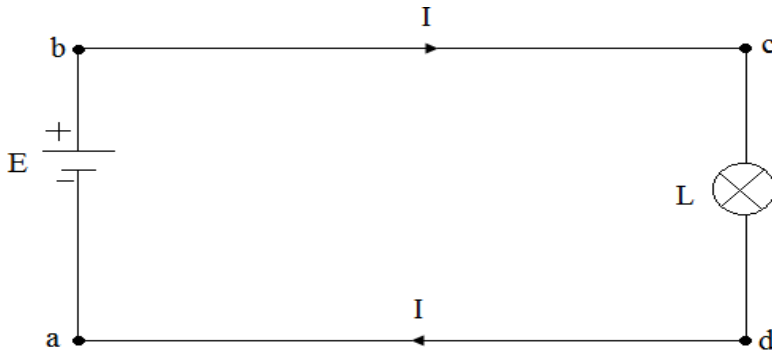
**Çözüm 1.5:**

$$W = \frac{P \cdot t}{1000} = \frac{(23 \text{ W} \cdot 24 \frac{\text{h}}{\text{gün}}) \cdot 180 \text{ gün}}{1000} = 99,36 \text{ kWh}$$

**Örnek 1.6:** Aşağıdaki şekilde verilen devrede lamba üzerinde  $120 \text{ V}$ 'luk bir gerilim vardır. Devredeki  $I$  akımı  $2,5 \text{ A}$ 'dir.

a) Lamba tarafından alınan gücün değerini,

b) Enerjinin birim fiyatı  $150 \text{ krş/kWh}$  ise lambayı  $10$  saat yakmak için harcanan parayı hesaplayınız.



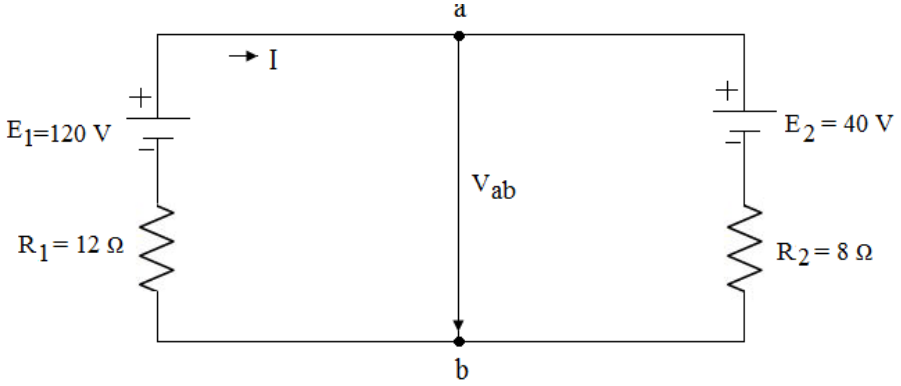
**Çözüm 1.6:**

$$a) P = VI = 120 \text{ V} \cdot 2,5 \text{ A} = 300 \text{ W}$$

$$b) W = P \cdot t = 300 \text{ W} \cdot 10 \text{ h} = 3000 \text{ Wh} = 3 \text{ kWh}$$

$$M = 3 \text{ kWh} \cdot 150 \text{ krş/kWh} = 450 \text{ krş} = 4,5 \text{ TL olur.}$$

**Örnek 1.7:** Aşağıdaki şekilde verilen devre için a ve b noktaları arasındaki  $V_{ab}$  gerilimini bulunuz.

**Çözüm 1.7:**

$$I = \frac{E_1 - E_2}{R_1 + R_2} = \frac{120 \text{ V} - 40 \text{ V}}{12 \Omega + 8 \Omega} = \frac{80 \text{ V}}{20 \Omega} = 4 \text{ A}$$

Diğer taraftan I akımı için;

$$I = \frac{V_{ab} - E_2}{R_2} \text{ yazılabilir.}$$

Buradan da  $V_{ab}$ ;

$$V_{ab} = E_2 + R_2 I = 40 \text{ V} + 8 \Omega \cdot 4 \text{ A} = 72 \text{ V olarak bulunur.}$$

Diğer taraftan I akımı için;

$$I = \frac{V_{ba} - E_1}{R_1} \text{ yazılabilir.}$$

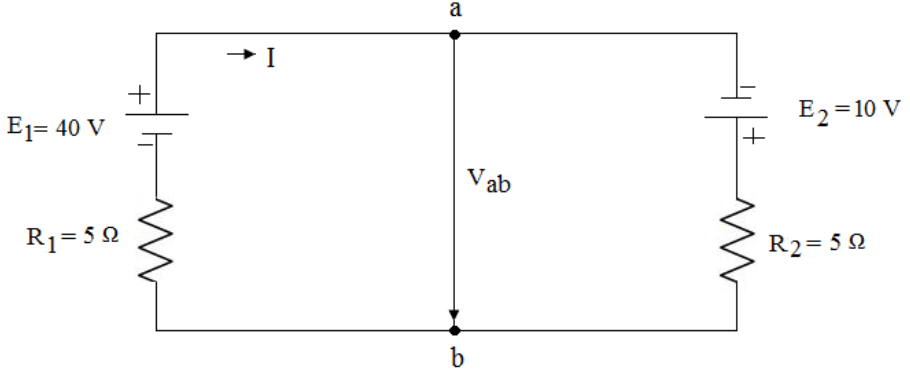
Buradan da  $V_{ba}$ ;

$$V_{ba} = R_1 I - E_1 = 12 \Omega \cdot 4 \text{ A} - 120 \text{ V} = -72 \text{ V}$$



$V_{ab} = 72 \text{ V}$  olarak bulunur.

**Örnek 1.8:** Aşağıdaki şekilde verilen devre için a ve b noktaları arasındaki  $V_{ab}$  gerilimini bulunuz.



**Çözüm 1.8:**

$$I = \frac{E_1 + E_2}{R_1 + R_2} = \frac{40 \text{ V} + 10 \text{ V}}{5 \Omega + 5 \Omega} = \frac{50 \text{ V}}{10 \Omega} = 5 \text{ A}$$

Diğer taraftan I akımı için;

$$I = \frac{V_{ab} + E_2}{R_2} \text{ yazılabilir.}$$

Buradan da  $V_{ab}$ ;

$$V_{ab} = R_2 I - E_2 = 5 \Omega \cdot 5 \text{ A} - 10 \text{ V} = 15 \text{ V} \text{ olarak bulunur.}$$

Diğer taraftan I akımı için;

$$I = \frac{V_{ba} + E_1}{R_1} \text{ yazılabilir.}$$

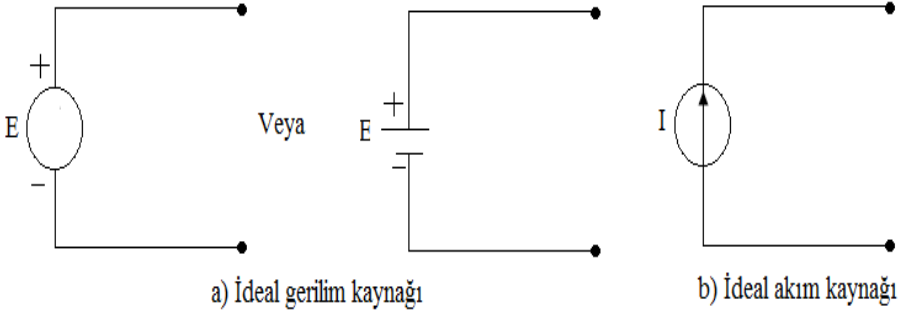
Buradan da  $V_{ba}$ ;

$$V_{ba} = R_1 I - E_1 = 5 \Omega \cdot 5 \text{ A} - 40 \text{ V} = -15 \text{ V}$$

$V_{ab} = 15 \text{ V}$  olarak bulunur.

## 1.9. Elektrik Devre Kaynakları Ve Elemanları

Kaynak, devreye enerji veren bir elemandır. Kaynaklara bataryalar ve generatörler örnek olarak gösterilebilir. Kaynaklar, akım ve gerilim kaynağı olmak üzere ikiye ayrılır. Devreye enerji veren akım ve gerilim kaynakları aktif elemanlardır. Direnç, endüktans ve kondansatör ise kaynaktan enerji alıp bu enerjiyi ya başka bir biçime dönüştüren, ya elektrik alanında ya da manyetik alanında depolayan pasif elemanlardır. Bütün kaynakların bir iç direnci vardır. Eğer kaynağın iç direnci ihmal edilirse, bu durumda kaynak, “ideal kaynak” adını alır. İdeal gerilim ve ideal akım kaynaklarının sembolleri Şekil 1.5’de verilmiştir.



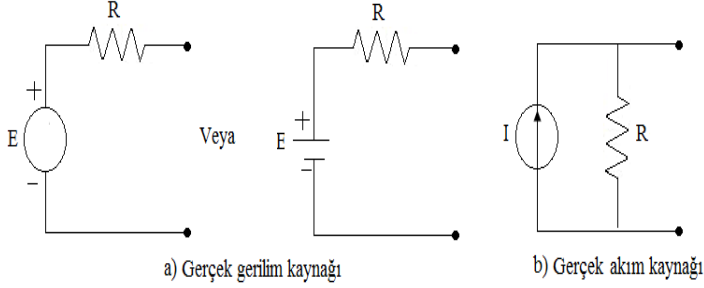
Şekil 1.5. İdeal gerilim ve akım kaynağı

İdeal gerilim kaynağı, uçlarına bağlanan alıcının çektiği akım değeri ne olursa olsun gerilimi sabit olan kaynaktır. İdeal akım kaynağı, uçlarına bağlanan alıcının değeri ne olursa olsun sabit akım veren kaynaktır. Uygulamada ideal kaynak yoktur. İdeal bir kaynağa bir iç direnç eklenirse “Gerçek Kaynak” elde edilir.

Gerçek gerilim kaynağı, ideal gerilim kaynağına bağlanan seri bir iç direnç ile elde edilir.

Gerçek akım kaynağı, ideal akım kaynağına bağlanan paralel bir iç direnç ile elde edilir.

Gerçek gerilim ve gerçek akım kaynaklarının sembolleri Şekil 1.6’da verilmiştir.



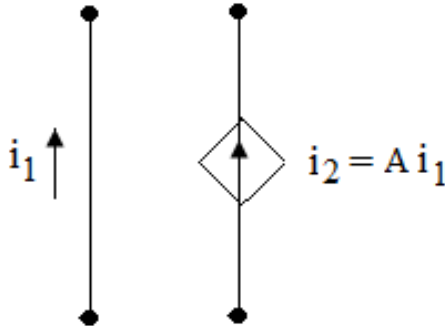
Şekil 1.6. Gerçek gerilim ve akım kaynağı

Elektronik devrelerinde karşılaşılan transistör ve işlemsel yükselteç gibi devre elemanlarının eşdeğer devrelerinde karşılaşılan kaynaklar bağımlı kaynaklardır. Akım kaynağını;

- Akım bağımlı akım kaynağı
- Gerilim bağımlı akım kaynağı

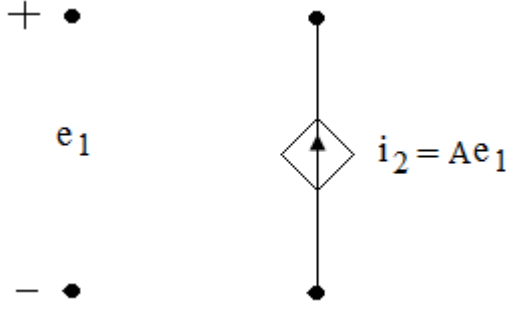
olmak üzere ikiye ayırmak mümkündür.

Bulduğu devrenin herhangi bir kolundan geçen akıma bağlı olarak akımı değişen kaynaklara “Akım Bağımlı Akım Kaynağı” denir. Akım bağımlı akım kaynağının sembolü Şekil 1.7’de verilmiştir.



Şekil 1.7. Akım bağımlı akım kaynağı

Bulunduğu devrenin herhangi iki noktası arasındaki gerilime bağlı olarak akımı değişen kaynaklara “Gerilim Bağımlı Akım Kaynağı” denir. Gerilim bağımlı akım kaynağının sembolü Şekil 1.8’de verilmiştir.



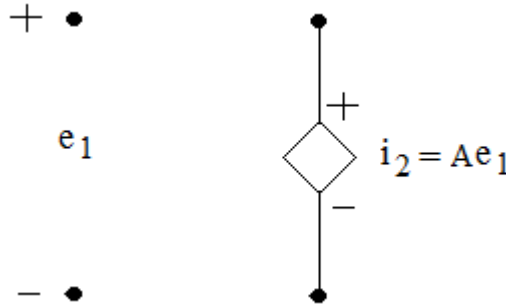
Şekil 1.8. Gerilim bağımlı akım kaynağı

Akım kaynaklarında olduğu gibi, gerilim kaynakları da;

- Gerilim bağımlı gerilim kaynağı,
- Akım bağımlı gerilim kaynağı

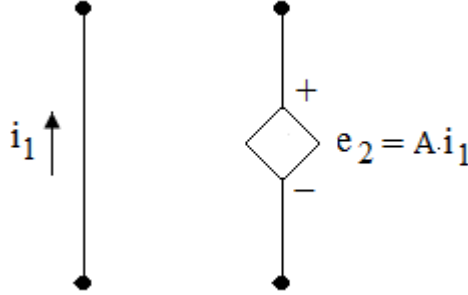
olmak üzere ikiye ayrılır.

Bulunduğu devrenin herhangi iki noktası arasındaki gerilime bağlı olarak gerilimi değişen kaynağa “Gerilim Bağımlı Gerilim Kaynağı” denir. Gerilim bağımlı gerilim kaynağının sembolü Şekil 1.9’da verilmiştir.



Şekil 1.9. Gerilim bağımlı gerilim kaynağının sembolü

Bulunduğu devrenin herhangi bir kolundan geçen akıma bağlı olarak gerilimi değişen kaynağa “Akım Bağımlı Gerilim Kaynağı” denir. Akım bağımlı gerilim kaynağının sembolü Şekil 1.10’da verilmiştir.

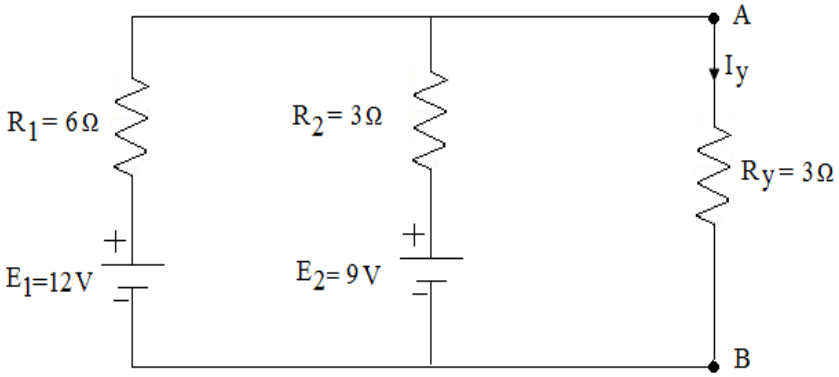


Şekil 1.10. Akım bağımlı gerilim kaynağının sembolü

Akım kaynağını gerilim kaynağına ve tersine gerilim kaynağını akım kaynağına dönüştürme olanağı vardır. Devre elemanları arasındaki ilişkiler aşağıdaki gibi verilir.

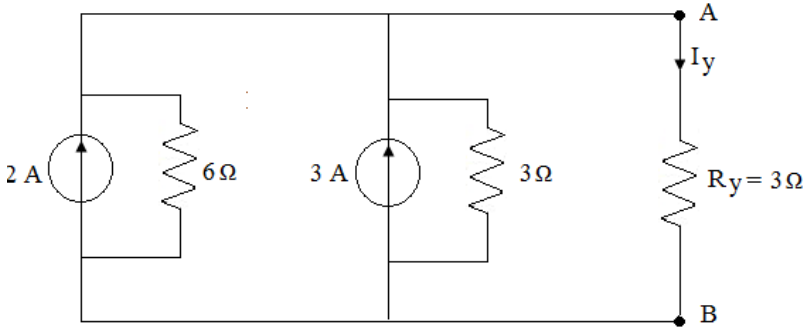
- 1) Devre elemanının birinde gerilim bu elemandan geçen akımla doğrudan doğruya orantılıdır olur. Orantılık katsayısına direnç adı verilir.
- 2) Devre elemanının diğerinde gerilimin doğrudan doğruya akımın zamana göre türevi veya akımın değişme hızı ile orantılı olmasıdır. Bu orantılılık katsayısı devrenin endüktansını verir.
- 3) Devre elemanının üçüncüsü ise, akımın gerilimin zamana göre türevi ile orantılı olmasını sağlar. Bu orantılılık katsayısı kapasite olarak adlandırılır. Bütün elektrik devreleri bu devre elemanlarının birleşmesinden oluşur.

**Örnek 1.9:** Aşağıdaki Şekil 1.11’de verilen devrede A B uçlarına bağlanan  $R_y = 3 \Omega$ ’luk dirençten geçen akımı, kaynak dönüşümünden yararlanarak bulunuz.



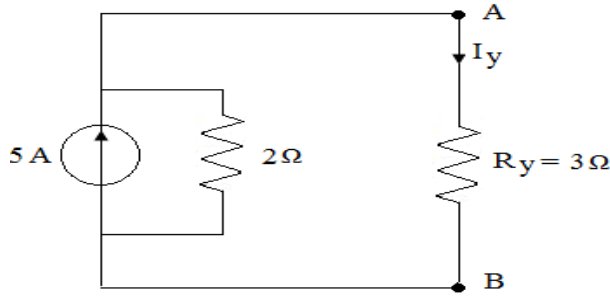
Şekil 1.11

**Çözüm 1.9:** Paralel bağlı 12 V ve 9 V'luk gerilim kaynaklarını birleştirerek eşdeğer bir gerilim kaynağına dönüştüremeyiz. Bu iki gerilim kaynağını eşdeğer akım kaynağına ( $I = V/R$ ) dönüştürerek devreyi yeniden çizelim. Bu durum aşağıdaki şekil 1.12'deki gibi olur.



Şekil 1.12

Şekil 1.12'de paralel bağlı olan iki akım kaynağını birleştirerek bir akım kaynağına dönüştürmek için iki kaynağın akımları toplamını veren bir akım kaynağı, paralel bağlı olan 6 Ω ve 3 Ω'luk kaynak dirençlerinin yerini tutan eşdeğer direnci hesaplayarak eşdeğer akım kaynağını çizersek aşağıdaki şekil 1.13'teki devre elde edilir.

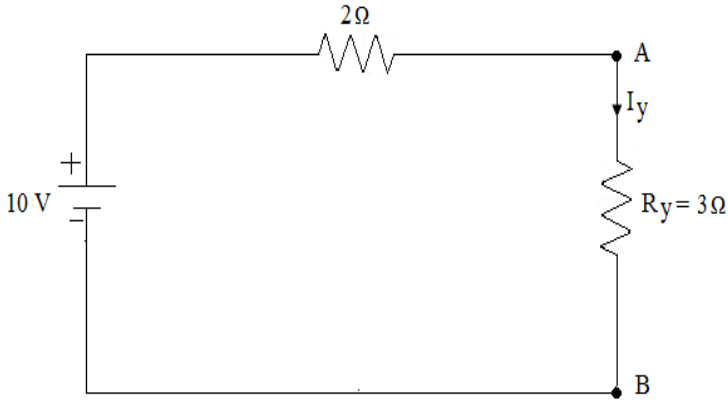


Şekil 1.13

Şekil 1.13'teki devrede A B uçlarına bağlanan  $R_y$  direnci  $2 \Omega$ 'luk kaynak direncine paralel bağlıdır. 5 A'lık kaynak akımı iki kola ayrılır. Akım bölme kuralından yük akımı;

$$I_y = 5A \cdot \frac{2\Omega}{2\Omega+3\Omega} = 2 \text{ A} \text{ şeklinde bulunur.}$$

Şekil 1.13'teki akım kaynağını eşdeğer gerilim kaynağına dönüştürerek devreyi yeniden çizecek olursak şekil 1.14'deki basit seri devre elde edilir.

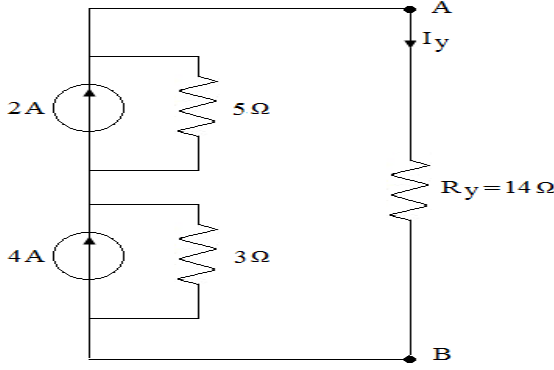


Şekil 1.14

Şekil 1.14'deki basit seri devreden  $I_y$  yük akımı;

$$I_y = \frac{10 \text{ V}}{2\Omega + 3\Omega} = 2 \text{ A} \text{ olarak bulunur.}$$

**Örnek 1.10:** Şekil 1.15'deki devrede AB uçlarına bağlanan  $R_y = 14 \Omega$ 'luk dirençten geçen akımı kaynak dönüşümünden yararlanarak hesaplayınız.



Şekil 1.15

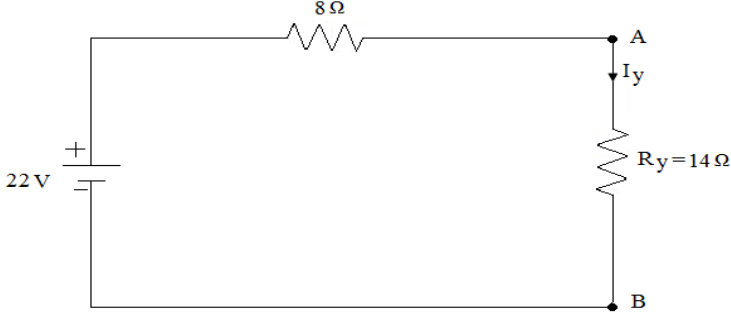
**Çözüm 1.10:** Şekil 1.15'deki 2 A ve 4 A'lik iki akım kaynağı birbirine seri bağlıdır. Bu iki akım kaynağını birleştirerek eşdeğer bir akım kaynağına dönüştüremeyiz. Bu iki akım kaynağını ayrı ayrı gerilim kaynağına dönüştürerek devreyi yeniden çizelim. Akım kaynaklarının gerilim kaynağına dönüştürülmesi Şekil 1.16'da verilmiştir.



Şekil 1.16



Şekil 1.16'daki devrede 10 V ve 12 V'luk iki gerilim kaynağı birbirine seri bağlıdır. Bu iki gerilim kaynağını birleştirerek eşdeğer bir gerilim kaynağına dönüştürerek devreyi yeniden çizelim. Bu durum şekil 1.17'de verilmiştir.



Şekil 1.17

Şekil 1.17'de görülen basit seri devre Şekil 1.16'daki devrenin eşdeğer devresidir. Şekil 1.17'den  $R_y = 14 \Omega$ 'luk yük direncinden geçen akım;

$$I_y = \frac{V}{R_{eş}} = \frac{22 V}{8\Omega + 14\Omega} = \frac{22 V}{22\Omega} = 1 A$$

olarak bulunur.

### 1.10. Direnç

Elektrik akımına karşı malzemelerin gösterdikleri zorluk, direnç olarak adlandırılır. Direnç R harfi ile gösterilir. İletkenin direnci;

$$R = \rho \cdot \frac{l}{A} \quad (1.14)$$

şeklinde hesaplanır.

Burada;

$\rho$  ( $\Omega\text{mm}^2/\text{m}$ ) : Malzemenin öz direncidir (bir malzemenin elektrik akımına karşı gösterdiği direnç)

$l$  (m) : İletkenin metre cinsinden boyudur.

$A$  ( $\text{mm}^2$ ) : İletkenin  $\text{mm}^2$  cinsinden kesit alanıdır (bazı kaynaklarda  $S$  ile de gösterilir).

Malzemelerin öz direnç değerleri, direnç ile doğru orantılıdır. Bazı malzemelerin öz direnç değerleri Tablo 1.4'de verilmiştir.

Tablo 1.4. Bazı malzemelerin öz direnç değerleri

Malzeme Adı	Öz direnç değeri ( $\Omega\text{mm}^2/\text{m}$ )
Ag (Gümüş)	$1,6 \times 10^{-8}$
Cu (Bakır)	$1,72 \times 10^{-8}$
Al (Alüminyum)	$2,8 \times 10^{-8}$
Au (Altın)	$2,45 \times 10^{-8}$
C (Karbon)	$4 \times 10^{-5}$
Ge (Germanyum)	$47 \times 10^{-2}$

Bütün direnç hesapları tavlı bakır standartlarına göre yapılır. Bu malzemedен alınmış 1 gr ağırlığında 1 m boyunda yuvarlak kesitli bir çubuğun  $20^\circ\text{C}$ 'deki direnci çok hassas olarak ölçülmüş ve  $0,15328 \Omega$  bulunmuştur. İletkenlerin boyu metre, kesitleri  $\text{mm}^2$  ve bakırın yoğunluğu da  $8,89 \text{ gr}/\text{cm}^3$  olarak verildiğinde öz direncin değeri 1 m boy ve  $1 \text{ mm}^2$  kesit için söylenecek olursa yine  $20^\circ\text{C}$ 'de;

$\rho_{20^\circ\text{C}} = 0,0172418 \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$  olarak bulunur.

Ancak hava hatlarında enternasyonel tavlı bakır kullanılır ve bunun geçirgenliği tavlı bakıra göre biraz daha küçüktür. Başka bir açıklama

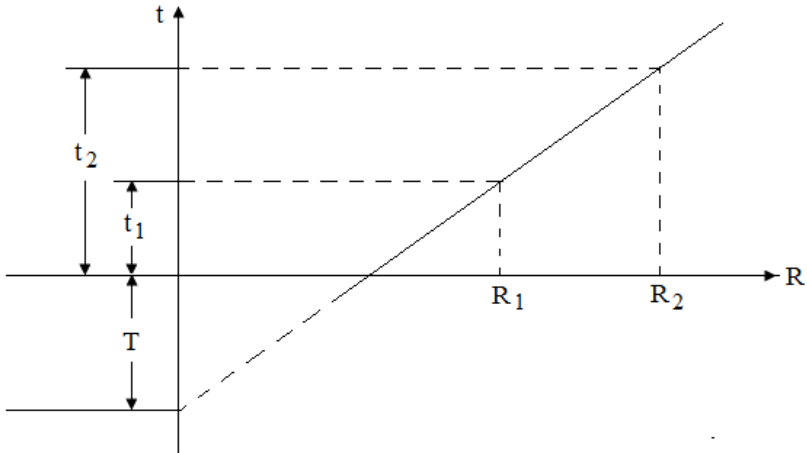
yapılmamışsa bu değer % 97,5 olarak alınabilir. Bu durumda hava hatlarında enternasyonel tavlı bakır için 20 °C'deki öz direnç;

$$\rho_{20\text{ °C}} = \frac{0,0172418}{0,975} \Omega\text{mm}^2/\text{m olur.}$$

Hava hatlarında daha çok çelik alüminyum iletkenler kullanılmaktadır. Direnç hesabında sadece alüminyum kesit dikkate alınarak hesap yapılır. Eşdeğer alüminyumun öz direnci tavlı bakırinkine göre % 61 ile bölünmek suretiyle bulunur. Bu durumda 20 °C'de hava hatlarında kullanılan alüminyum veya çelik alüminyum için;

$$\rho_{20\text{ °C}} = \frac{0,0172418}{0,61} \Omega\text{mm}^2/\text{m olur.}$$

Hava hatlarında iletkenler damarlı yapıya sahip olduklarından ve damarlar spiralleştirildiğinden akımın damarlar boyunca takip ettiği yol fiziksel iletken boyundan daha fazladır. Direnç hesabında başka bir bilgi verilmemişse 1,02.1 (% 2 fazla) kullanılmak suretiyle dikkate alınır. İletkenlerin sıcaklıkla değişimi pratik olarak, normal işletme şartlarında doğrusaldır (lineerdir). Sıcaklığın direnç üzerindeki etkisi, Şekil 1.18'de verilmiştir.



Şekil 1.18

Şekil 1.18'den;

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{T + t_2}{T + t_1} \quad (1.15)$$

yazılabilir. Burada;

$R_1$  ve  $R_2$  sırasıyla  $t_1$  ve  $t_2$  sıcaklığındaki iletken dirençleridir.  $T$  sabitinin değeri, çeşitli iletken malzemeleri için aşağıdaki gibidir.

$T = 234,5 \text{ } ^\circ\text{C}$  : % 100 geçirgenlikli tavlı bakır için,

$T = 241 \text{ } ^\circ\text{C}$  : % 97,5 geçirgenlikli soğuk haddeden çekilmiş enternasyonal tavlı bakır için,

$T = 228 \text{ } ^\circ\text{C}$  : % 61 geçirgenlikli soğuk haddeden çekilmiş alüminyum için kullanılmaktadır.

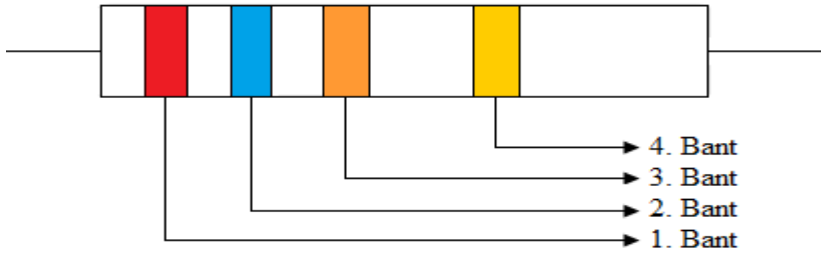
Sabit dirençler, yalıtkan bir kılıf içine yerleştirilir. Kılıf üzerinde direnç değerlerini belirten renk banları vardır. Her renk bir sayı ile temsil edilir. Buna renk kodu denir. Direnç renk kodları Tablo 1.5'de verilmiştir.

Tablo 1.5. Direnç renk kodları

Renk	1. bant (renk)	2. bant (renk)	3. bant (çarpan)	4. bant (tolerans)	Sıcaklıkla Değişim Katsayısı
<u>Siyah</u>	0	0	$\times 10^0$		
<u>Kahverengi</u>	1	1	$\times 10^1$	$\pm 1\%$ (F)	100 ppm
<u>Kırmızı</u>	2	2	$\times 10^2$	$\pm 2\%$ (G)	50 ppm

<u>Turuncu</u>	3	3	$\times 10^3$		15 ppm
<u>Sarı</u>	4	4	$\times 10^4$		25 ppm
<u>Yeşil</u>	5	5	$\times 10^5$	$\pm 0.5\%$	
<u>Mavi</u>	6	6	$\times 10^6$	$\pm 0.25\%$	
<u>Mor</u>	7	7	$\times 10^7$	$\pm 0.1\%$	
<u>Gri</u>	8	8	$\times 10^8$	$\pm 0.05\%$	
<u>Beyaz</u>	9	9	$\times 10^9$	$\pm 1\%$	

Sabit dirençlerin değerlerini, üzerlerinde yazılan renklerden okuyabiliriz. Direnç renkleri Şekil 1.19'da verilmiştir.

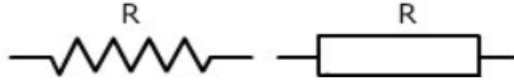


Şekil 1.19. Direnç renkleri

Direnç üzerindeki renklerden ilki 1. hane, ikincisi 2. hane, üçüncüsü  $10^n$  çarpanı ve dördüncüsü ise hata (tolerans) adını alır. İlk iki rakam

ard arda yazılır. Üçüncü renk ise  $10^n$  ifadesinde n yerine hangi renk varsa o rengin sayısı ile kodlanmış değeri yazılır. Ard arda yazılan iki rakam  $10^n$  ile çarpılır ve  $\pm$  tolerans değeri eklenir.

Dirençler, güç harcayan ve harcadığı güç, ısı enerjisi şeklinde açığa çıkan en temel devre elemanlarıdır. Direnç, pasif devre elemanı olup şekil 1.20'deki gibi gösterilir.



Şekil 1.20. Direnç gösterimi

Bir devre elemanının tanımı, uçlarındaki gerilim ile içinden geçen akım arasındaki bağıntı ile verilir. R direnci uçlarındaki gerilim ile içinden geçen akım arasındaki bağıntı;

$$V = R.I \quad (1.16)$$

şeklindedir. Burada;

V: Gerilim (V),

I: Amper (A),

R: Direnç ( $\Omega$ )

Denklem (1.16) bağıntısı;

$$I = \frac{V}{R} \quad (1.17)$$

şeklinde de yazılabilir. Denklem (1.16) ve Denklem (1.17) bağıntıları temel bağıntılar olup ilk olarak 1826 yılında alman fizikçi Georg Simon Ohm (1787-1854) ispatlandığından, bu bağıntılara Ohm yasası adı verilir. Denklem (1.16) ve Denklem (1.17) bağıntısı arasında bir benzerlik kurulmak istenirse  $G = \frac{1}{R}$  alınarak Denklem (1.17) bağıntısı;

$$I = G.V \quad (1.18)$$

şeklinde de yazılabilir.

Dirençteki güç,

$$P = V.I = R.I.I = R.I^2 \quad (1.19)$$

Veya

$$P = V.I = V \cdot \frac{V}{R} = \frac{V^2}{R} \quad (1.20)$$

bağıntısı ile tanımlanır ve her zaman pozitifdir.

Dirençteki enerji ifadeleri ise

$$W = \int p. dt = R \int i^2 dt \quad (1.21)$$

veya

$$W = \frac{1}{R} \int v^2 dt \quad (1.22)$$

şeklinde yazılabilir.

**Örnek 1.11:** Direnç üzerindeki renkler; kırmızı, mavi, siyah ve kırmızı şeklinde ise direncin değerini bulunuz.

**Çözüm 1.11:**

1. Renk, kırmızı (2)
2. Renk, mavi (6)
3. Renk, siyah (0), (çarpan  $10^0 = 1$ )
4. Renk, kırmızı (2), tolerans (% 2)

$$\text{Tolerans: } 26 \cdot \frac{2}{100} = \frac{52}{100} = 0,52 \Omega$$

Buna göre direncin değeri;

$$R = 26 \cdot 10^0 \pm \%2 = 26 \pm 0,52 \Omega \text{ olur.}$$

**Örnek 1.12:** Direnç üzerindeki renkler; kahverengi, siyah, turuncu ve altın rengi bulunan direncin değerini renk kodlarına göre bulunuz.

**Çözüm 1.12:**

1. Renk, kahverengi (1)
2. Renk, siyah (0)
3. Renk, Turuncu (3)
4. Renk, tolerans (%): altın (5)

$$R = 10 \cdot 10^3 \pm \%5 = 10000 \Omega \pm 0,05 = 10 \text{ k} \Omega \pm 0,05$$

**Örnek 1.13:** Direnç üzerindeki renkler; sarı, mavi, turuncu ve kahverengi şeklinde ise direncin değerini bulunuz.

**Çözüm 1.13:**

1. Renk, sarı (4)
2. Renk, mavi (6)
3. Renk, turuncu (3), (çarpan  $10^3 = 1000$ )
4. Renk, kahverengi (1), tolerans (% 1)

$$\text{Tolerans: } 46 \cdot 1000 \cdot \frac{1}{100} = \frac{46000}{100} = 460 \Omega$$

Buna göre direncin değeri;

$$R = 46 \cdot 10^3 \pm \%1 = 46000 \pm 460 \Omega \text{ olur.}$$

**Örnek 1.14:** Değeri  $4 \Omega$  olan bir dirençten geçen akımın değeri  $I = 2,5 \text{ A}$ 'dir. Buna göre gerilim ve gücün değerini bulunuz.



**Çözüm 1.14:**

$$V = R.I = 4 \Omega \cdot 2,5 \text{ A} = 10 \text{ V}$$

$$P = V.I = 10 \text{ V} \cdot 2,5 \text{ A} = 25 \text{ W}$$

**Örnek 1.15:** Değeri  $25 \Omega$  olan bir direncin gerilimi  $V = 150 \text{ V}$ 'tur. Buna göre akım ve gücün değerini bulunuz.

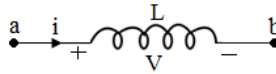
**Çözüm 1.15:**

$$I = \frac{V}{R} = \frac{150 \text{ V}}{25 \Omega} = 6 \text{ A}$$

$$P = V.I = 150 \text{ V} \cdot 6 \text{ A} = 900 \text{ W}$$

**1.11. Endüktans**

Enerjiyi manyetik alanda depolayan devre elemanına endüktans adı verilir. Endüktans pasif devre elemanı olup, şekil 1.21'deki gibi gösterilir.



Şekil 1.21. Endüktans gösterimi

Akımın zamana göre değişiyor olması durumunda enerji, periyodun bir bölümünde depolanır, başka bir bölümünde kaynağa geri verilir. Endüktansın devreden çıkarılması durumunda manyetik enerjisi yok olur. Yani kaynak bağıntısı olmadan enerji depolanamaz. İdeal bir endüktansın uçlarındaki gerilim, endüktansın içinden geçen akımın değişme hızı ile orantılıdır. Endüktansın içinden geçen akım ile endüktansın uçlarındaki gerilim arasında,

$$v = L \cdot \frac{di}{dt} \quad (1.23)$$

bağıntısı vardır. Denklem (1.23) eşitliğinden akım için;

$$i = \frac{1}{L} \int v \cdot dt \quad (1.24)$$

yazılabilir.

Bir devredeki endükleyici etkiden doğan güç;

$$p = v \cdot i = L \cdot i \cdot \frac{di}{dt} \quad (\text{W}) \quad (1.25)$$

bağıntısı ile ifade edilir.

Endüktansın manyetik alanında depolanan enerji;

$$W_L = \frac{1}{2} Li^2 \quad (1.26)$$

bağıntısı ile ifade edilir.

**Örnek 1.16:** Değeri 10 H olan bir endüktansın içinden geçen akımın değeri 3 A olduğuna göre, endüktansın manyetik alanında depolanan enerjinin değerini bulunuz.

**Çözüm 1.16:**

$$W_L = \frac{1}{2} Li^2 = \frac{1}{2} 10 \cdot 3^2 = 45 \text{ J}$$

**Örnek 1.17:** Değeri 20 H olan bir endüktansın akımı  $i = 5(1 - e^{-5000t})$  A ifadesi ile tanımlanmaktadır. Buna göre, gerilimi ve manyetik alanda depolanan enerjinin maksimum değerini bulunuz.

**Çözüm 1.17:**

$$v = L \cdot \frac{di}{dt} = 20 \cdot 10^{-3} \frac{d(5 - 5e^{-5000t})}{dt}$$

$$v = 20 \cdot 10^{-3} \cdot 25000 e^{-5000t} = 500 e^{-5000t} \text{ V}$$

Akımın maksimum değeri 5 A olduğuna göre manyetik alanda depolanan enerjinin maksimum değeri;

$$W_{L_{\max}} = \frac{1}{2} LI_{\max}^2 = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 10^{-3} \cdot 5^2 = 250 \text{ mJ olarak bulunur.}$$

### 1.12. Kondansatör

Enerjiyi elektrik alanında saklayan devre elemanına kondansatör adı verilir. Gerilimin bir periyod boyunca değişiyor olması durumunda, enerji bir bölümde saklanır, diğer bölümde kaynağa geri verilir. Kondansatör, bağlı olduğu devreden çıkartılsa bile yükünü korur. Dolayısıyla elektrik alanı yok olmaz. Kondansatör boşalması için bir yol sağlanana kadar enerjisini saklar. Bu devre elemanı üzerinden geçen bir akımın, devre üzerindeki gerilimin zamana göre türevi ile doğru orantılı olduğunu gösterir. Yani;

$$i = C \cdot \frac{dV}{dt} \quad (1.27)$$

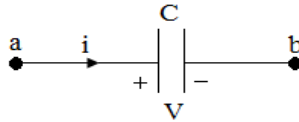
olur. Denklem (1.27) eşitliğinden gerilim için;

$$v = \frac{1}{C} \int i \cdot dt \quad (1.28)$$

yazılabilir. Denklem (1.28) eşitliğinde akım için  $i = \frac{dq}{dt}$  denklemini dikkate alacak olursak, bu durumda;

$$V = \frac{q}{C} \text{ ise } q = c \cdot V \quad (1.29)$$

elde edilir. Orantılık sabiti C, devre elemanının yük depo etme özelliğini belirler ve elemanın kapasitesi olarak adlandırılır. Kapasite Farad (F) ile ölçülür. İlgili akım ve gerilim yönleri ile kondansatörün şematik olarak gösterimi şekil 1.22’de verilmiştir.



Şekil 1.22. Kondansatör gösterimi

Kondansatördeki güç ve enerji bağıntıları ise, güç ve enerjiye ait temel eşitliklerden hareket edilerek Denklem (1.30)'daki şekilde bulunur.

$$p = v \cdot i = C \cdot v \cdot \frac{dv}{dt} \quad (1.30)$$

$$W_c = \int p \cdot dt = \int C \cdot v \cdot dv = \frac{1}{2} C v^2 \quad (1.31)$$

**Örnek 1.18:** Değeri 150 mC olan yüke sahip kondansatörde depolanan enerji  $W_c = 15$  J olduğuna göre kondansatörün uçlarındaki gerilimi ve kondansatörün kapasitesini hesaplayınız.

**Çözüm 1.18:**

$$W_c = \frac{1}{2} C v^2$$

$$C = \frac{q}{v} \text{ olduğundan,}$$

$$W_c = \frac{1}{2} \left( \frac{q}{v} \right) v^2 = \frac{1}{2} q v \text{ olur.}$$

Buradan da gerilim;

$$v = \frac{2W_c}{q} = \frac{2 \cdot 15}{150 \cdot 10^{-3}} = 200 \text{ V}$$

olarak bulunur. Kapasite ise;

$$C = \frac{q}{v} = \frac{150 \cdot 10^{-3}}{200} = 0,75 \cdot 10^{-3} \text{ F}$$

$C = 750 \mu\text{F}$  olarak bulunur.

**Örnek 1.19:** Değeri 20  $\mu\text{F}$  olan bir kondansatör 5 ms içinde 0'dan 400  $\mu\text{C}$ 'a doğrusal olarak doldurulmaktadır. Gerilim fonksiyonunu ve depolanan enerjinin  $W_{c\max}$  değerini bulunuz.

**Çözüm 1.19:**

$$Q = \left( \frac{400 \cdot 10^{-6}}{5 \cdot 10^{-3}} \right) t = 8 \cdot 10^{-2} t \text{ (C)}$$

$$v = \frac{q}{c} = \frac{8 \cdot 10^{-2} t}{20 \cdot 10^{-6}} = 4 \cdot 10^3 t \text{ (V)}$$

$$V_{\max} = 4 \cdot 10^3 \cdot 5 \cdot 10^{-3} = 20 \text{ V}$$

$$W_{\text{cmax}} = \frac{1}{2} C \cdot V_{\max}^2 = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 10^{-6} \cdot 20^2 = 4 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

$$W_{\text{cmax}} = 4 \text{ mJ}$$

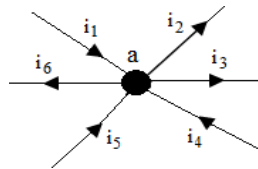
olarak bulunur.

## BÖLÜM 2

### 2.1. Temel Devre Elemanları

Bir elektrik devresi veya şebekesi, aktif ve pasif devre elemanlarının çeşitli biçimlerde bağlanmasıyla elde edilir. Devre, genellikle en az bir gerilim veya akım kaynağı içerir. Elektrik devrelerinin temel yasaları devre elemanlarının özelliklerini takip eder. Bu yasalar Kirchhoff yasaları olarak bilinir. Bunlardan ilki Kirchhoff'un Akım Yasasıdır (KAY). Kirchhoff'un akım yasasına göre herhangi bir düğümdeki akımların cebirsel toplamı sıfırdır. Başka bir deyişle, bir düğüme giren akımların toplamıyla düğümden çıkan akımların toplamı birbirine eşittir.

İki veya daha fazla devre elemanının bağlandığı noktaya bir düğüm adı verilir. Sadece iki elemanın bağlandığı düğüme basit düğüm denir. Basit düğümden akımın bölünmesi söz konusu değildir. Üç veya daha fazla elemanın bağlandığı düğüme temel düğüm denir. Temel düğümden akımın bölünmesi söz konusudur. Kirchhoff'un akım yasası uygulandığı zaman, düğüme doğru yönelmiş akımlar pozitif ve düğümden uzaklaşan akımlar ise negatif olarak düşünülecektir. Kirchhoff'un akım yasasını şekil 2.1'deki a düğümü için yazacak olursak, Denklem (2.1) elde edilir.



Şekil 2.1

$$i_1 - i_2 - i_3 + i_4 + i_5 - i_6 = 0 \quad (2.1)$$

veya

$$\sum i_{\text{gelen}} = \sum i_{\text{giden}} \quad (2.2)$$

$$i_1 + i_4 + i_5 = i_2 + i_3 + i_6 \quad (2.3)$$

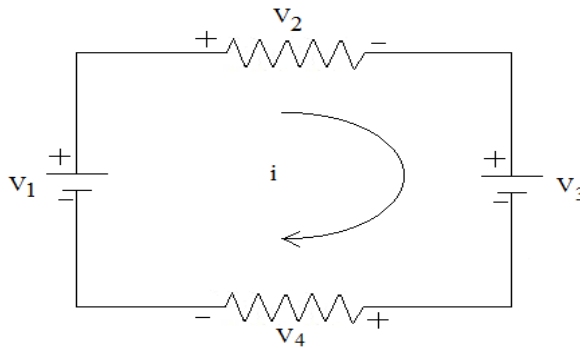
olur.

İkinci Kirchhoff yasası, Kirchhoff'un Gerilim Yasasıdır (KGY). Kirchhoff'un Gerilim Yasasına göre, bir devredeki herhangi bir kapalı yol üzerindeki gerilimlerin cebirsel toplamı sıfırdır. Yani;

$$\sum V = 0 \quad (2.4)$$

olur.

Gerilimlerin bazıları kaynaklara ait iken, diğerleri pasif elemanlardan akan akımlar tarafından oluşturulur. Bu ikinci türe gerilim düşümü de denir. Kirchhoff'un gerilim yasasını şekil 2.2'deki devre için yazacak olursak, Denklem (2.5) elde edilir.



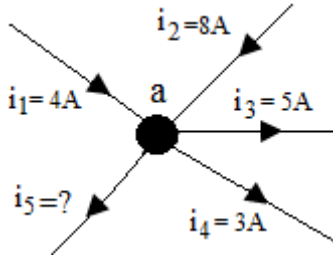
Şekil 2.2.

$$V_1 - V_2 - V_3 - V_4 = 0 \quad (2.5)$$

şeklinde olur.

Kirchhoff'un gerilim yasası denklemlerinin yazılmasında, her iki yönde de ilmek (kapalı yol) üzerinden gidilebilir ve gerilim yükselmeleri (yani “-” den “+” ya pozitif) veya gerilim düşümleri toplanarak bu ilkeye uygun özel bir denklem sağlanır.

**Örnek 2.1:** Aşağıdaki şekil2.3’de görülen a düğümü için KAY eşitliğini yazarak  $i_5$  akımını belirleyiniz.



Şekil 2.3

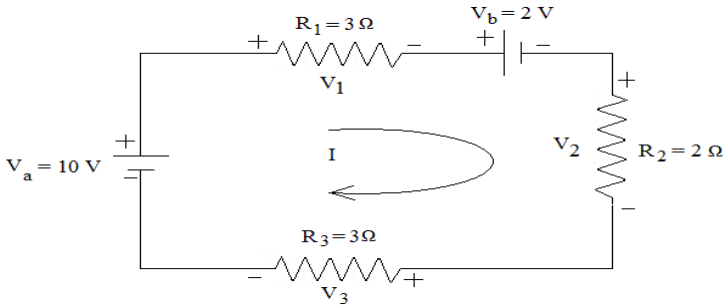
**Çözüm 2.1:**

$$i_1 + i_2 - i_3 - i_4 - i_5 = 0$$

$$i_5 = i_1 + i_2 - i_3 - i_4$$

$$i_5 = 4 + 8 - 5 - 3 = 4 \text{ A olur.}$$

**Örnek 2.2:** Aşağıdaki şekil 2.4’de verilen devre için KGY eşitliğini yazarak devreden geçen I akımının değerini bulunuz.



Şekil 2.4.



**Çözüm 2.2:**

$$V_a - V_1 - V_b - V_2 - V_3 = 0$$

$$V_a - I.R_1 - V_b - IR_2 - IR_3 = 0$$

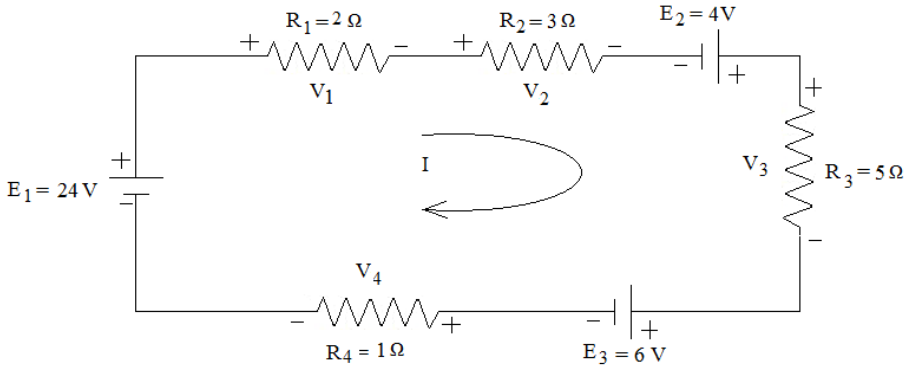
$$V_a - V_b = I (R_1 + IR_2 + IR_3)$$

$$10 \text{ V} - 2\text{V} = I (3 \Omega + 2 \Omega + 3 \Omega)$$

$$8 \text{ V} = I .8 \Omega$$

$$I = \frac{8 \text{ V}}{8 \Omega} = 1 \text{ A} \text{ olarak bulunur.}$$

**Örnek 2.3:** Aşağıdaki şekil 2.5’de verilen devre için devreden geçen akımı ve dirençlerde düşen gerilimleri hesaplayınız.



Şekil 2.5.

**Çözüm 2.3:**

$$E_1 - V_1 - V_2 + E_2 - V_3 - E_3 - V_4 = 0$$

$$E_1 + E_2 - E_3 = V_1 + V_2 + V_3 + V_4$$

$$E_1 + E_2 - E_3 = IR_1 + IR_2 + IR_3 + IR_4$$

$$E_1 + E_2 - E_3 = I (R_1 + R_2 + R_3 + R_4)$$

$$24 \text{ V} + 4 \text{ V} - 6 \text{ V} = I (2 \Omega + 3 \Omega + 5 \Omega + 1 \Omega)$$

$$22 \text{ V} = I .11 \Omega$$

$$I = \frac{22 \text{ V}}{11 \Omega} = 2 \text{ A} \text{ olarak bulunur.}$$

$$V_1 = IR_1 = 2 \text{ A} \cdot 2 \Omega = 4 \text{ V}$$

$$V_2 = IR_2 = 2 \text{ A} \cdot 3 \Omega = 6 \text{ V}$$

$$V_3 = IR_3 = 2 \text{ A} \cdot 5 \Omega = 10 \text{ V}$$

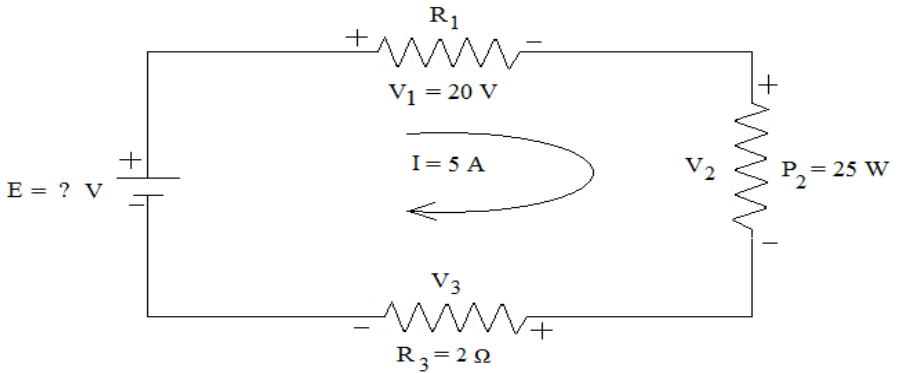
$$V_4 = IR_4 = 2 \text{ A} \cdot 1 \Omega = 2 \text{ V}$$

Devredeki dirençlerde düşen gerilimlerin toplamı ( $V_1 + V_2 + V_3 + V_4$ ) 22 V ve devredeki emk'in toplamı ( $E_1 + E_2 - E_3$ ) 22 Volt'a eşit olduğu hesaplanmıştır. Seri bağlı devrede dirençlerden aynı akım geçer. Buna göre akım,

$$I = \frac{V_1}{R_1} = \frac{V_2}{R_2} = \frac{V_3}{R_3} = \frac{V_4}{R_4}$$

$$I = \frac{4 \text{ V}}{2 \Omega} = \frac{6 \text{ V}}{3 \Omega} = \frac{10 \text{ V}}{5 \Omega} = \frac{2 \text{ V}}{1 \Omega} = 2 \text{ A olur.}$$

**Örnek 2.4:** Aşağıdaki şekil 2.6'daki gibi seri bağlı üç direnç, bir kaynağa bağlıdır.  $R_1$ 'in uçlarındaki gerilim 20 V;  $R_2$ 'nin gücü 25 W ve  $R_3 = 2 \Omega$ 'dur. Devreden geçen akım 5 A olduğuna göre kaynak geriliminin kaç volt olduğunu hesaplayınız.



Şekil 2.6.

**Çözüm 2.4:**

$$V_1 = 20 \text{ V}$$

$$P_2 = V_2 \cdot I$$

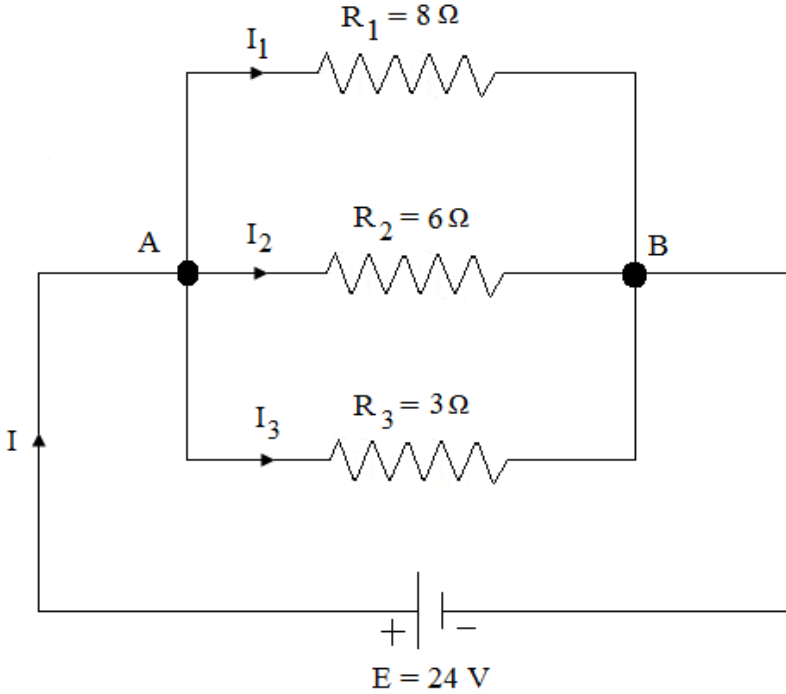
$$V_2 = \frac{P_2}{I} = \frac{25 \text{ W}}{5 \text{ A}} = 5 \text{ V}$$

$$V_3 = I \cdot R_3 = 5 \text{ A} \cdot 2 \Omega = 10 \text{ V}$$

$$E = V_1 + V_2 + V_3$$

$$E = 20 \text{ V} + 5 \text{ V} + 10 \text{ V} = 35 \text{ V olur.}$$

**Örnek 2.5:** Aşağıdaki şekil 2.7’de verilen devre için kaynaktan çekilen akımı ve kol akımlarını hesaplayınız.



Şekil 2.7.

**Çözüm 2.5:**

$$I_1 = \frac{E}{R_1} = \frac{24V}{8\Omega} = 3A$$

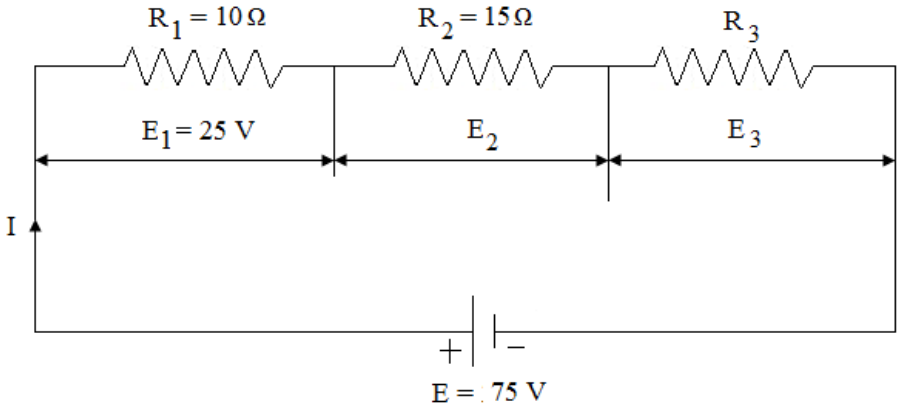
$$I_2 = \frac{E}{R_2} = \frac{24V}{6\Omega} = 4A$$

$$I_3 = \frac{E}{R_3} = \frac{24V}{3\Omega} = 8A$$

$$I = I_1 + I_2 + I_3$$

$$I = 3A + 4A + 8A = 15A \text{ olur.}$$

**Örnek 2.6:** Aşağıdaki şekil 2.8’de verilen devre için  $R_3$  direncini ve  $E_2$ ,  $E_3$  gerilimlerini bulunuz.



Şekil 2.8.

**Çözüm 2.6:**

$$I = \frac{E_1}{R_1} = \frac{25V}{10\Omega} = 2,5A$$

$$\text{Toplam direnç: } \sum R = \frac{E}{I} = \frac{75V}{2,5A} = 30\Omega$$

$$\sum R = R_1 + R_2 + R_3$$

$$30\Omega = 10\Omega + 15\Omega + R_3$$

$$30 \Omega = 25 \Omega + R_3$$

$$R_3 = 30 \Omega - 25 \Omega = 5 \Omega$$

$$E_2 = I.R_2 = 2,5 \text{ A. } 15 \Omega = 37,5 \text{ V}$$

$$E_3 = I.R_3 = 2,5 \text{ A. } 5 \Omega = 12,5 \text{ V}$$

$$E = E_1 + E_2 + E_3$$

$$E = 25 \text{ V} + 37,5 \text{ V} + 12,5 \text{ V} = 75 \text{ V olur.}$$

## 2.2. Temel Yasaların Doğrudan Doğruya Uygulanması

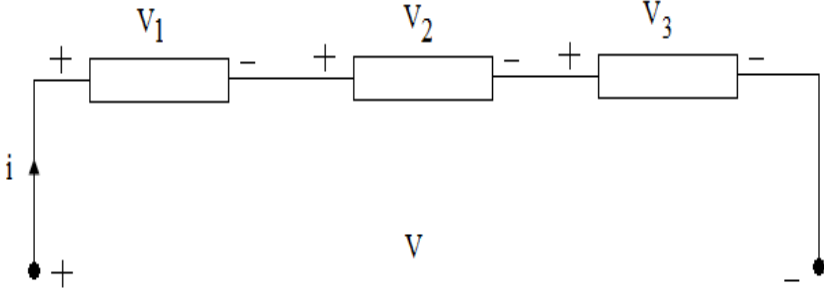
En genel şekilde bir elektrik devresi, uyarmayı sağlayan bir ya da daha fazla kaynak ile çok sayıda ilmek (kapalı yol) ve çok sayıda düğümden oluşur. Bilinen parametreler çoğu gerilim kaynağı gerilimleri ve akım kaynağı akımları olur. Bilinmeyen parametrelerin bulunması için kullanılan denklemler üç grupta toplanır. Bunlar; Kirchhoff'un Akım Yasası denklemleri, Kirchhoff'un Gerilim Yasası denklemleri ve elemanların Volt - Amper bağıntılarıdır (Ohm yasası). Bu bağımsız denklemlerin toplam sayısı bilinmeyen parametrelerin sayısına eşit olmak zorundadır. Her grupta aşağıda belirlenen sayılar kadar bağımsız denklem bulunur.

- a) Bağımsız Ohm yasası denklemlerinin sayısı, elemanların sayısına eşittir.
- b) Bağımsız KAY denklemlerinin sayısı düğümlerin sayısından bir eksikliğine eşittir.
- c) Bağımsız KGY denklemlerinin sayısı bağımsız ilmeklerin sayısına eşittir.

Diğer denklemlerde bulunmayan, en azından bir gerilimin bulunduğu KGY denklemi olan bir ilmek, bağımsız bir ilmektir.

### 2.3. Elemanların Seri Bağlanması

Seri bağlı üç devre elemanı Şekil 2.9'da verilmiştir.



Şekil 2.9. Seri bağlı üç devre elemanı

Bu devre elemanlarından aynı  $i$  akımı akar. Elemanların gerilimleri  $V_1$ ,  $V_2$  ve  $V_3$ 'tür. Toplam  $V$  gerilimi, bu gerilimlerin toplamına eşittir.

$$V = V_1 + V_2 + V_3 \quad (2.6)$$

Elemanların direnç olması durumunda;

$$V = iR_1 + iR_2 + iR_3 = i \cdot (R_1 + R_2 + R_3)$$

$$R_{eş} = R_1 + R_2 + R_3$$

$$V = i \cdot R_{eş} \quad (2.7)$$

olur. Denklem (2.7) eşitliğindeki  $R_{eş}$  direnci, üç seri direncin yerine kullanılabilir. Akım ( $i$ ) ile gerilim ( $v$ ) arasındaki ilişki aynen geçerlidir. Herhangi bir sayıdaki seri bağlı direnç için eşdeğer direnç, aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$R_{eş} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n = \sum_{k=1}^n R_k \quad (2.8)$$

Şekil 2.9'daki devre elemanlarının endüktans olması durumunda  $v$  gerilimi;

$$v = L_1 \cdot \frac{di}{dt} + L_2 \cdot \frac{di}{dt} + L_3 \cdot \frac{di}{dt} = (L_1 + L_2 + L_3) \frac{di}{dt} = L_{eş} \frac{di}{dt} \quad (2.9)$$

şeklinde olur.

Bunu herhangi bir sayıdaki seri bağlı endüktansa uygularsak, bu durumda  $L_{eş}$  eşdeğer endüktans aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$L_{eş} = L_1 + L_2 + L_3 + \dots + L_n = \sum_{k=1}^n L_k \quad (2.10)$$

Şekil 2.9'daki devre elemanlarının başlangıçtaki yükleri sıfır olan kondansatörler olması durumunda  $v$  gerilimi için;

$$v = \frac{1}{c_1} \int idt + \frac{1}{c_2} \int idt + \frac{1}{c_3} \int idt$$

$$v = \left( \frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2} + \frac{1}{c_3} \right) \int idt = \frac{1}{c_{eş}} \int idt \quad (2.11)$$

Herhangi bir sayıdaki seri bağlı kondansatör için eşdeğer kapasite aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\frac{1}{c_{eş}} = \frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2} + \frac{1}{c_3} + \dots + \frac{1}{c_n} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{c_k} \quad (2.12)$$

**Örnek 2.7:** Üç tane seri bağlı direncin eşdeğeri  $R_{eş} = 700 \Omega$ 'dur. Bu dirençlerden  $R_1 = 200 \Omega$  ve  $R_2 = 300 \Omega$  olduğuna göre,  $R_3$  direncinin değerini bulunuz.

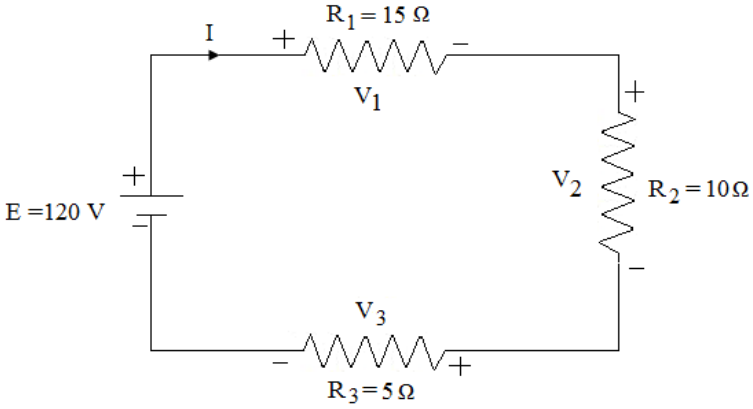
**Çözüm 2.7:**

$$R_{eş} = R_1 + R_2 + R_3$$

$$700 \Omega = 200 \Omega + 300 \Omega + R_3$$

$$R_3 = 700 \Omega - (200 \Omega + 300 \Omega) = 200 \Omega \text{ olur.}$$

**Örnek 2.8:** Aşağıdaki şekil 2.10'da verilen devre için direnç uçlarındaki gerilimi ve dirençlerin harcadıkları güçleri bulunuz.



Şekil 2.10.

**Çözüm 2.8:**

$$R_{eş} = R_1 + R_2 + R_3 = 15\ \Omega + 10\ \Omega + 5\ \Omega = 30\ \Omega$$

$$I = \frac{E}{R_{eş}} = \frac{120\text{ V}}{30\ \Omega} = 4\text{ A}$$

$$V_1 = I \cdot R_1 = 4\text{ A} \cdot 15\ \Omega = 60\text{ V}$$

$$V_2 = I \cdot R_2 = 4\text{ A} \cdot 10\ \Omega = 40\text{ V}$$

$$V_3 = I \cdot R_3 = 4\text{ A} \cdot 5\ \Omega = 20\text{ V}$$

$$P_1 = I \cdot V_1 = 4\text{ A} \cdot 60\text{ V} = 240\text{ W}$$

$$P_2 = I \cdot V_2 = 4\text{ A} \cdot 40\text{ V} = 160\text{ W}$$

$$P_3 = I \cdot V_3 = 4\text{ A} \cdot 20\text{ V} = 80\text{ W}$$

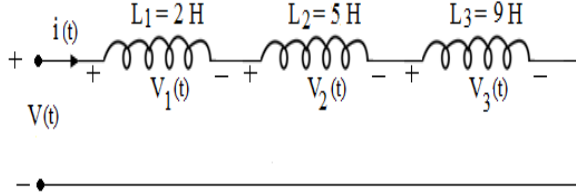
$$P = I \cdot V = 4\text{ A} \cdot 120\text{ V} = 480\text{ W}$$

$$P = P_1 + P_2 + P_3$$

$$P = 240\text{ W} + 160\text{ W} + 80\text{ W} = 480\text{ W}$$



**Örnek 2.9:** Aşağıdaki şekil 2.11’de verilen devrenin eşdeğer endüktansını ( $L_{eş}$ ) hesaplayınız.



Şekil 2.11.

**Çözüm 2.9:**

$$L_{eş} = L_1 + L_2 + L_3 = 2 \text{ H} + 5 \text{ H} + 9 \text{ H} = 16 \text{ H}$$

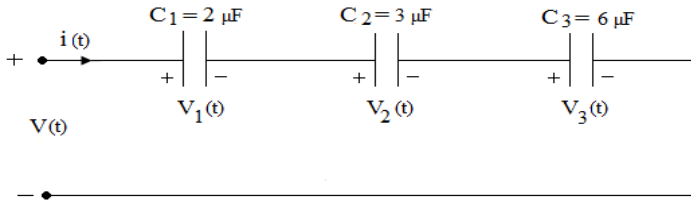
**Örnek 2.10:** Kapasite değerleri  $C_1 = 2 \mu\text{F}$  ve  $C_2 = 10 \mu\text{F}$  olan iki kondansatör seri olarak bağlanmaktadır. Buna göre eşdeğer kapasiteyi ( $C_{eş}$ ) bulunuz.

**Çözüm 2.10:**

$$C_{eş} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = \left( \frac{2 \cdot 10}{2 + 10} \right) \mu\text{F} = 1,67 \mu\text{F} \text{ olur.}$$

**NOT:** Seri bağlı iki kondansatörün değerleri arasında çok büyük bir fark varsa, eşdeğer kapasitenin daha küçük kondansatörün kapasite değerine eşit olduğu varsayılabilir.

**Örnek 2.11:** Aşağıdaki şekil 2.12’de verilen devrenin eşdeğer kapasitesini ( $C_{eş}$ ) hesaplayınız.



Şekil 2.12.

**Çözüm 2.11:**

$$\frac{1}{C_{eş}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

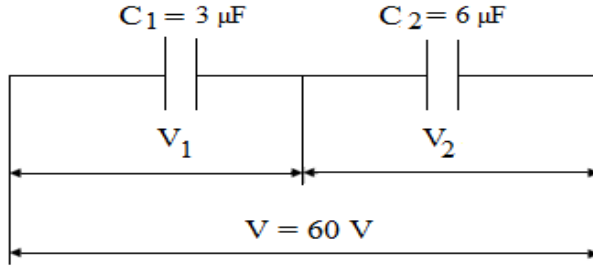
$$\frac{1}{C_{eş}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{3+2+1}{6} = \frac{6}{6}$$

$C_{eş} = 1 \mu\text{F}$  olarak bulunur.

**Örnek 2.12:** Aşağıdaki şekil 2.13’de verilen devre için;

- Eşdeğer kapasiteyi,
- Her bir kapasitenin yükünü,
- Her bir kapasitenin üzerine düşen gerilimleri,

hesaplayınız.



Şekil 2.13.

**Çözüm 2.12:**

$$\text{a) } \frac{1}{C_{eş}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}; C_{eş} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$$

$$C_{eş} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = \frac{3 \cdot 6}{3 + 6} = \frac{18}{9} = 2 \mu\text{F}$$

$$\text{b) } Q = C_{eş} \cdot V = 2 \cdot 10^{-6} \cdot 60 = 120 \mu\text{C}$$

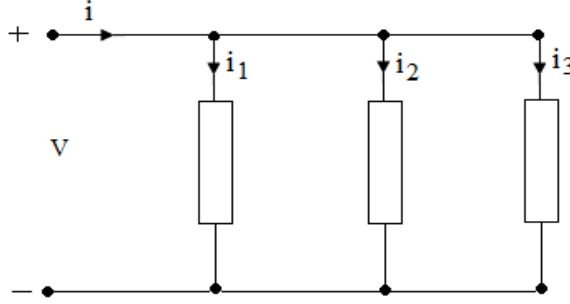
$$\text{c) } V_1 = \frac{Q}{C_1} = \frac{120 \cdot 10^{-6}}{3 \cdot 10^{-6}} = 40 \text{ V}$$

$$V_2 = \frac{Q}{C_2} = \frac{120 \cdot 10^{-6}}{6 \cdot 10^{-6}} = 20 \text{ V}$$

$$V = V_1 + V_2 = 40 \text{ V} + 20 \text{ V} = 60 \text{ V}$$

## 2.4. Elemanların Paralel Bağlanması

Paralel bağlı üç devre elemanı Şekil 2.14’de verilmiştir.



Şekil 2.14. Paralel bağlı üç devre elemanı

KAY’na göre Şekil 2.14’deki paralel bağlantıda temel düğüme giren  $i$  akımını düğümden çıkıp kollara ayrılan akımların toplamına eşittir.

$$i = i_1 + i_2 + i_3 \quad (2.13)$$

Eğer Şekil 2.14’deki devre elemanları direnç ise, bu durumda;

$$i = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} + \frac{V}{R_3} = \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) V = \frac{1}{R_{eş}} \cdot V \quad (2.14)$$

olur. Çok sayıda direncin paralel bağlanması durumunda  $\frac{1}{R_{eş}}$  için;

$$\frac{1}{R_{eş}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k} \quad (2.15)$$

yazılabilir.

İki direncin paralel bağlanması çok yaygın bir durumdur. İki paralel bağlı direncin eşdeğeri,

$$R_{eş} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \quad (2.16)$$

şeklinde hesaplanır.

n tane eşit değerli direncin paralel bağlanması durumunda eşdeğer direnç  $R/n$  şeklinde bulunur.

Şekil 2.14'deki devre elemanlarının endüktans olması durumunda,

$$i = \frac{1}{L_1} \int v \cdot dt + \frac{1}{L_2} \int v \cdot dt + \frac{1}{L_3} \int v \cdot dt = \left( \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3} \right) \int v \cdot dt$$

$$i = \frac{1}{L_{eş}} \int v \cdot dt \quad (2.17)$$

olur. Çok sayıda endüktansın paralel bağlanması durumunda  $\frac{1}{L_{eş}}$  için;

$$\frac{1}{L_{eş}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3} + \dots + \frac{1}{L_n} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{L_k} \quad (2.18)$$

yazılabilir.

İki endüktansın paralel bağlanması durumunda  $L_{eş}$  eşdeğer endüktansın değeri;

$$L_{eş} = \frac{L_1 \cdot L_2}{L_1 + L_2} \quad (2.19)$$

şeklinde hesaplanır.

Şekil 2.14'deki devre elemanlarının kondansatör olması durumunda;

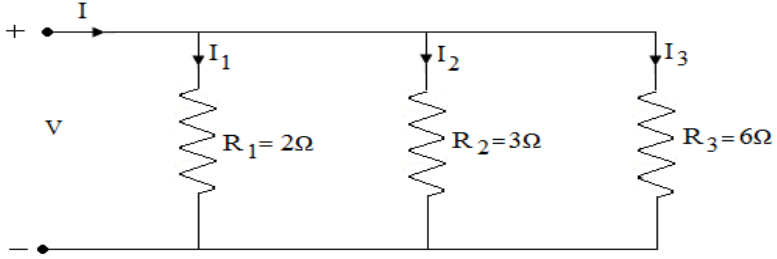
$$i = C_1 \frac{dV}{dt} + C_2 \frac{dV}{dt} + C_3 \frac{dV}{dt} = (C_1 + C_2 + C_3) \frac{dV}{dt} = C_{eş} \frac{dV}{dt} \quad (2.20)$$

olur. Çok sayıda kondansatörün paralel bağlanması durumunda  $C_{eş}$  eşdeğer kapasite, seri bağlı dirençlerin eşdeğerine benzer bir ifadeye sahiptir. Yani;

$$C_{eş} = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_n = \sum_{k=1}^n C_k \quad (2.21)$$

olur.

**Örnek 2.13:** Aşağıdaki şekil 2.15’de verilen devre için eşdeğer direnci ( $R_{eş}$ ) hesaplayınız.



Şekil 2.15.

**Çözüm 2.13:**

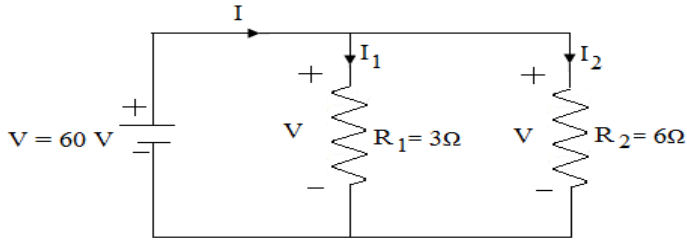
$$\frac{1}{R_{eş}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{3+2+1}{6} = \frac{6}{6} = 1$$

$$\frac{1}{R_{eş}} = 1 \text{ Siemens (mho, } \frac{1}{\Omega} \text{)}$$

**Örnek 2.14:** Aşağıdaki şekil 2.16’da verilen devre için;

- Eşdeğer direnci,
- Kaynaktan çekilen akımı,
- $I_1$  ve  $I_2$  akımlarını,
- Her bir dirençte harcanan gücü,
- Kaynaktan çekilen gücü,

bulunuz.



Şekil 2.16.

**Çözüm 2.14:**

$$a) R_{eş} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{3 \cdot 6}{3 + 6} = \frac{18}{9} = 2 \Omega$$

$$b) I = \frac{V}{R_{eş}} = \frac{60 V}{2 \Omega} = 30 A$$

$$c) I_1 = \frac{V}{R_1} = \frac{60 V}{3 \Omega} = 20 A$$

$$I_2 = \frac{V}{R_2} = \frac{60 V}{6 \Omega} = 10 A$$

$$I = I_1 + I_2 = 20 A + 10 A = 30 A$$

$$ç) P_1 = VI_1 = 60 V \cdot 20 A = 1200 W$$

$$P_2 = VI_2 = 60 V \cdot 10 A = 600 W$$

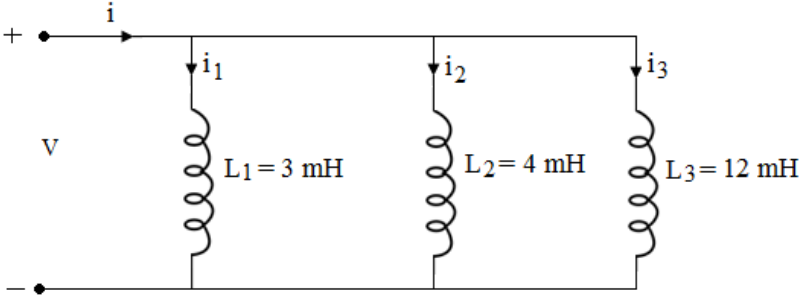
$$P_1 = I_1^2 R_1 = 20^2 A \cdot 3 \Omega = 1200 W$$

$$P_2 = I_2^2 R_2 = 10^2 A \cdot 6 \Omega = 600 W$$

$$d) P = V \cdot I = 60 V \cdot 30 A = 1800 W$$

$$P = P_1 + P_2 = 1200 W + 600 W = 1800 W \text{ olarak bulunur.}$$

**Örnek 2.15:** Aşağıdaki şekil 2.17’de verilen devre için eşdeğer endüktansını ( $L_{eş}$ ) hesaplayınız.



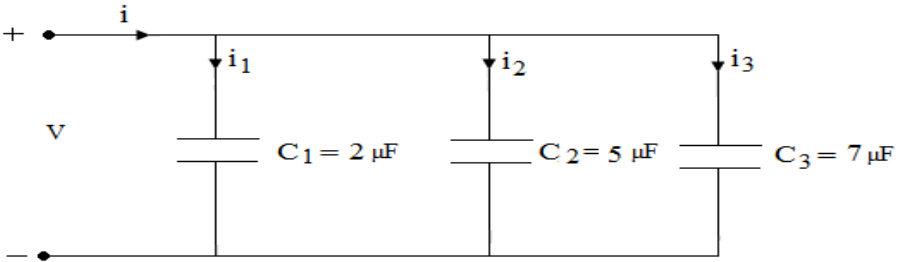
Şekil 2.17.

**Çözüm 2.15:**

$$\frac{1}{L_{eş}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{12} = \frac{4+3+1}{12} = \frac{8}{12}$$

$$L_{eş} = \frac{12}{8} = 1,5 \text{ mH olur.}$$

**Örnek 2.16:** Aşağıdaki şekil 2.18’de verilen devre için eşdeğer kapasitesini ( $C_{eş}$ ) hesaplayınız.



Şekil 2.18.

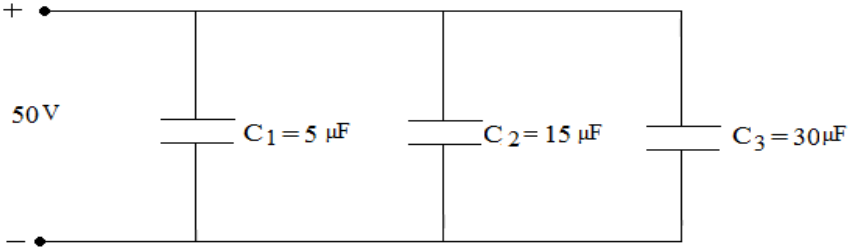
**Çözüm 2.16:**

$$C_{eş} = C_1 + C_2 + C_3 = 2 + 5 + 7 = 14 \text{ µF olur.}$$

**Örnek 2.17:** Aşağıdaki şekil 2.19’da verilen devre için;

- a) Eşdeğer kapasiteyi,  
b) Her bir kapasitenin yükünü,

bulunuz.



Şekil 2.19.

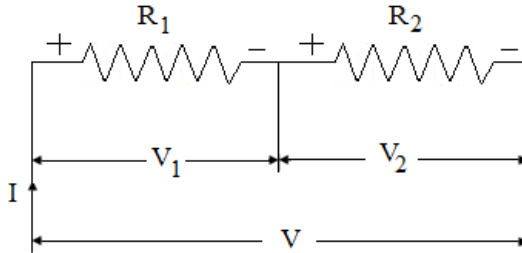
### Çözüm 2.17:

- a)  $C_{eş} = C_1 + C_2 + C_3 = 5 + 15 + 30 = 50 \mu\text{F}$  olur.  
b)  $Q_1 = C_1 \cdot V = 5 \mu\text{F} \cdot 50 \text{ V} = 250 \mu\text{C}$   
 $Q_2 = C_2 \cdot V = 15 \mu\text{F} \cdot 50 \text{ V} = 750 \mu\text{C}$   
 $Q_3 = C_3 \cdot V = 30 \mu\text{F} \cdot 50 \text{ V} = 1500 \mu\text{C}$

olarak bulunur.

## 2.5. Gerilim Bölücü Devre

Seri bağlı dirençlerle oluşturulan devre, gerilim bölücü devre adını alır. Aynı kavram daha genel olarak seri bağlı empedanslara da uygulanabilir. Seri bağlı dirençlerle oluşturulan gerilim bölücü devre Şekil 2.20’de verilmiştir.





## Şekil 2.20. Gerilim bölme devresi

Şekil 2.20'den  $V_1$  ve  $V$  için

$$V_1 = R_1 \cdot I \quad (2.22)$$

$$V = (R_1 + R_2) I \quad (2.23)$$

yazılabilir. Buradan da  $V_1$  için,

$$V_1 = V \cdot \left( \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) \quad (2.24)$$

yazılabilir.

**Örnek 2.18:** İki direncin seri bağlanmasıyla oluşan gerilim bölücünün toplam direnci  $50 \Omega$ 'dur. Çıkış gerilimi giriş geriliminin %10'na eşit olduğuna göre, dirençlerin değerini bulunuz.

**Çözüm 2.18:**

$$V_1 = V \cdot \left( \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right)$$

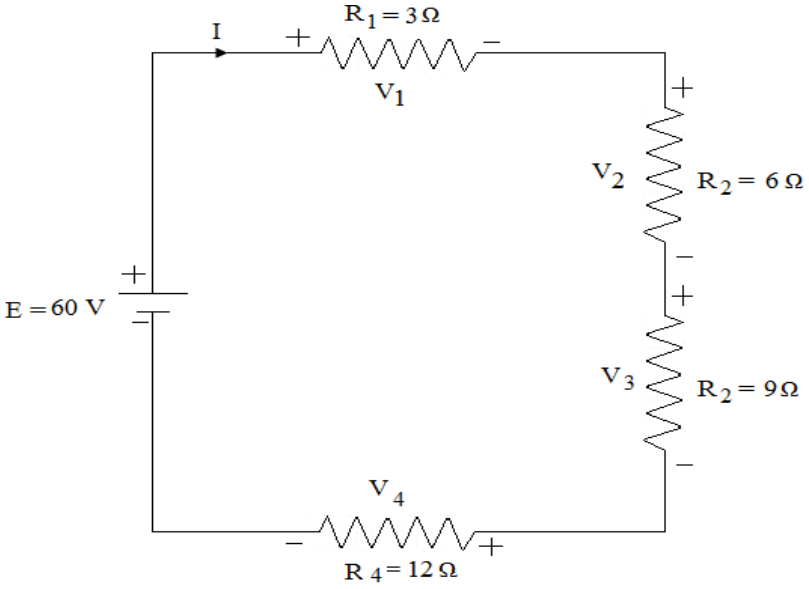
$$\frac{V_1}{V} = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$0,10 = \frac{R_1}{50\Omega} ; R_1 = 5 \Omega$$

$$R_1 + R_2 = 50 \Omega$$

$$R_2 = 50 \Omega - 5 \Omega = 45 \Omega \text{ olur.}$$

**Örnek 2.19:** Aşağıdaki şekil 2.21'de verilen devre için;  $V_1$ ,  $V_2$ ,  $V_3$  ve  $V_4$  gerilim değerlerini bulunuz.



Şekil 2.21.

**Çözüm 2.19:**

$$I = \frac{V}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} = \frac{60 \text{ V}}{(3 + 6 + 9 + 12) \Omega} = \frac{60 \text{ V}}{30 \Omega} = 2 \text{ A}$$

$$V_1 = I \cdot R_1 = 2 \text{ A} \cdot 3 \Omega = 6 \text{ V}$$

$$V_2 = I \cdot R_2 = 2 \text{ A} \cdot 6 \Omega = 12 \text{ V}$$

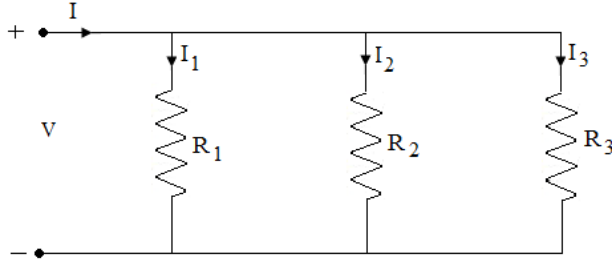
$$V_3 = I \cdot R_3 = 2 \text{ A} \cdot 9 \Omega = 18 \text{ V}$$

$$V_4 = I \cdot R_4 = 2 \text{ A} \cdot 12 \Omega = 24 \text{ V}$$

$$V = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 = 6 \text{ V} + 12 \text{ V} + 18 \text{ V} + 24 \text{ V} = 60 \text{ V olur.}$$

**2.6. Akım Bölücü Devre**

Paralel bağlı dirençlerden oluşan devre, akım bölücü devre adını alır. Akım bölücü bir devre, Şekil 2.22'de verilmiştir.



Şekil 2.22. Akım bölücü devre

Kol akımının ( $I_1$ ) toplam akıma ( $I$ ) oranı, akım bölücünün çalışma ilkesini açıklar.

$$I = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} + \frac{V}{R_3} \quad (2.25)$$

$$I_1 = \frac{V}{R_1} \quad (2.26)$$

$$\frac{I_1}{I} = \frac{\frac{1}{R_1}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = \frac{R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} \quad (2.27)$$

İki kollu bir akım bölücünün eşitliği;

$$\frac{I_1}{I} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \text{ şeklindedir.}$$

**Örnek 2.20:** 30 mA'lık bir akım iki kollu bir akım bölücüyle 20 mA ve 10 mA değerinde iki akıma bölünmek istenmektedir. Bu devrenin eşdeğer direnci  $10 \Omega$ 'a eşit olmalıdır. Dal dirençlerini bulunuz.

**Çözüm 2.20:**

$$\frac{I_1}{I} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}; \quad \frac{I_2}{I} = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$\frac{20}{30} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}; \quad \frac{10}{30} = \frac{R_1}{R_1 + R_2}; \quad \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 10 \Omega$$

$$R_1 + R_2 = \frac{R_1 \cdot R_2}{10} ; \frac{20}{30} = \frac{R_2}{\frac{R_1 \cdot R_2}{10}} ; \frac{20}{30} = \frac{10}{R_1}$$

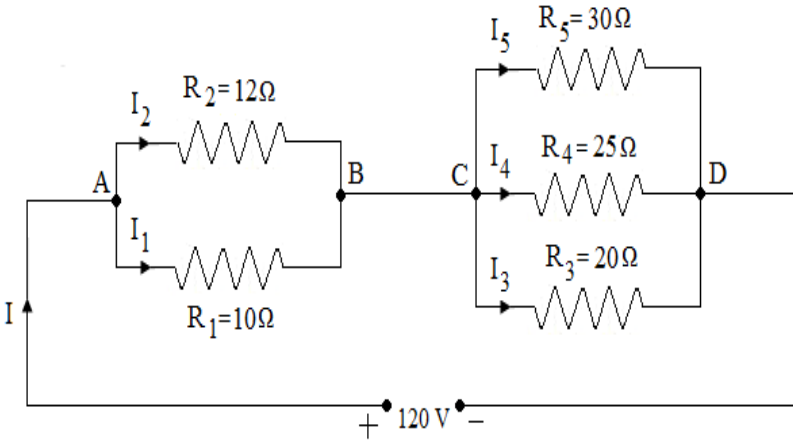
$$R_1 = \frac{300}{20} = 15 \Omega$$

$$\frac{10}{30} = \frac{R_1}{\frac{R_1 \cdot R_2}{10}} ; \frac{10}{30} = \frac{10}{R_2}$$

$$R_2 = \frac{300}{10} = 30 \Omega \text{ elde edilir.}$$

**Örnek 2.21:** Aşağıdaki şekil 2.23’de verilen seri paralel devrede;

- AB ve CD eşdeğer dirençlerini,
- Kaynaktan çekilen akımı,
- Her bir dirençten geçen akımı,
- Dirençlerde ısı şeklinde kaybolan gücü ve toplam gücü bulunuz.



Şekil 2.23.

**Çözüm 2.21:**

$$a) R_{AB} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{10 \cdot 12}{10 + 12} = 5,45 \Omega$$

$$\frac{1}{R_{CD}} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} = \frac{1}{20} + \frac{1}{25} + \frac{1}{30} = \frac{7,5 + 6 + 5}{150}$$

$$\frac{1}{R_{CD}} = \frac{18,5}{150} ; R_{CD} = \frac{150}{18,5} = 8,108 \Omega$$

$$R_{eş} = R_{AB} + R_{CD} = 5,45 + 8,108 = 13,56 \Omega$$

$$b) I = \frac{V}{R_{eş}} = \frac{120 V}{13,56 \Omega} = 8,85 A$$

$$c) I_1 = I \cdot \left( \frac{R_2}{R_1 + R_2} \right) = 8,85 A \cdot \frac{12}{22} = 4,823 A$$

$$I_2 = I \cdot \left( \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) = 8,85 A \cdot \frac{10}{22} = 4,027 A$$

Dirençlerin uçlarındaki AB gerilimini bularak da Ohm yasasına göre  $I_1$  ve  $I_2$  akımları bulunabilir.

$$V_{AB} = I \cdot R_{AB} = 8,85 \cdot 5,45 = 48,23 V$$

$$I_1 = \frac{V_{AB}}{R_1} = \frac{48,23}{10} = 4,823 A$$

$$I_2 = \frac{V_{AB}}{R_2} = \frac{48,23}{12} = 4,027 A$$

CD uçlarındaki potansiyel farkı, CD uçlarındaki eşdeğer direnç ile devre akımının çarpımına eşittir. Kaynak geriliminden AB gerilim düşümünü çıkararak da CD gerilim düşümü bulunabilir.

$$V_{CD} = I \cdot R_{CD} = 8,85 \cdot 8,108 = 71,76 V$$

$$V_{CD} = 120 - V_{AB} = 120 - 48,23 = 71,77 V$$

$$I_3 = \frac{V_{CD}}{R_3} = \frac{71,77}{20} = 3,587 A$$

$$I_4 = \frac{V_{CD}}{R_4} = \frac{71,77}{25} = 2,87 A$$

$$I_5 = \frac{V_{CD}}{R_5} = \frac{71,77}{30} = 2,39 \text{ A}$$

d) Dirençlerde ısı şeklinde kaybolan güç;

$$P_1 = I_1^2 R_1 = (4,823)^2 \cdot 10 = 233,29 \text{ W}$$

$$P_2 = I_2^2 R_2 = (4,027)^2 \cdot 12 = 194,89 \text{ W}$$

$$P_3 = I_3^2 R_3 = (3,587)^2 \cdot 20 = 257,33 \text{ W}$$

$$P_4 = I_4^2 R_4 = (2,87)^2 \cdot 25 = 205,92 \text{ W}$$

$$P_5 = I_5^2 R_5 = (2,39)^2 \cdot 30 = 171,36 \text{ W}$$

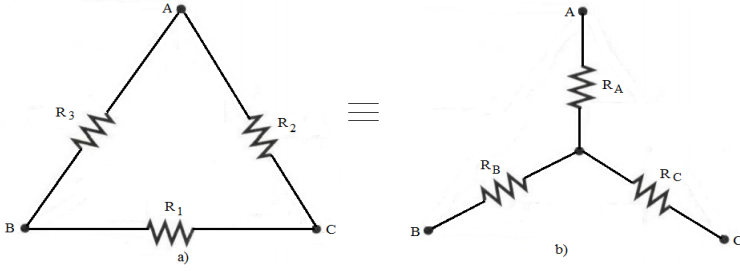
$$\text{Toplam güç } \sum P = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5$$

$$\sum P = (233,29 + 194,89 + 257,33 + 205,92 + 171,36) \text{ W} = 1062 \text{ W}$$

$$\text{ve ya } \sum P = V \cdot I = 120 \text{ V} \cdot 8,85 \text{ A} = 1062 \text{ W olur.}$$

## 2.7. Yıldız ve Üçgen Devreler

Elektrik devreleri her zaman seri veya paralel bağlı dirençlerden meydana gelmeyebilir. Böyle devrelerin basitleştirilerek çözümleri için seri veya paralel dirençler oluşturulmalıdır. Bunun için de devrede bazı şekil değişiklikleri yapılır. Bu şekil değişiklikleri, devredeki üçgen bağlantıların yıldız'a veya yıldız bağlantıların üçgen'e çevrilmesi şeklinde olur. Şekil 2.24'deki üçgen devreyi, yıldız devreye dönüştürmek için veya başka bir ifade ile yıldız eşdeğerini elde etmek için Denklem (2.28)'deki ifadeler kullanılır.



Şekil 2.24. Üçgen devrenin yıldız devreye dönüşümü

$$R_A = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3} ; \quad R_B = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3} ; \quad R_C = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2 + R_3} \quad (2.28)$$

$$\text{Yıldız Devrenin Direnci} = \frac{\text{Üçgen Devrenin Komşu Dirençlerinin Çarpımı}}{\text{Üçgen Devre Dirençlerinin Toplamı}}$$

Şekil 2.24b'deki yıldız devrenin eşdeğer üçgenini elde etmek için de aşağıdaki formüller kullanılır.

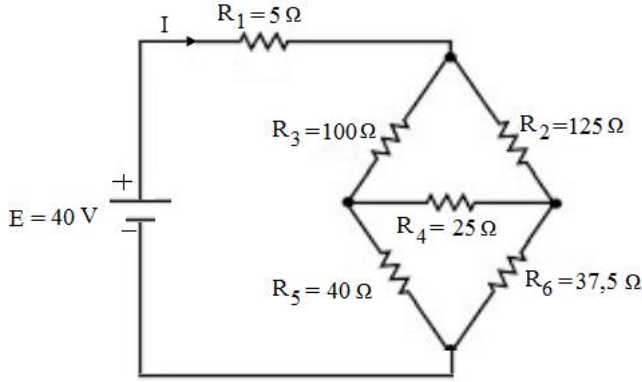
$$\left. \begin{aligned} R_1 &= \frac{R_A \cdot R_B + R_B \cdot R_C + R_C \cdot R_A}{R_A} = R_B + R_C + \frac{R_B \cdot R_C}{R_A} \\ R_2 &= \frac{R_A \cdot R_B + R_B \cdot R_C + R_C \cdot R_A}{R_B} = R_A + R_C + \frac{R_B \cdot R_C}{R_B} \\ R_3 &= \frac{R_A \cdot R_B + R_B \cdot R_C + R_C \cdot R_A}{R_C} = R_A + R_B + \frac{R_B \cdot R_C}{R_C} \end{aligned} \right\} \quad (2.29)$$

yani;

$$\text{Üçgen Devrenin Direnci} = \frac{\text{Yıldız Devrenin Dirençlerinin İkişer İkişer Çarpımlarının Toplamı}}{\text{Yıldız Devrenin Karşı Kolundaki Direnç}}$$

şeklinde bulunur.

**Örnek 2.22:** Aşağıdaki şekil 2.25'de verilen devre için üçgen – yıldız ( $\Delta - Y$ ) dönüşümünü kullanarak kaynaktan çekilen akımı bulunuz.



Şekil 2.25.

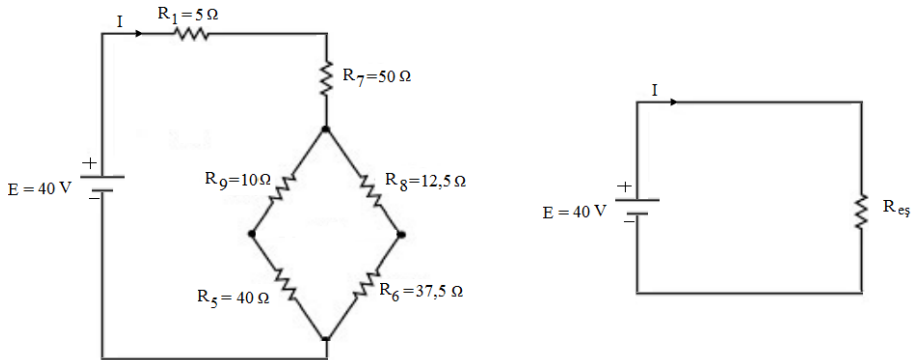
**Çözüm 2.22:** Kaynaktan çekilen  $I$  akımını bulmak için şekil 2.25'deki devreyi basitleştirmek gerekir. Bunun için  $R_2$ ,  $R_3$  ve  $R_4$  dirençlerinden oluşmuş üçgen ( $\Delta$ ) bağlantıyı yıldız ( $Y$ ) bağlantıya dönüştürmek gerekir. Buna göre;

$$R_7 = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3 + R_4} = \frac{125 \cdot 100}{125 + 100 + 25} = \frac{1250}{250} = 50 \Omega$$

$$R_8 = \frac{R_2 \cdot R_4}{R_2 + R_3 + R_4} = \frac{125 \cdot 25}{125 + 100 + 25} = \frac{3125}{250} = 12,5 \Omega$$

$$R_9 = \frac{R_3 \cdot R_4}{R_2 + R_3 + R_4} = \frac{100 \cdot 25}{125 + 100 + 25} = \frac{2500}{250} = 10 \Omega \text{ olur.}$$

Elde edilen değerlere göre devreyi yeniden çizelim. Bu durum şekil 2.26'da gösterilmiştir.





Şekil 2.26.

Şekil 2.27.

Şekil 2.26'dan

$$R_{10} = \frac{(R_9 + R_5).(R_8 + R_6)}{R_9 + R_5 + R_8 + R_6} = \frac{(10 + 40).(12,5 + 37,5)}{10 + 40 + 12,5 + 37,5} = 25 \Omega$$

olarak bulunur.  $R_{eş}$  direncin değeri;

$$R_{eş} = R_1 + R_7 + R_{10} = 5 + 50 + 25 = 80 \Omega$$

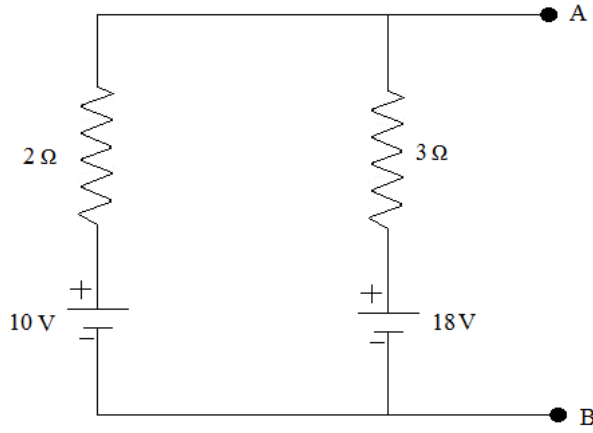
olarak bulunur. Şekil 2.25'deki devrenin basitleştirilmiş hali şekil 2.27'de verilmiştir. Şekil 2.27'den kaynaktan çekilen I akımı;

$$I = \frac{E}{R_{eş}} = \frac{40 V}{80 \Omega} = 0,5 A \text{ olarak bulunur.}$$

## 2.8. Paralel Gerilim veya Seri Akım Kaynakları

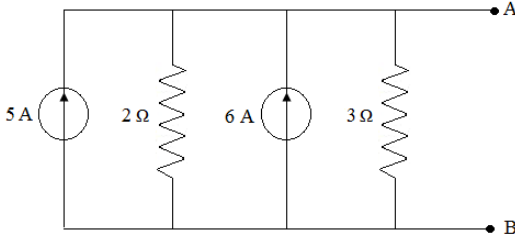
Paralel gerilim veya seri akım kaynakları durumunda eşdeğer kaynağın elde edilmesi zorlaşır. Yapılacak iş kaynak dönüşümleri yaparak seri gerilim kaynakları veya paralel akım kaynakları elde etmektir. Bundan sonra eşdeğer kaynak kolayca bulunabilir.

**Örnek 2.23:** Aşağıdaki şekil 2.28'de verilen devreyi, tek bir gerilim kaynağı durumuna getiriniz.

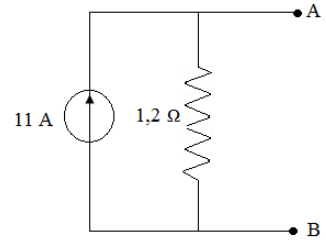


Şekil 2.28

**Çözüm 2.23:** Verilen devre paralel iki gerilim kaynağıdır. Bu kaynakların her biri akım kaynağına çevrilerek Şekil 2.29'daki devre bulunur.



Şekil 2.29



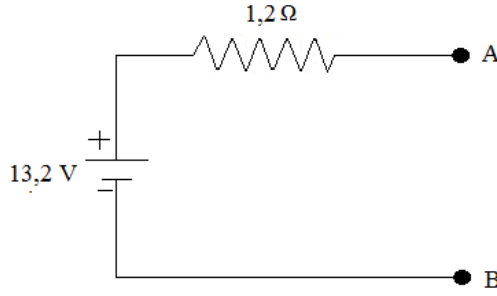
Şekil 2.30

Böylece paralel durumdaki akım kaynaklarından da Şekil 2.30'daki eşdeğer kaynak elde edilir. Yani eşdeğer kaynağın akımı ve iç direnci;

$$I = I_1 + I_2 = 5 \text{ A} + 6 \text{ A} = 11 \text{ A}$$

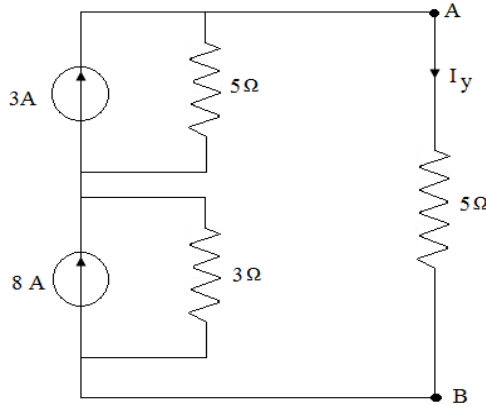
$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}; \quad R = \frac{6}{5} = 1,2 \Omega \text{ olarak bulunur.}$$

Şekil 2.30'daki akım kaynağının gerilim kaynağına dönüştürülmesi Şekil 2.31'de verilmiştir.



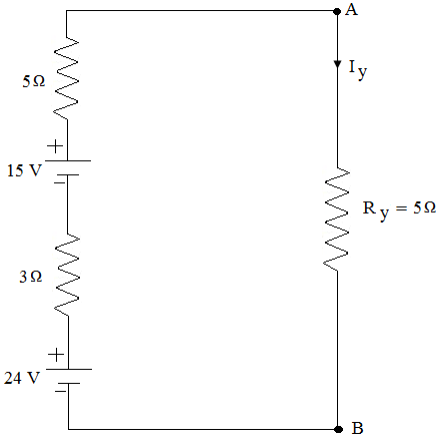
Şekil 2.31

**Örnek 2.24:** Aşağıdaki şekil 2.32’de verilen devrede AB uçlarına bağlanan  $5 \Omega$ ’luk dirençten geçen akımı kaynak dönüşümünden yararlanarak hesaplayınız.

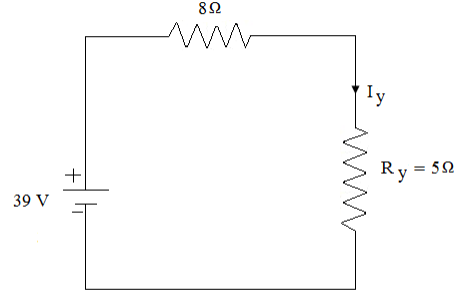


Şekil 2.32.

**Çözüm 2.24:** Bu devrede 3 A ve 8 A’lık iki akım kaynağı seri bağlıdır. Bu iki akım kaynağını birleştirerek eşdeğer bir akım kaynağına çeviremeyiz. Bu iki akım kaynağını ayrı ayrı gerilim kaynağına çevirerek devreyi yeniden çizelim. Bu durum şekil 2.33’de verilmiştir.



Şekil 2.33.



Şekil 2.34.

Şekil 2.33'deki devreyi basitleştirirsek şekil 2.34'deki devre elde edilir. Şekil 2.34'den  $I_y$  akımını

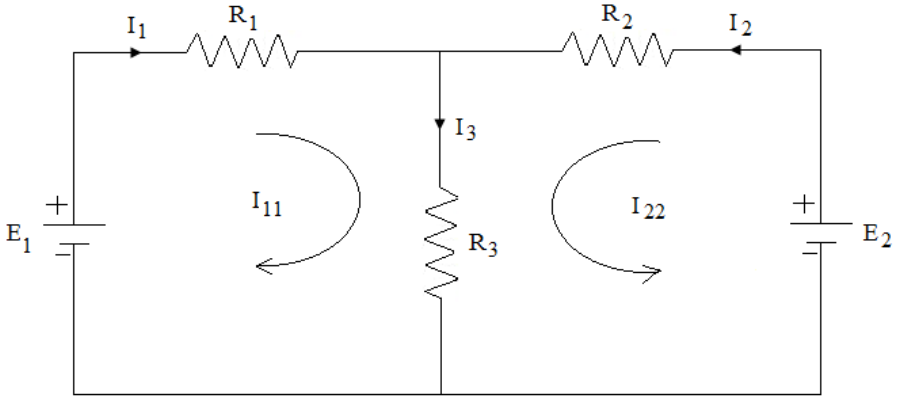
$$I_y = \frac{39 V}{(8 + 5)\Omega} = \frac{39 V}{13\Omega} = 3 \text{ A olarak bulunur.}$$

## BÖLÜM 3

### DOĞRU AKIM DEVRELERİNİN ÇÖZÜM YÖNTEMLERİ

#### 3.1. Çevre Akımları Yöntemi

Elektrik devrelerinin çözümünde kullanılan en basit ve kolay yöntemlerden biri çevre akımları yöntemidir. Bu yöntemde, devrenin her bir gözü için bir çevre akımı seçilir. Gözlerde seçilen çevre akımlarına göre KGY, her bir göz için yazılır. Göz sayısı kadar bilinmeyen çevre akımı ve denklemi bulunur. Denklemler çözülerek her bir gözün çevre akımı hesaplanır. Çevre akımlarından da kol akımları kolaylıkla bulunabilir. Şekil 3.1’de verilen iki gözlü bir devre için  $I_1$ ,  $I_2$  ve  $I_3$  akımlarını çevre akımları yöntemini kullanarak bulalım.



Şekil 3.1. İki gözlü devre

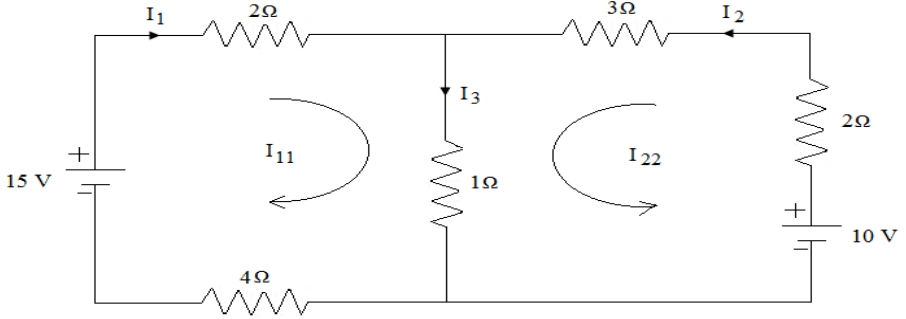
Şekil 3.1’deki gözlerde seçilen akımlar  $I_{11}$  ve  $I_{22}$  ise gözler KGY’nın uygulanması ile;

$$\left. \begin{aligned} R_{11} \cdot I_{11} + R_{12} \cdot I_{22} &= E_{11} \\ R_{21} \cdot I_{11} + R_{22} \cdot I_{22} &= E_{22} \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$



Denklem (3.4)'deki göz akımları, Denklem (3.1)'dekine benzer şekilde bulunur.

**Örnek 3.1:** Aşağıdaki şekil 3.2'de verilen devrede her bir kolun akımını çevre akımları yöntemini kullanarak bulunuz.



Şekil 3.2.

**Çözüm 3.1:**

$$\left. \begin{aligned} R_{11} \cdot I_{11} + R_{12} \cdot I_{22} &= E_{11} \\ R_{21} \cdot I_{11} + R_{22} \cdot I_{22} &= E_{22} \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} 7 \cdot I_{11} + 1 \cdot I_{22} &= 15 \\ 1 \cdot I_{11} + 6 \cdot I_{22} &= 10 \end{aligned} \right\}$$

payda determinanı;

$$\Delta = \begin{bmatrix} 7 & 1 \\ 1 & 6 \end{bmatrix} = (7 \cdot 6) - (1 \cdot 1) = 42 - 1 = 41$$

Pay determinantları;

$$\Delta_1 = \begin{bmatrix} 15 & 1 \\ 10 & 6 \end{bmatrix} = (15 \cdot 6) - (10 \cdot 1) = 90 - 10 = 80$$

$$\Delta_2 = \begin{bmatrix} 7 & 15 \\ 1 & 10 \end{bmatrix} = (7 \cdot 10) - (1 \cdot 15) = 70 - 15 = 55$$

olarak bulunur. Buradan da göz akımları;

$$I_{11} = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{80}{41} = 1,95 \text{ A}$$

$$I_{22} = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{55}{41} = 1,34 \text{ A}$$

olarak bulunur. Buradan da kol akımları;

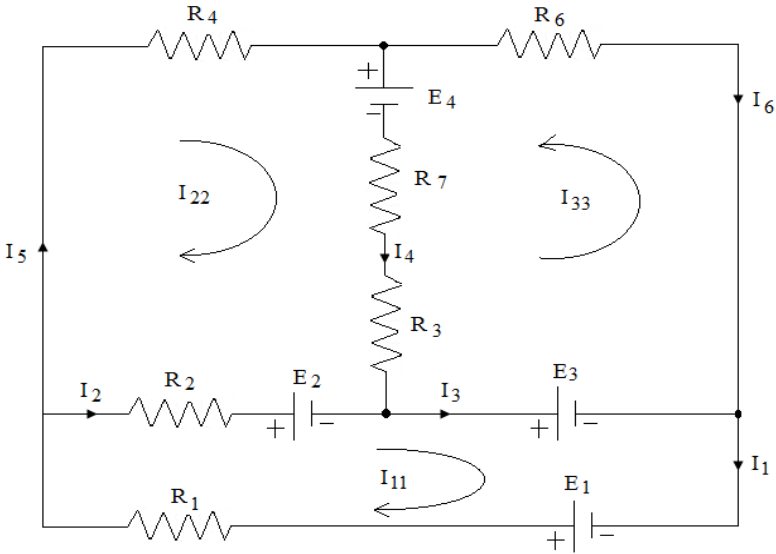
$$I_1 = I_{11} = 1,95 \text{ A}$$

$$I_2 = I_{22} = 1,34 \text{ A}$$

$$I_3 = I_1 + I_2 = 1,95 + 1,34 = 3,29 \text{ A}$$

olarak bulunur.

**Örnek 3.2:** Aşağıdaki şekil 3.3’de verilen devre için her bir kolun akımını çevre akımları yöntemi kullanarak bulunuz. Bu devre için verilenler;  $E_1 = 100 \text{ V}$ ,  $E_2 = 100 \text{ V}$ ,  $E_3 = 10 \text{ V}$ ,  $E_4 = 6 \text{ V}$ ,  $R_1 = 10 \Omega$ ,  $R_2 = 10 \Omega$ ,  $R_3 = 6 \Omega$ ,  $R_4 = 5 \Omega$ ,  $R_6 = 15 \Omega$ ,  $R_7 = 1 \Omega$  şeklindedir.



Şekil 3.3.



**Çözüm 3.2 :**

$$R_{11} \cdot I_{11} + R_{12} \cdot I_{22} + R_{13} \cdot I_{33} = E_{11}$$

$$-R_{21} \cdot I_{11} + R_{22} \cdot I_{22} + R_{23} \cdot I_{33} = E_{22}$$

$$R_{31} \cdot I_{11} + R_{32} \cdot I_{22} + R_{33} \cdot I_{33} = E_{33}$$

$$R_{11} = R_1 + R_2 = 10 + 10 = 20 \Omega$$

$$R_{12} = R_{21} = R_2 = 10 \Omega$$

$$R_{13} = R_{31} = 0 \Omega$$

$$R_{22} = R_2 + R_3 + R_4 + R_7 = 10 + 6 + 5 + 1 = 22 \Omega$$

$$R_{23} = R_{32} = R_3 + R_7 = 6 + 1 = 7 \Omega$$

$$R_{33} = R_3 + R_6 + R_7 = 6 + 15 + 1 = 22 \Omega$$

$$E_{11} = E_1 - E_2 - E_3 = 100 - 30 - 10 = 60 \text{ V}$$

$$E_{22} = E_2 - E_4 = 30 - 6 = 24 \text{ V}$$

$$E_{33} = -E_3 - E_4 = -10 - 6 = -16 \text{ V}$$

$$20I_{11} - 10I_{22} + 0I_{33} = 60$$

$$-10I_{11} + 22I_{22} + 7I_{33} = 24$$

$$0I_{11} + 7I_{22} + 22I_{33} = -16$$

Buradan da;

$$\Delta = \begin{bmatrix} 20 & -10 & 0 \\ -10 & 22 & 7 \\ 0 & 7 & 22 \end{bmatrix} = 20 \cdot 22 \cdot 22 + (-10) \cdot 7 \cdot 0 + (-10) \cdot 7 \cdot 0 - 0 \cdot 22 \cdot 0 -$$

$$7 \cdot 7 \cdot 20 - (-10) \cdot (-10) \cdot 22 = 9680 - 980 - 2200 = 6500;$$

$$\Delta = 6500$$

$$\Delta_1 = \begin{bmatrix} 60 & -10 & 0 \\ -24 & 22 & 7 \\ -16 & 7 & 22 \end{bmatrix} = 60 \cdot 22 \cdot 22 + (-10) \cdot 7 \cdot (-16) + 24 \cdot 7 \cdot 0 + 16 \cdot 22 \cdot 0 - 7 \cdot 7 \cdot 60 - (-10) \cdot 24 \cdot 22 = 29040 + 1120 - 2940 + 5280 = 35440 - 2940$$

$$\Delta_1 = 32500$$

$$\Delta_2 = \begin{bmatrix} 20 & 60 & 0 \\ -10 & 24 & 7 \\ 0 & -16 & 22 \end{bmatrix} = 20 \cdot 24 \cdot 22 + 60 \cdot 7 \cdot 0 + (-10) \cdot (-16) \cdot 0 - 0 \cdot 24 \cdot 0 + 16 \cdot 7 \cdot 20 - (-10) \cdot 60 \cdot 22 = 10560 + 2240 + 13200 = 26000$$

$$\Delta_2 = 26000$$

$$\Delta_3 = \begin{bmatrix} 20 & -10 & 60 \\ -10 & 22 & 24 \\ 0 & 0 & -16 \end{bmatrix} = 20 \cdot 22 \cdot (-16) + (-10) \cdot 24 \cdot 0 + (-10) \cdot 7 \cdot 60 - 0 \cdot 22 \cdot 60 - 7 \cdot 24 \cdot 20 - (-10) \cdot (-10) \cdot (-16) = -7040 - 4200 - 3360 + 1600 = -14600 + 1600$$

$$\Delta_3 = -13000$$

$$I_{11} = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{32500}{6500} = 5 \text{ A}$$

$$I_{22} = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{26000}{6500} = 4 \text{ A}$$

$$I_{33} = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{-13000}{6500} = -2 \text{ A}$$

$$I_1 = I_{11} = 5 \text{ A}$$

$$I_2 = I_{11} - I_{22} = 5 \text{ A} - 4 \text{ A} = 1 \text{ A}$$

$$I_3 = I_{11} + I_{33} = 5 \text{ A} - 2 \text{ A} = 3 \text{ A}$$

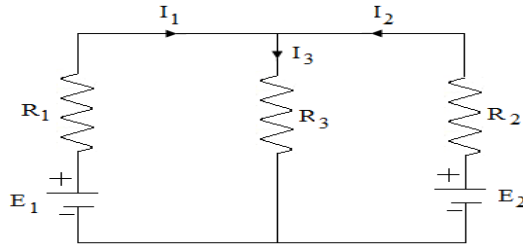
$$I_4 = I_{22} + I_{33} = 4 \text{ A} - 2 \text{ A} = 2 \text{ A}$$

$$I_5 = I_{22} = 4 \text{ A}$$

$$I_6 = -I_{33} = 2 \text{ A} \text{ olarak bulunur.}$$

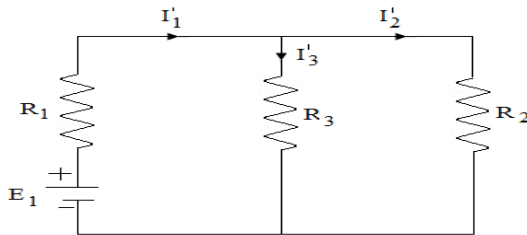
### 3.2. Süperpozisyon Yöntemi

Süperpozisyon yöntemi, iki veya daha fazla kaynağı bulunan doğrusal elektrik devrelerine uygulanır. Doğrusal devre, direncin her zaman sabit kaldığı devredir. Her kaynağın bir devreden geçireceği akımların toplamı, o devrenin akımını verir. Bu yöntem uygulanırken, devredeki kaynaklar sırasıyla devrede bırakılarak, diğerleri devreden çıkarılır. Kaynakları devreden çıkartırken, çıkartılan kaynak gerilim kaynağı ise açılan uçlar kısa devre edilir. Eğer kaynak akım kaynağı ise açılan uçlar açık devre olarak bırakılır. Şekil 3.4'deki devredeki akımları, süperpozisyon yöntemi ile bulalım.



Şekil 3.4. Süperpozisyon yöntemi

- 1)  $E_2 = 0$  olsun. Bu durum Şekil 3.5'de gösterilmiştir. Şekil 3.5'den akımlar,



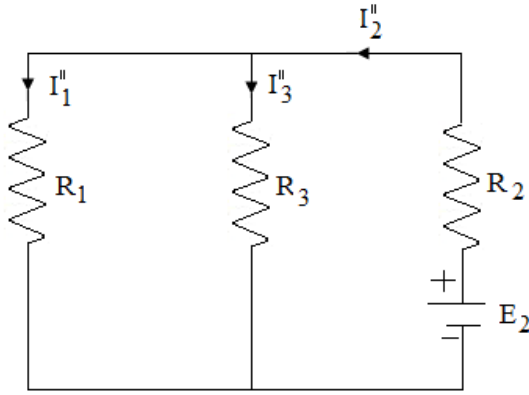
Şekil 3.5

$$I'_1 = \frac{E_1}{R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}}$$

$$I'_2 = I'_1 \frac{R_3}{R_2 + R_3}$$

$$I'_3 = I'_1 \frac{R_2}{R_2 + R_3} \text{ şeklinde bulunur.}$$

2)  $E_1 = 0$  olsun. Bu durum Şekil 3.6'da gösterilmiştir. Şekil 3.6'dan akımlar



Şekil 3.6

$$I''_2 = \frac{E_2}{R_2 + \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3}}$$

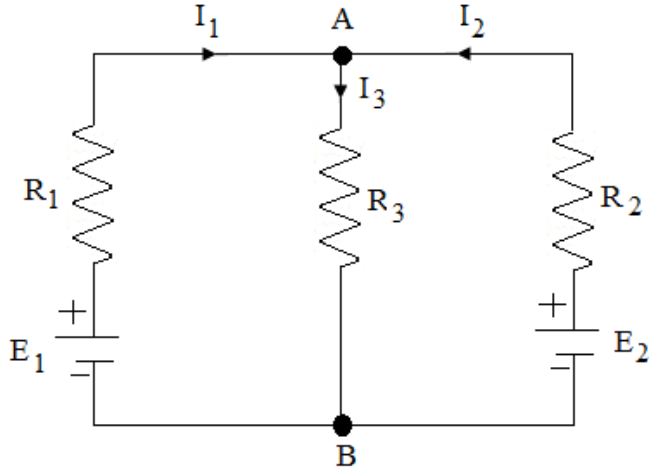
$$I''_1 = I''_2 \frac{R_3}{R_1 + R_3}$$

$$I''_3 = I''_2 \frac{R_1}{R_1 + R_3} \text{ şeklinde bulunur.}$$

Buradan da  $I_1$ ,  $I_2$  ve  $I_3$  akımları

$$I_1 = I'_1 - I''_1 ; I_2 = I''_2 - I'_2 ; I_3 = I'_3 + I''_3 \text{ şeklinde bulunur.}$$

**Örnek 3.3:** Aşağıdaki şekil 3.7'deki devrede  $I_1$ ,  $I_2$  ve  $I_3$  akımlarını ve  $V_{AB}$  gerilimini süperpozisyon yöntemi ile bulunuz.



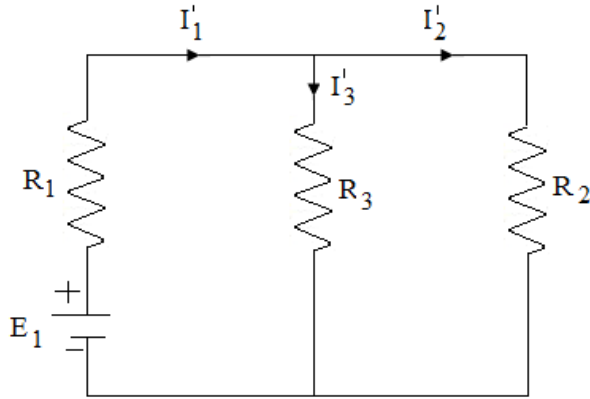
Şekil 3.7.

Verilenler:  $R_1 = 9 \Omega$  ;  $R_2 = 3 \Omega$  ;  $R_3 = 6 \Omega$  ;  $E_1 = 132 \text{ V}$  ;  $E_2 = 66 \text{ V}$

İstenenler :  $I_1 = ?$  ,  $I_2 = ?$  ,  $I_3 = ?$  ,  $V_{AB} = ?$

**Çözüm 3.3:**

1)  $E_2 = 0$  olsun. Bu durum, aşağıdaki şekil 3.8’de verilmiştir.



Şekil 3.8.

Bu durumda,  $I_1'$  ,  $I_2'$  ve  $I_3'$  akımları;

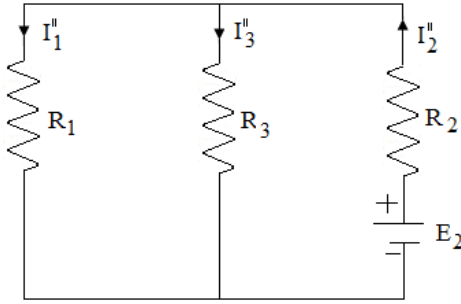
$$I'_1 = \frac{E_1}{R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}} = \frac{132}{9 + \frac{3 \cdot 6}{3 + 6}} + \frac{132}{11} = 12 \text{ A}$$

$$I'_2 = I'_1 \frac{R_3}{R_2 + R_3} = 12 \cdot \frac{6}{3 + 6} = 8 \text{ A}$$

$$I'_3 = I'_1 \frac{R_2}{R_2 + R_3} = 12 \cdot \frac{3}{3 + 6} = 4 \text{ A}$$

şeklinde bulunur.

1)  $E_1 = 0$  olsun. Bu durum, aşağıdaki şekil 3.9'da verilmiştir.



Şekil 3.9.

Bu durumda,  $I''_1$ ,  $I''_2$  ve  $I''_3$  akımları;

$$I''_2 = \frac{E_2}{R_2 + \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3}} = \frac{66}{3 + \frac{6 \cdot 9}{6 + 9}} = \frac{66}{6,6} = 10 \text{ A}$$

$$I''_1 = I''_2 \frac{R_3}{R_1 + R_3} = 10 \cdot \frac{6}{9 + 6} = 4 \text{ A}$$

$$I''_3 = I''_2 \frac{R_1}{R_1 + R_3} = 10 \cdot \frac{9}{9 + 6} = 6 \text{ A} \text{ şeklinde bulunur.}$$

Böylece her bir kaynağın devreyi ayrı ayrı beslemesi durumunda, kollardan geçirecekleri akımlar bulundu. Şimdi her iki kaynak devrede bulunduğu durum için akımları bulalım.

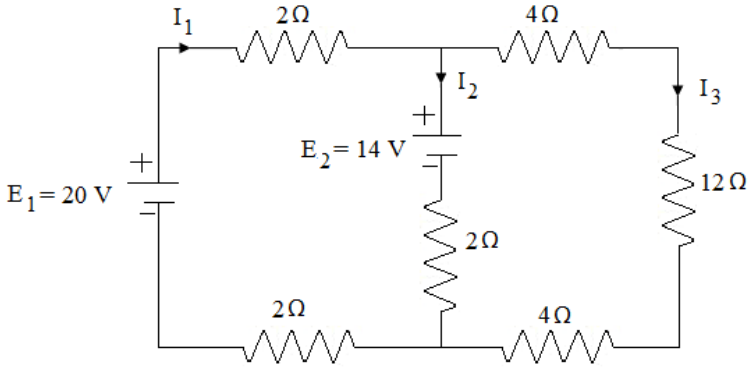
$$I_1 = I'_1 - I''_1 = 12 \text{ A} - 4 \text{ A} = 8 \text{ A}$$

$$I_2 = I''_2 - I'_2 = 10 \text{ A} - 8 \text{ A} = 2 \text{ A}$$

$$I_3 = I'_3 + I''_3 = 4 \text{ A} + 6 \text{ A} = 10 \text{ A} \text{ olur.}$$

$$V_{AB} = R_3 \cdot I_3 = 6 \Omega \cdot 10 \text{ A} = 60 \text{ V} \text{ bulunur.}$$

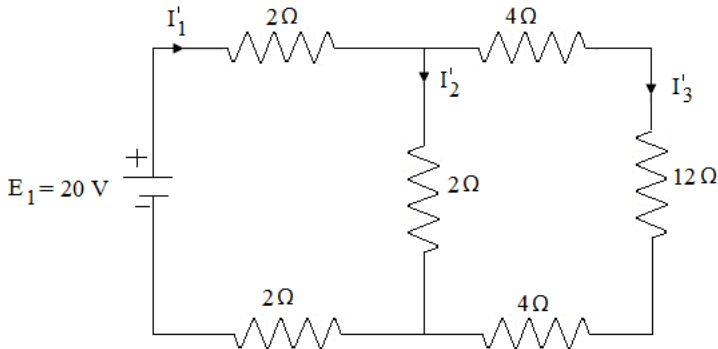
**Örnek 3.4:** Aşağıdaki şekil 3.10'daki devrede  $12 \Omega$ 'luk dirençten geçen akımı, süperpozisyon yöntemi ile bulunuz.



Şekil 3.10.

**Çözüm 3.4:**

1)  $E_2 = 0$  olsun. Bu durum, aşağıdaki şekil 3.11'de verilmiştir.



Şekil 3.11.

Bu durumda,  $I'_1$ ,  $I'_2$  ve  $I'_3$  akımları;

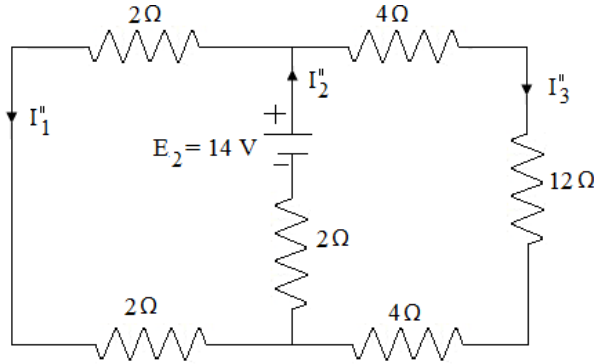
$$I'_1 = \frac{E_1}{R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}} = \frac{20}{(2 + 2) + \frac{2 \cdot (4 + 12 + 4)}{2 + 4 + 12 + 4}} = \frac{20}{5,82} = 3,43 \text{ A}$$

$$I'_2 = I'_1 \frac{R_3}{R_2 + R_3} = 3,43 \cdot \frac{(4 + 4 + 12)}{2 + 4 + 4 + 12} = 3,43 \cdot \frac{20}{22} = 3,118 \text{ A}$$

$$I'_3 = I'_1 \frac{R_2}{R_2 + R_3} = 3,43 \cdot \frac{2}{4 + 12 + 4} = 3,43 \cdot \frac{2}{22} = 0,312 \text{ A}$$

şeklinde bulunur.

2)  $E_1 = 0$  olsun. Bu durum, aşağıdaki şekil 3.12'de verilmiştir.



Şekil 3.12.

Bu durumda,  $I''_1$ ,  $I''_2$  ve  $I''_3$  akımları;

$$I''_2 = \frac{14}{2 + \frac{(2+2) \cdot (4+12+4)}{2+2+4+12+4}} = \frac{14}{2 + \frac{4 \cdot 20}{4+20}} = \frac{14}{5,333} = 2,63 \text{ A}$$

$$I''_1 = I''_2 \frac{4 + 12 + 4}{2 + 2 + 4 + 12 + 4} = 2,63 \cdot \frac{20}{24} = 2,19 \text{ A}$$

$$I''_3 = I''_2 \frac{2 + 2}{2 + 2 + 4 + 12 + 4} = 2,63 \cdot \frac{4}{24} = 0,438 \text{ A}$$

şeklinde bulunur.



Böylece her bir kaynağın devreyi ayrı ayrı beslemesi durumunda, kollardan geçirecekleri akımlar bulundu. Şimdi her iki kaynak devrede bulunduğu durum için akımları bulalım.

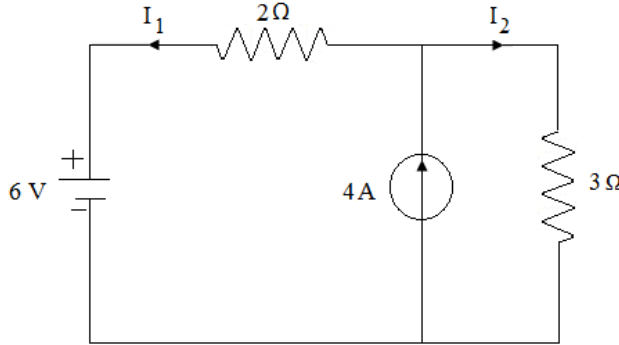
$$I_1 = I'_1 - I''_1 = 3,43 \text{ A} - 2,19 \text{ A} = 1,24 \text{ A}$$

$$I_2 = I''_2 - I'_2 = 3,118 \text{ A} - 2,63 \text{ A} = 0,488 \text{ A}$$

$$I_3 = I'_3 + I''_3 = 0,312 \text{ A} + 0,438 \text{ A} = 0,75 \text{ A} \text{ olur.}$$

12  $\Omega$ 'luk dirençten  $I_3$  akımı geçmektedir. Bu nedenle 12  $\Omega$ 'luk dirençten geçen akım 0,75 A olur.

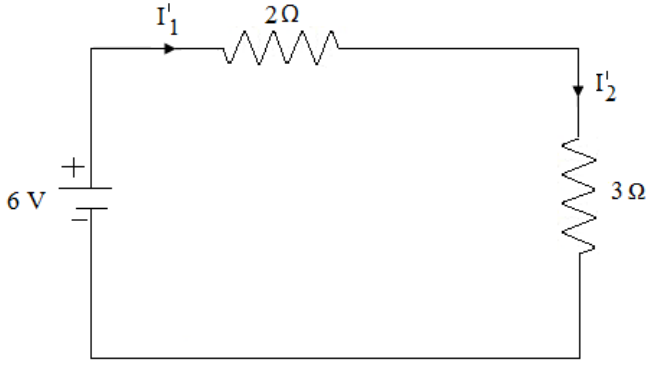
**Örnek 3.5:** Aşağıdaki şekil 3.13'deki devreyi süperpozisyon yöntemi ile çözüünüz.



Şekil 3.13.

**Çözüm 3.5:**

1) Akım kaynağı devre dışı bırakılır. Yani akım kaynağının uçları açılır. Bu durum aşağıdaki şekil 3.14'de verilmiştir.

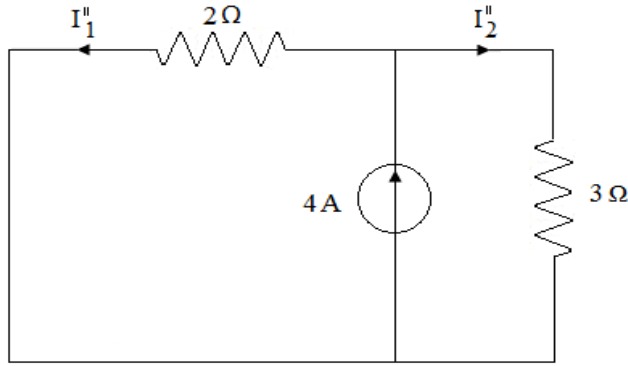


Şekil 3.14.

Şekilden akımlar;

$$I'_1 = I'_2 = \frac{6V}{(2+3)\Omega} = 1,2 \text{ A şeklinde bulunur.}$$

2) Gerilim kaynağının açılan uçları kısa devre edilir. Bu durum, aşağıdaki şekil 3.15'de verilmiştir.



Şekil 3.15.

Şekilden akımlar;

$$I''_1 = 4A \cdot \frac{3\Omega}{(2+3)\Omega} = 2,4 \text{ A}$$

$$I''_2 = 4A \cdot \frac{2\Omega}{(2+3)\Omega} = 1,6 \text{ A şeklinde bulunur.}$$

Şimdi her iki kaynak (akım ve gerilim kaynağı) devrede bulunduğu durum için akımları bulalım.

$$I_1 = I''_1 - I'_1 = 2,4 \text{ A} - 1,2 \text{ A} = 1,2 \text{ A}$$

$$I_2 = I'_2 + I''_2 = 1,2 \text{ A} + 1,6 \text{ A} = 2,8 \text{ A olur.}$$

### 3.3. Thevenin Teoremi

Doğrusal dirençler ve kaynaklardan oluşan bir elektrik devresinin herhangi bir kolundan geçen akımı, devrenin diğer kollarındaki akımları hesaplamadan bulabilmek için Thevenin teoremi kullanılır. Bu teoreme göre devre, herhangi iki noktasına göre bir gerilim kaynağı ile ona seri bağlı bir direnç şekline dönüştürülür. Elde edilen devreye Thevenin Eşdeğeri denir. Thevenin eşdeğerinin kaynağını bulmak için, devrenin belirtilen iki noktası arasındaki gerilim ölçülür. Bu gerilim Thevenin eşdeğerinin kaynak gerilimidir ( $E_{th}$ ). Thevenin eşdeğerinin seri  $R_{th}$  direnci de, devredeki kaynaklar çıkarıldığında bakılan uçlardan ölçülen dirence eşittir. Devredeki gerilim kaynaklarının çıkarıldığı uçlar kısa devre ve akım kaynaklarının da çıkarıldığı uçlar açık devre yapılır. Devrenin uçlarına bir  $R$  direnci bağlandığında geçecek olan akım;

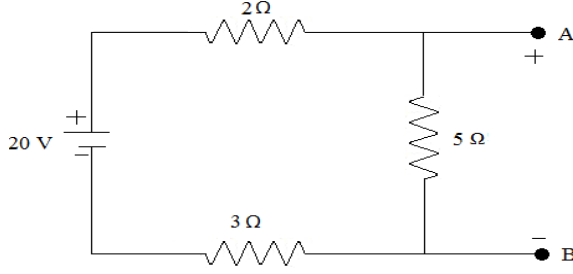
$$I = \frac{E_{th}}{R_{th} + R} \quad (3.5)$$

ifadesinden bulunur.

**Örnek 3.6:** Aşağıdaki şekil 3.16'daki devrenin;

a) Thevenin eşdeğerini,

b) A, B uçlarına  $2 \Omega$ 'luk bir direnç bağlandığında geçecek olan akımı bulunuz.



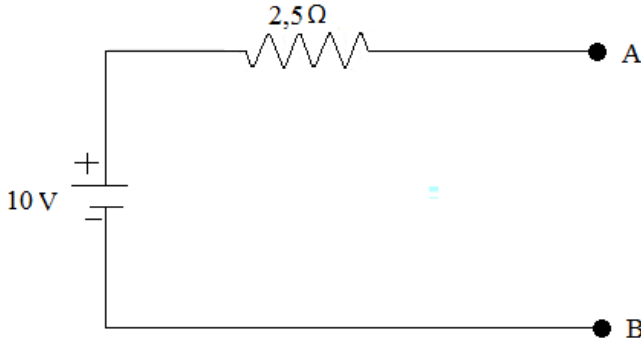
Şekil 3.16.

**Çözüm 3.6:**

$$a) E_{th} = \frac{20}{2+3+5} \cdot 5 = 10 \text{ V}$$

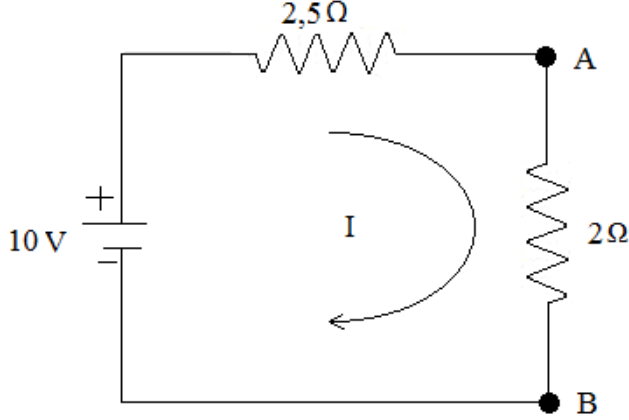
$$R_{th} = \frac{(2+3) \cdot 5}{2+3+5} = 2,5 \Omega$$

Thevenin eşdeğeri aşağıdaki şekil 3.17'deki gibi olur.



Şekil 3.17.

b) A, B uçlarına  $2 \Omega$ 'luk bir direncin bağlanması aşağıdaki şekil 3.18'de verilmiştir.

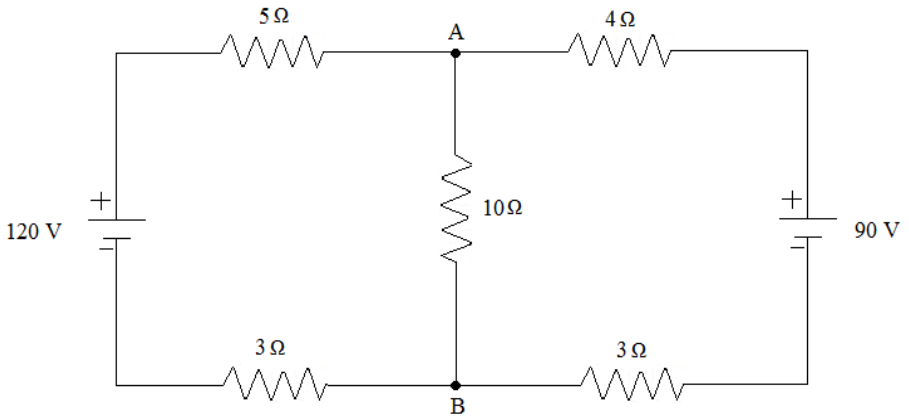


Şekil 3.18.

Şekil 3.18'deki  $2 \Omega$ 'luk dirençten geçen I akımı;

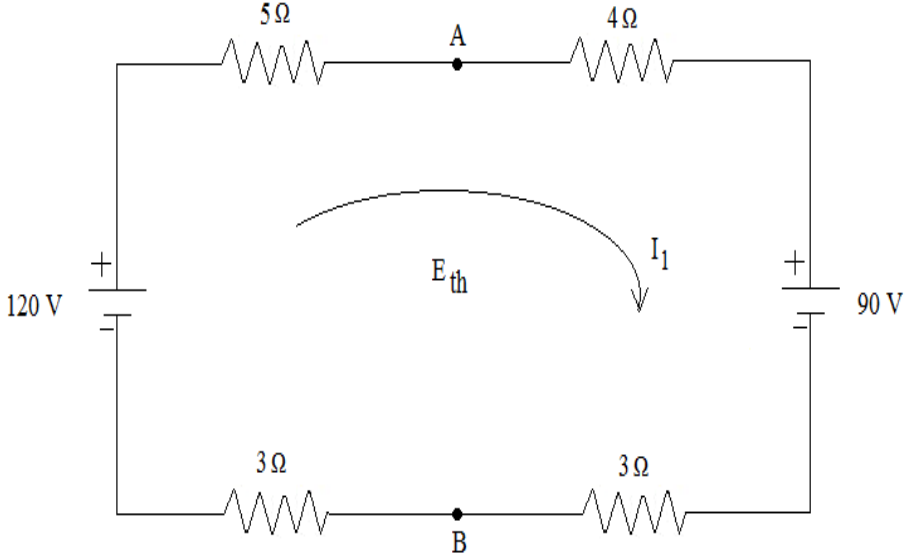
$$I = \frac{E_{th}}{R_{th} + R} = \frac{10}{2,5+2} = 2,22 \text{ A şeklinde bulunur.}$$

**Örnek 3.7:** Aşağıdaki şekil 3.19'daki devrede  $10 \Omega$ 'luk dirençten geçen akımı, Thevenin teoreminden yararlanarak bulunuz.



Şekil 3.19.

**Çözüm 3.7:** 10  $\Omega$ 'luk direnç devreden çıkarılarak A, B uçları arasındaki Thevenin eşdeğer gerilimini bulalım. 10  $\Omega$ 'luk direncin devreden çıkarıldığı durum aşağıdaki şekil 3.20'de verilmiştir.



Şekil 3.20.

Şekil 3.20'den;

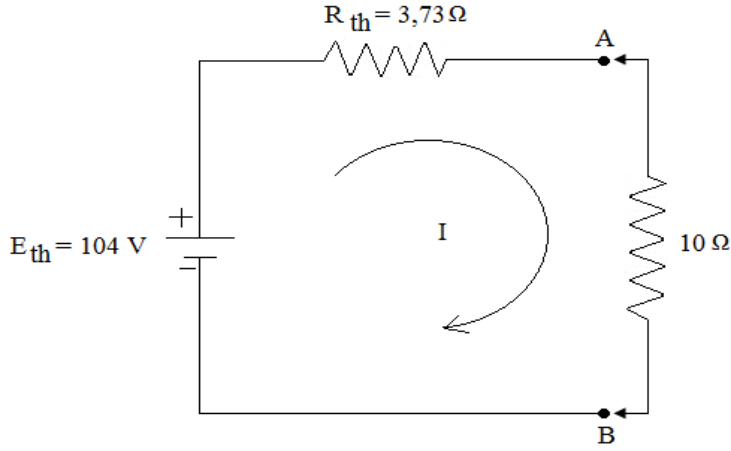
$$I_1 = \frac{120 - 90}{5 + 4 + 3 + 3} = \frac{30 \text{ V}}{15 \Omega} = 2 \text{ A}$$

$$E_{th} = 120 - (3 + 5) \cdot 2 = 104 \text{ V}$$

$$E_{th} = 90 + (4 + 3) \cdot 2 = 104 \text{ V}$$

$$R_{th} = \frac{(3 + 5) \cdot (4 + 3)}{3 + 5 + 4 + 3} = \frac{56 \text{ V}}{15 \Omega} = 3,73 \Omega \text{ olarak bulunur.}$$

Elde edilen değerlere göre Thevenin eşdeğeri aşağıdaki şekil 3.21'deki gibi olur.

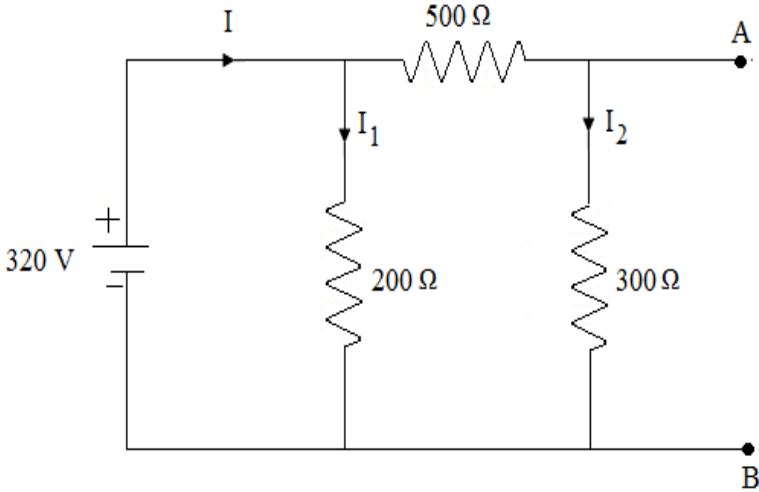


Şekil 3.21.

Şimdi daha önce çıkarılan  $10 \Omega$ 'luk direnci Thevenin eşdeğerinin uçlarına bağlayarak geçecek olan  $I$  akımını bulalım.

$$I = \frac{E_{th}}{R_{th} + R} = \frac{104 \text{ V}}{(3,73 + 10)\Omega} = \frac{104 \text{ V}}{13,73 \Omega} = 7,57 \text{ A} \text{ olarak bulunur.}$$

**Örnek 3.8:** Aşağıdaki şekil 3.22'deki devrenin AB uçlarına göre Thevenin eşdeğer devresini çiziniz.



Şekil 3.22

**Çözüm 3.8:**  $E_{th}$ 'ni hesaplayalım.  $E_{th}$ 'ni hesaplayabilmek için önce kaynaktan bakıldığında eşdeğer direnci hesaplayalım.

$$R_{eş} = \frac{200(300 + 500)}{200 + 300 + 500} = \frac{200 \cdot 800 \Omega}{1000 \Omega} = \frac{160000 \Omega}{1000 \Omega} = 160 \Omega$$

Kaynaktan çekilen I akımı,

$$I = \frac{320 V}{R_{eş}} = \frac{320 V}{160 \Omega} = 2 A \text{ şeklinde bulunur.}$$

Kollardan geçen  $I_1$  ve  $I_2$  akımlarını bulalım.

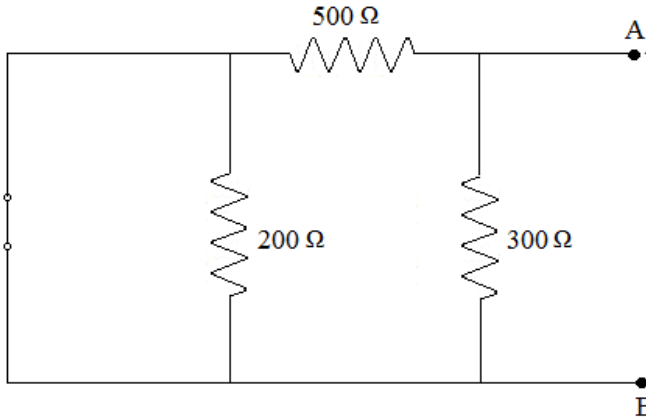
$$I_1 = I \cdot \frac{800}{200 + 800} = 2 A \cdot \frac{800 \Omega}{1000 \Omega} = 1,6 A$$

$$I_2 = I \cdot \frac{200}{200 + 800} = 2 A \cdot \frac{200 \Omega}{1000 \Omega} = 0,4 A$$

$E_{th}$  gerilimi  $300 \Omega$ 'luk dirençte düşen gerilime eşittir. Yani  $E_{th}$  gerilimi;

$$E_{th} = I_2 \cdot 300 \Omega = 0,4 A \cdot 300 \Omega = 120 V \text{ olur.}$$

Şimdi Thevenin eşdeğer devresini  $R_{th}$ 'i bulalım. Bunun için devredeki gerilim kaynağı devreden açılır. Açılan uçlar kısa devre edilir. Bu durum, aşağıdaki şekil 3.23'de verilmiştir.



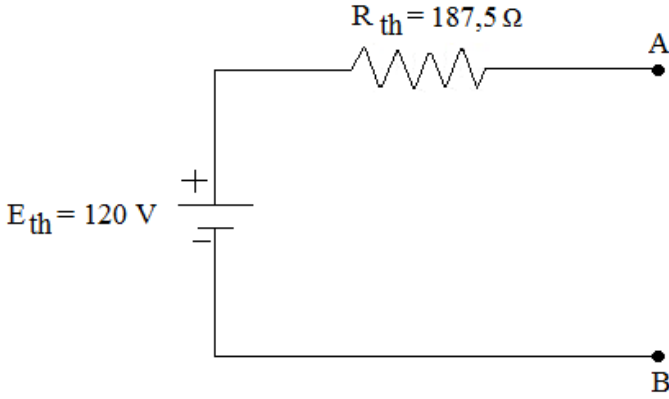
Şekil 3.23



Bu devreye AB uçlarından baktığımızda,  $R_{th}$  direnci aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$R_{th} = \frac{500 \cdot 300}{500 + 300} = \frac{150000 \Omega}{800 \Omega} = 187,5 \Omega$$

120 V gerilim kaynağına seri bağlı olan  $R_{th} = 187,5 \Omega$ 'luk dirençten meydana gelen devre aşağıdaki şekil 3.24'de verilmiştir.

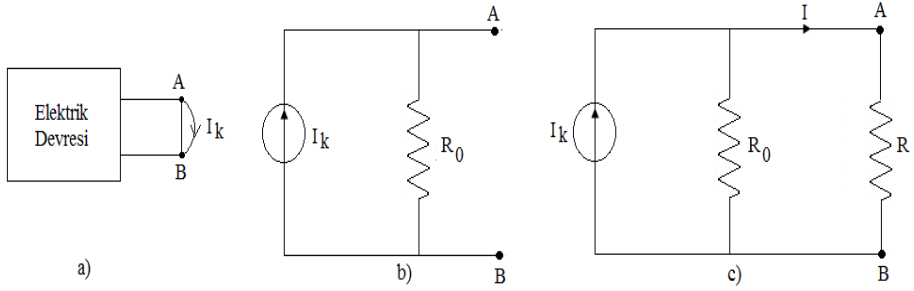


Şekil 3.24

Bu devre, soruda verilen şekil 3.22'deki devrenin AB uçlarına göre Thevenin eşdeğer devresidir.

### 3.4. Norton Teoremi

Thevenin eşdeğeri bir gerilim kaynağı görünümünde idi. Norton eşdeğeri ise bir akım kaynağı görünümündedir. Şekil 3.25'deki doğrusal elemanlardan oluşan devrenin AB uçlarını birleştirelim. Bu birleştirme sonucunda geçen  $I_k$  akımı Norton eşdeğerinin akım değeridir.  $R_0$  direnci ise Thevenin eşdeğerinde olduğu gibi bulunur. Yani devrenin bütün kaynakları devreden çıkarılarak AB uçlarında ölçülen dirençtir.



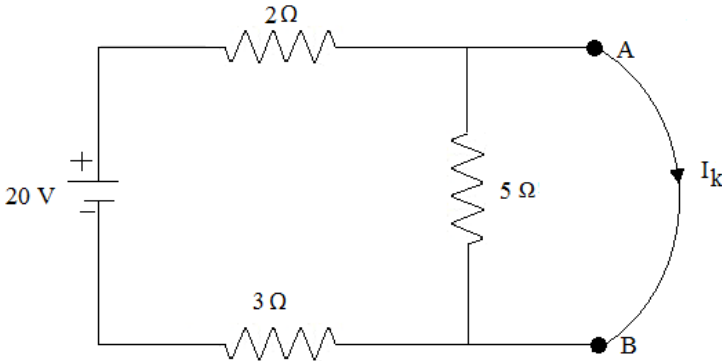
Şekil 3.25. Doğrusal elemanların AB uçlarının birleştirilmesi

Devrenin AB uçlarına bağlı bir R direnci, Norton eşdeğerinin uçlarına bağlandığında (Şekil 3.25 c) bu dirençten geçen akım;

$$I = I_k \frac{R_0}{R_0 + R} \quad (3.6)$$

şeklinde bulunur.

**Örnek 3.9:** Aşağıdaki şekil 3.26'daki devrenin Norton eşdeğer devresini bulunuz.

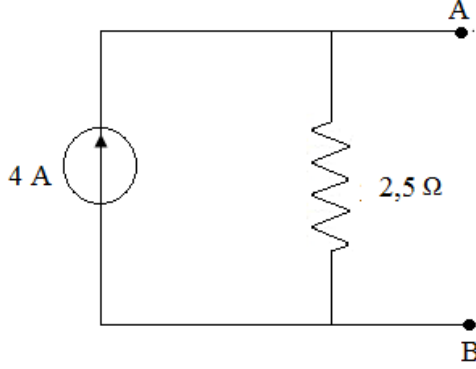


**Çözüm 3.9:** A, B uçları birleştirildiği zaman geçecek olan akım;

$$I_k = \frac{20 \text{ V}}{(2 + 3) \Omega} = \frac{20 \text{ V}}{5 \Omega} = 4 \text{ A} \text{ olarak bulunur. } R_0 \text{ direnci ise}$$

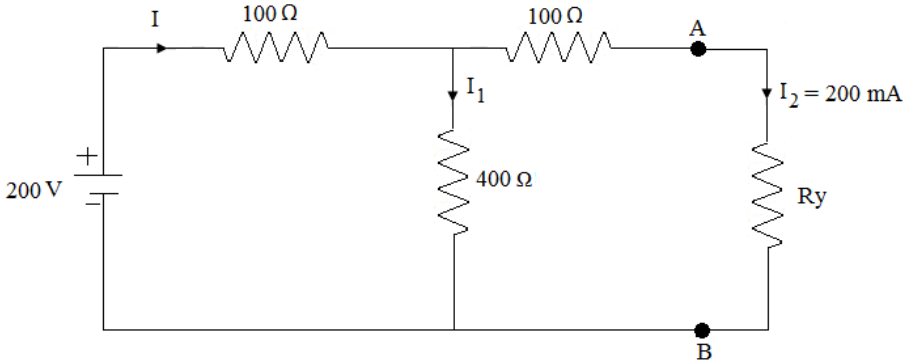
$$R_0 = \frac{5(2 + 3)}{(5 + 2 + 3)} = \frac{25}{10} = 2,5 \Omega \text{ olarak bulunur.}$$

Bu değerlere göre, soruda verilen devrenin Norton eşdeğeri şekil 3.27'deki gibi olur.



Şekil 3.27

**Örnek 3.10:** Aşağıdaki şekil 3.28'deki devrenin AB uçlarına bağlanan yük 200 mA akım çekmektedir. Norton eşdeğer devresini çizerek, yükün direncini hesaplayınız.



Şekil 3.28

**Çözüm 3.10:**

AB uçları kısa devre edildiğinde geçen akımı bulalım. Kaynaktan bakıldığında devrenin eşdeğer direnci,

$$R_{eş} = 100 + \frac{100 \cdot 400}{100 + 400} = 100 + \frac{40000}{500} = 100 + 80 = 180 \Omega \text{ olarak bulunur.}$$

Kaynaktan çekilen akım,

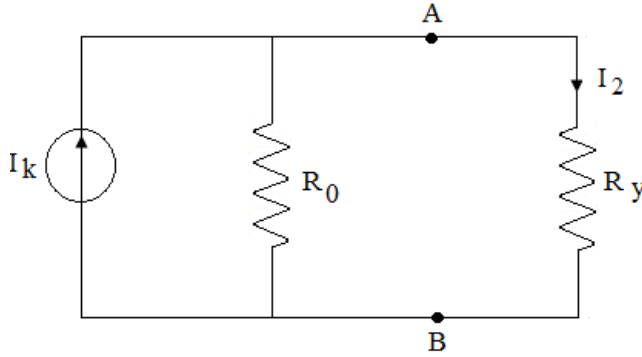
$$I = \frac{200V}{180\Omega} = 1,11 \text{ A olarak bulunur.}$$

AB uçları kısa devre edildiğinde geçen akım, A ucuna bağlı olan 100  $\Omega$ 'luk dirençten geçen akımdır. Bu akım,

$$I_k = I \cdot \frac{400\Omega}{(400 + 100)\Omega} = 1,11 \text{ A} \cdot \frac{400\Omega}{500\Omega} = \frac{444 \text{ A}}{500\Omega} = 0,888 \text{ A olarak bulunur.}$$

Bu akım, Norton eşdeğer devresinin akım kaynağının akımıdır. AB uçlarından bakıldığında eşdeğer direnç,

$$R_0 = \frac{100 \cdot 400}{100 + 400} + 100 = \frac{40\,000}{500} + 100 = 180 \Omega \text{ olarak bulunur. Bulunan değerlere göre sorudaki şekil 3.28'de verilen devrenin Norton eşdeğeri aşağıdaki şekil 3.29'daki gibi olur.}$$



Şekil 3.29

AB uçlarına bağlanan yük 200 mA çektiğine göre yükün direncini bulalım.

$$I_2 = I_k \frac{R_0}{R_0 + R_y} ;$$

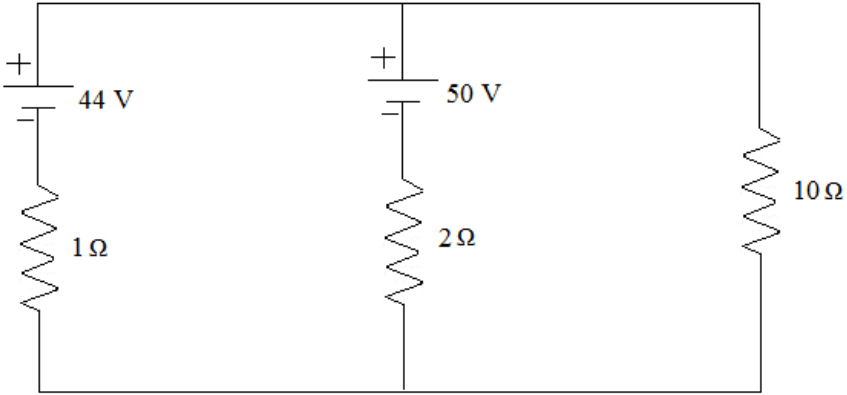
$$200 \cdot 10^{-3} = 0,888 \frac{180}{180 + R_y}$$

$$200 \cdot 10^{-3} = \frac{160}{180 + R_y}$$

$$180 + R_y = \frac{160}{200 \cdot 10^{-3}} = 800$$

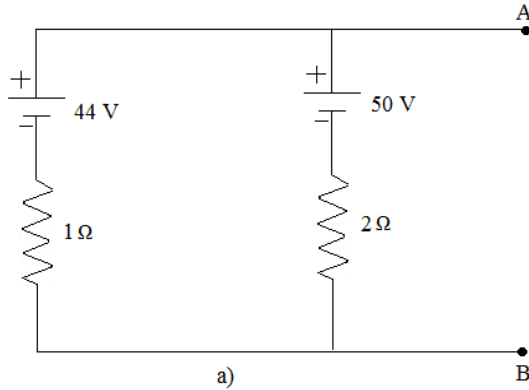
$R_y = 800 - 180 = 620 \Omega$  olarak bulunur.

**Örnek 3.11:** Aşağıdaki şekil 3.30’da verilen devrede  $10 \Omega$ ’luk dirençten geçen akımı Norton teoreminden yararlanarak bulunuz.



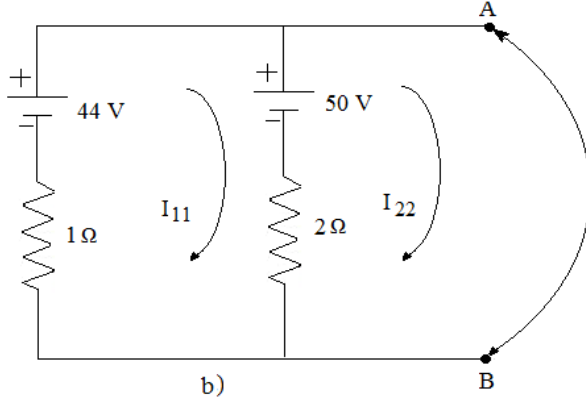
Şekil 3.30

**Çözüm 3.30:** Şekil 3.30’da verilen devrede akım değeri istenen  $10 \Omega$ ’luk direnç devreden çıkarılır ve uçlarına A, B sembolleri verilir. Bu durum şekil 3.31’de verilmiştir.



Şekil 3.31

Şekil 3.31'deki devrenin A, B uçları birleştirilelim. Bu durum şekil 3.32'de verilmiştir.



Şekil 3.32

Şekil 3.32'de verilen devreden geçecek olan  $I_x$  akımını hesaplayalım.

$$\left. \begin{aligned} -6 &= 3 I_{11} - 2 I_{22} \\ 50 &= -2 I_{11} + 2 I_{22} \end{aligned} \right\}$$

$$\Delta = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 2 \end{bmatrix} = (3 \cdot 2) - (-2 \cdot -2) = 6 - 4 = 2$$

$$\Delta_1 = \begin{bmatrix} -6 & -2 \\ 50 & 2 \end{bmatrix} = (-6 \cdot 2) - (50 \cdot -2) = -12 + 100 = 88$$

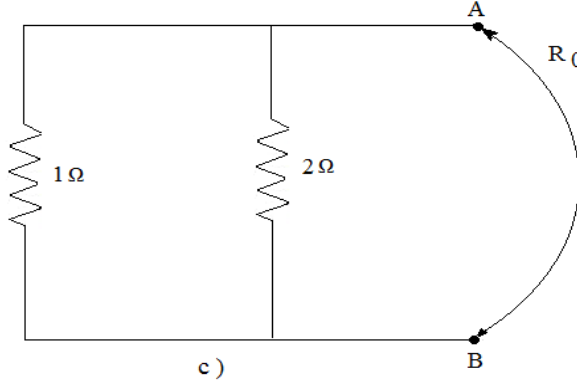
$$\Delta_2 = \begin{bmatrix} 3 & -6 \\ -2 & 50 \end{bmatrix} = (3 \cdot 50) - (-2 \cdot -6) = 150 - 12 = 138$$

$$I_{11} = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{88}{2} = 44 \text{ A}$$

$$I_{22} = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{138}{2} = 69 \text{ A}$$

$I_k = I_{22} = 69 \text{ A}$  olarak bulunur.

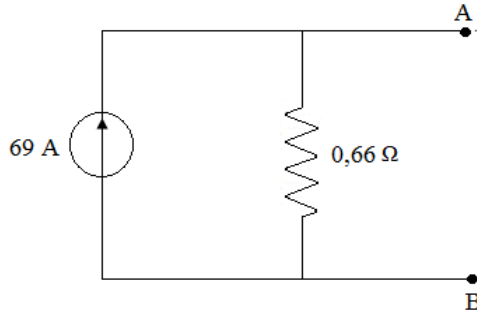
Kaynaklar devreden çıkarılarak A, B uçlarından ölçülen direnç aşağıdaki şekil 3.33'deki devreden bulunur.



Şekil 3.33

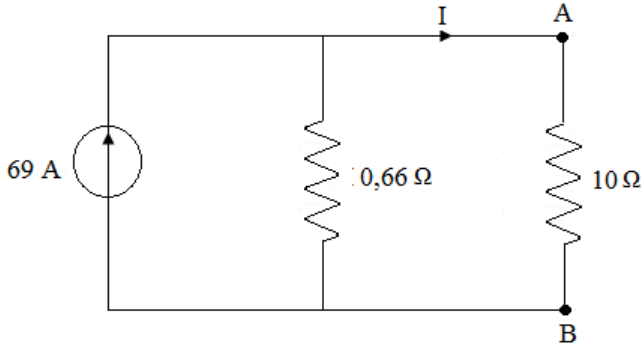
$$R_0 = \frac{2 \cdot 1}{2 + 1} = \frac{2}{3} = 0,66 \Omega \text{ şeklinde bulunur.}$$

Bu sonuçlara göre soruda verilen şekil 3.30'daki devrenin Norton eşdeğeri aşağıdaki şekil 3.34'deki gibi olur.



Şekil 3.34

Daha önce çıkarılan 10 Ω'luk direnç Norton eşdeğerinin uçlarına bağlanarak aşağıdaki şekil 3.35'deki devre elde edilir.



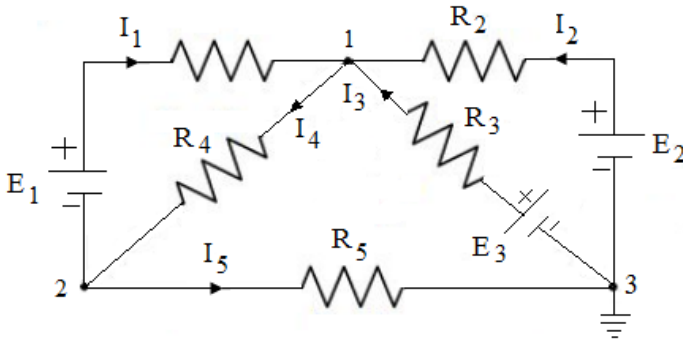
Şekil 3.35

Bu durumda 10  $\Omega$ 'luk dirençten geçecek olan akım,

$$I = I_k \frac{R_0}{R_0 + R} = 69 \cdot \frac{0,66}{0,66 + 10} = 4,27 \text{ A şeklinde bulunur.}$$

### 3.5. Düğüm gerilimleri Yöntemi

Düğüm gerilimleri yöntemi, KAY denklemlerinin açık olmayan bir şekilde devre şeması üzerine yazılması ve böylece yalnız KAY denklemlerinin çözümüne ihtiyaç duyulan bir yöntemdir. Bu yöntem, minimum sayıda gerilim değişkenlerinin kullanılmasına olanak sağlar. Şekil 3.36'da verilen devreyi düğüm gerilimleri yöntemi ile çözelim.



Şekil 3.36. Düğüm gerilimleri yöntemi



Düğüm gerilimleri yöntemi ile devre çözülürken düğümlerden herhangi birisinin toprak (yer) ile birleştirilmesi gerekir. Yerle birleştirilen düğümün potansiyeli sıfır (0) kabul edilir. Şekil 3.36'daki devrede 3 nolu düğümü yerle birleştirelim. Bu durumda  $\varphi_3 = 0$  olur. Böylece potansiyellerden birisinin değeri belli olduğundan düğümlerin sayısından bir eksik denklem yazmak gerekir. Şekil 3.36'daki devre için KAY denklemini 1 ve 2 nolu düğümlere göre yazarsak,

$$I_1 + I_2 + I_3 - I_4 = 0 \quad (3.7)$$

$$I_4 - I_5 - I_1 = 0 \quad (3.8)$$

elde edilir.

Denklem (3.7) ve Denklem (3.8)'deki akımları Ohm yasasına göre bulacak olursak

$$I_1 = \frac{\varphi_2 - \varphi_1 + E_1}{R_1} = (\varphi_2 - \varphi_1 + E_1) \cdot G_1, \quad (G_1 = \frac{1}{R_1}) \quad (3.9)$$

$$I_2 = \frac{\varphi_3 - \varphi_1 + E_2}{R_2} = (E_2 - \varphi_1) \cdot G_2, \quad (G_2 = \frac{1}{R_2}) \quad (3.10)$$

$$I_3 = \frac{\varphi_3 - \varphi_1 + E_3}{R_3} = (E_3 - \varphi_1) \cdot G_3, \quad (G_3 = \frac{1}{R_3}) \quad (3.11)$$

$$I_4 = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R_4} = (\varphi_1 - \varphi_2) \cdot G_4, \quad (G_4 = \frac{1}{R_4}) \quad (3.12)$$

$$I_5 = \frac{\varphi_2 - \varphi_3}{R_5} = \varphi_2 \cdot G_5, \quad (G_5 = \frac{1}{R_5}) \quad (3.13)$$

Eğer Denklem (3.9), Denklem (3.10), Denklem (3.11) ve Denklem (3.12) ifadelerini Denklem (3.7) ifadesinde dikkate alacak olursak,

$$(\varphi_2 - \varphi_1 + E_1) \cdot G_1 + (E_2 - \varphi_1) \cdot G_2 + (E_3 - \varphi_1) \cdot G_3 - (\varphi_1 - \varphi_2) \cdot G_4 = 0$$

elde edilir. Bu denklemini düzenlersek,

$$\varphi_1 (G_1 + G_2 + G_3 + G_4) - \varphi_2 (G_1 + G_4) = E_1.G_1 + E_2.G_2 + E_3.G_3 \quad (3.14)$$

Benzer şekilde akımların değerini Denklem (3.8)'de yerine yazacak olursak,

$$(\varphi_1 - \varphi_2). G_4 - \varphi_2. G_5 - (\varphi_2 - \varphi_1 + E_1). G_1 = 0 \quad (3.15)$$

elde edilir. Bu denklemi düzenlersek,

$$-\varphi_1 (G_1 + G_4) + \varphi_2 (G_1 + G_4 + G_5) = - E_1 G_1 \quad (3.16)$$

elde edilir.

Eğer denklem Denklem (3.14) ve Denklem (3.16)'da

$$G_{11} = G_1 + G_2 + G_3 + G_4$$

$$G_{12} = G_{21} = G_1 + G_4$$

$G_{22} = G_1 + G_4 + G_5$  olduğunu kabul edersek,

$$\varphi_1 G_{11} - \varphi_2 G_{12} = \sum_1 EG \quad (3.17)$$

$$-\varphi_1 G_{21} + \varphi_2 G_{22} = \sum_2 EG \quad (3.18)$$

elde edilir. Burada;

$G_{11}$ : 1 nolu düğüme bağlı tüm iletkenliklerin toplamıdır.

$G_{12} = G_{21}$ : 1 ve 2 nolu düğüm arasındaki tüm iletkenliklerin toplamıdır.

$G_{22}$ : 2 nolu düğüme bağlı tüm iletkenliklerin toplamıdır.

$\sum_1 EG$  ve  $\sum_2 EG$  uygun olarak 1 ve 2 nolu düğümlerine bağlanmış elektromotor kuvvetin (e.m.k) iletkenlerle çarpımının cebirsel toplamıdır. E.m.k düğüme gelirse pozitif (+), düğümden çıktığında ise negatif (-) alınır.

Eğer devrede akım kaynağı varsa, bu durumda Denklem (3.17) ve Denklem (3.18)'in sağ taraflarına uygun olarak  $\sum_1 I$  ve  $\sum_2 I$  ilave

edilmelidir. Denklem (3.17) ve Denklem (3.18)'in çözümünden  $\varphi_1$  ve  $\varphi_2$  potansiyelleri bulunur. Potansiyeller bulunduktan sonra Denklem (3.9), (3.10), (3.11), (3.12) ve (3.13)'den  $I_1, I_2, I_3, I_4$  ve  $I_5$  akımları bulunur. Eğer devrede üç bilinmeyen potansiyel varsa, bu durumda denklemler aşağıdaki gibi yazılır.

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1 G_{11} - \varphi_2 G_{12} - \varphi_3 G_{13} &= \sum_1 EG + \sum_1 I \\ -\varphi_1 G_{21} + \varphi_2 G_{22} - \varphi_3 G_{23} &= \sum_2 EG + \sum_2 I \\ -\varphi_1 G_{31} + \varphi_2 G_{32} + \varphi_3 G_{33} &= \sum_3 EG + \sum_3 I \end{aligned} \right\} \quad (3.19)$$

(3.19) nolu denklemlerin çözümünden  $\varphi_1, \varphi_2$  ve  $\varphi_3$  potansiyelleri;

$$\varphi_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} ; \quad \varphi_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} ; \quad \varphi_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} \quad \text{şeklinde bulunur. Burada;}$$

$$\Delta = \begin{bmatrix} G_{11} & -G_{12} & -G_{13} \\ -G_{21} & G_{22} & -G_{23} \\ -G_{31} & -G_{32} & G_{33} \end{bmatrix}$$

$$\Delta_1 = \begin{bmatrix} (\sum_1 EG + \sum_1 I) & -G_{12} & -G_{13} \\ (\sum_2 EG + \sum_2 I) & G_{22} & -G_{23} \\ (\sum_3 EG + \sum_3 I) & -G_{32} & G_{33} \end{bmatrix}$$

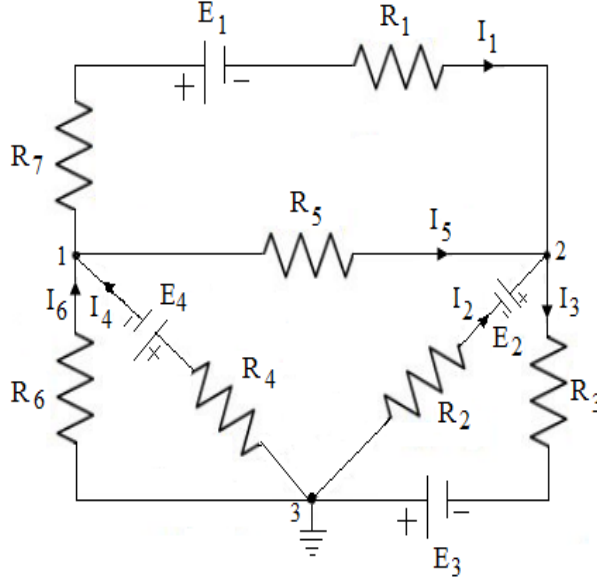
$$\Delta_2 = \begin{bmatrix} G_{11} & (\sum_1 EG + \sum_1 I) & -G_{13} \\ -G_{21} & (\sum_2 EG + \sum_2 I) & -G_{23} \\ -G_{31} & (\sum_3 EG + \sum_3 I) & G_{33} \end{bmatrix}$$

$$\Delta_3 = \begin{bmatrix} G_{11} & -G_{12} & (\sum_1 EG + \sum_1 I) \\ -G_{21} & G_{22} & (\sum_2 EG + \sum_2 I) \\ -G_{31} & -G_{32} & (\sum_3 EG + \sum_3 I) \end{bmatrix}$$

Şeklinde bulunur.

**Örnek 3.31:** Aşağıdaki şekil 3.37'de verilen devre için düğüm gerilimleri yöntemini kullanarak her bir koldan geçen akımı bulunuz.

(  $E_1 = 30 \text{ V}$ ,  $E_2 = 10 \text{ V}$ ,  $E_3 = 200 \text{ V}$ ,  $E_4 = 56 \text{ V}$ ,  $R_1 = 20 \ \Omega$ ,  $R_2 = 30 \ \Omega$ ,  $R_3 = 6 \ \Omega$ ,  $R_4 = 8 \ \Omega$ ,  $R_5 = 15 \ \Omega$ ,  $R_6 = 40 \ \Omega$  ve  $R_7 = 10 \ \Omega$  alınacaktır.)



Şekil 3.37.

**Çözüm 3.31:** Devredeki 3 noktasını referans noktası olarak kabul edelim. Bu durumda  $\varphi_3 = 0$  olacağından denklemler aşağıdaki gibi olacaktır.

$$\varphi_1 G_{11} - \varphi_2 G_{12} = \sum_1 EG$$

$$-\varphi_1 G_{21} + \varphi_2 G_{22} = \sum_2 EG$$

$$G_{11} = \frac{1}{R_1+R_7} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6} = \frac{1}{30} + \frac{1}{8} + \frac{1}{15} + \frac{1}{40} = 0,25 \text{ mho}$$

$$G_{22} = \frac{1}{R_1+R_7} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5} = \frac{1}{30} + \frac{1}{30} + \frac{1}{6} + \frac{1}{15} = 0,3 \text{ mho}$$

$$G_{12} = G_{21} = \frac{1}{R_1+R_7} + \frac{1}{R_5} = \frac{1}{30} + \frac{1}{15} = 0,1 \text{ mho}$$

$$\sum_1 EG = 30 \cdot \frac{1}{30} - 56 \frac{1}{8} = -6 \text{ A}$$

$$\sum_2 EG = -30 \cdot \frac{1}{30} + 10 \frac{1}{30} - 200 \frac{1}{30} = -34 \text{ A}$$

$$\left. \begin{array}{l} 0,25 \varphi_1 - 0,1 \varphi_2 = -6 \\ -0,1 \varphi_1 + 0,3 \varphi_2 = -34 \end{array} \right\}$$

$$\Delta = \begin{bmatrix} 0,25 & -0,1 \\ -0,1 & 0,3 \end{bmatrix} = (0,25 \cdot 0,3) - (-0,1 \cdot -0,1) = 0,075 - 0,01 = 0,065$$

$$\Delta_1 = \begin{bmatrix} -6 & -0,1 \\ -34 & 0,3 \end{bmatrix} = (-6 \cdot 0,3) - (-34 \cdot -0,1) = -1,8 - 3,4 = -5,2$$

$$\Delta_2 = \begin{bmatrix} 0,25 & -6 \\ -0,1 & -34 \end{bmatrix} = (0,25 \cdot -34) - (-0,1 \cdot -6) = -8,5 - 0,6 = -9,1$$

$$\varphi_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{-5,2}{0,065} = -80 \text{ V}$$

$$\varphi_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{-9,1}{0,065} = -140 \text{ V}$$

$$I_1 = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 - E_1}{R_1 + R_7} = \frac{-80 + 140 - 30}{30} = 1 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{\varphi_3 - \varphi_1 + E_2}{R_2} = \frac{140 + 10}{30} = 5 \text{ A}$$

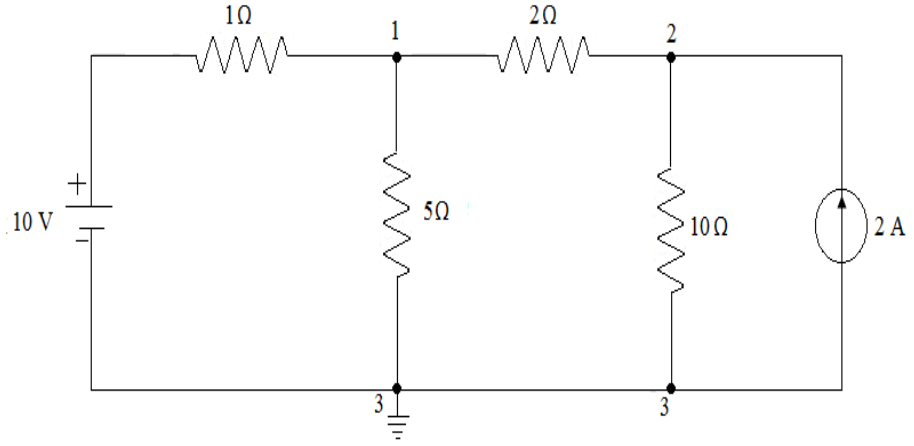
$$I_3 = \frac{\varphi_2 - \varphi_3 + E_3}{R_3} = \frac{-140 + 200}{6} = 10 \text{ A}$$

$$I_4 = \frac{\varphi_3 - \varphi_1 - E_4}{R_4} = \frac{80 - 56}{8} = 3 \text{ A}$$

$$I_5 = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R_5} = \frac{-80 + 140}{15} = 4 \text{ A}$$

$$I_6 = \frac{\varphi_3 - \varphi_1}{R_6} = \frac{80}{40} = 2 \text{ A}$$

**Örnek 3.32:** Aşağıdaki şekil 3.38'de verilen devre için  $\varphi_1$  ve  $\varphi_2$  potansiyellerini düğüm gerilimleri yöntemi ile bulunuz.



Şekil 3.38.

**Çözüm 3.32:**

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1 \left( 1 + \frac{1}{5} + \frac{1}{2} \right) - \varphi_2 \left( \frac{1}{2} \right) &= 10 \frac{1}{1} \\ -\varphi_1 \left( \frac{1}{2} \right) + \varphi_2 \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{10} \right) &= 2 \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} 1,7 \varphi_1 - 0,5 \varphi_2 &= 10 \\ -0,5 \varphi_1 + 0,6 \varphi_2 &= 2 \end{aligned} \right\}$$

$$\Delta = \begin{bmatrix} 1,7 & -0,5 \\ -0,5 & 0,6 \end{bmatrix} = (1,7 \cdot 0,6) - (-0,5 \cdot -0,5) = 1,02 - 0,25 = 0,77$$

$$\Delta_1 = \begin{bmatrix} 10 & -0,5 \\ 2 & 0,6 \end{bmatrix} = (10 \cdot 0,6) - (2 \cdot -0,5) = 6 + 1 = 7$$

$$\Delta_2 = \begin{bmatrix} 1,7 & 10 \\ -0,5 & 2 \end{bmatrix} = (1,7 \cdot 2) - (-0,5 \cdot 10) = 3,4 + 5 = 8,4$$

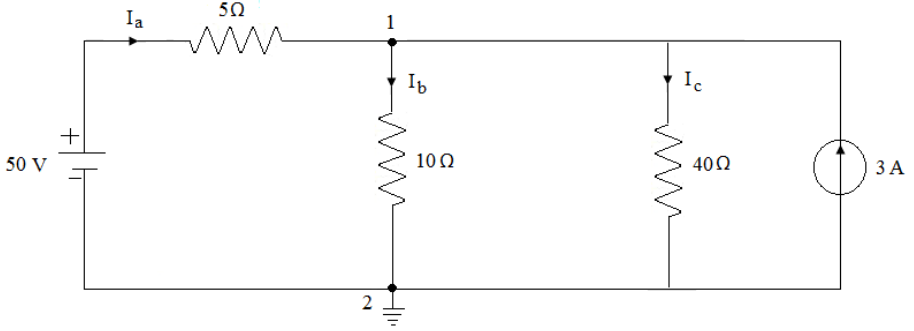
$$\varphi_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{7}{0,77} = \frac{700}{77} = \frac{100}{11} \text{ V}$$

$$\varphi_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{8,4}{0,77} = \frac{840}{77} = \frac{120}{11} \text{ V}$$

**Örnek 3.33:** Aşağıdaki şekil 3.39’da verilen devre için,

a)  $I_a$ ,  $I_b$  ve  $I_c$  akımlarını düğüm gerilimleri yöntemini kullanarak bulunuz.

b) Üretilen ve tüketilen gücü bulunuz.



Şekil 3.39.

**Çözüm 3.33:** 2 noktasını referans noktası olarak kabul edelim. Bu durumda,  $\varphi_2 = 0$  olur.  $\varphi_2 = 0$  olduğu için denklem aşağıdaki gibi olur.

$$\varphi_1 \left( \frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{40} \right) = 50 \frac{1}{5} + 3$$

$$\varphi_1 \frac{13}{40} = 13; \quad \varphi_1 = 40 \text{ V}$$

$$I_a = \frac{\varphi_2 - \varphi_1 + 50}{5} = \frac{-40 + 50}{5} = 2 \text{ A}$$

$$I_b = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{10} = \frac{40}{10} = 4 \text{ A}$$

$$I_c = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{40} = \frac{40}{40} = 1 \text{ A}$$

$$P_{50V} = -50 \cdot I_a = -100 \text{ W}$$

$$P_{3A} = -3 \cdot 40 = -120 \text{ W}$$

$$P_{\dot{u}} = 220 \text{ W}$$

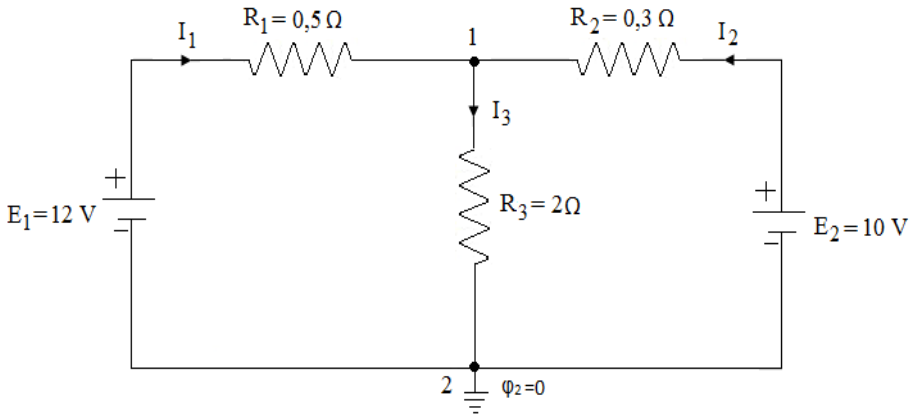
$$P_{5\Omega} = I_a^2 \cdot 5 = 4.5 = 20 \text{ W}$$

$$P_{10\Omega} = I_b^2 \cdot 10 = 16 \cdot 10 = 160 \text{ W}$$

$$P_{40\Omega} = I_c^2 \cdot 40 = 1.40 = 40 \text{ W}$$

$$P_t = 220 \text{ W} ; P_{\bar{u}} = P_t$$

**Örnek 3.34:** Aşağıdaki şekil 3.40’da verilen devre için  $I_1$ ,  $I_2$  ve  $I_3$  akımlarını düğüm gerilimleri yöntemini kullanarak bulunuz.



Şekil 3.40.

**Çözüm 3.34:** 2 noktasını referans noktası olarak kabul edelim. Bu durumda,  $\varphi_2 = 0$  olur.  $\varphi_2 = 0$  olduğu için denklem aşağıdaki gibi olur.

$$\varphi_1 \left( \frac{1}{0,5} + \frac{1}{0,3} + \frac{1}{2} \right) = E_1 \frac{1}{0,5} + E_2 \frac{1}{0,3}$$

$$\varphi_1 \left( \frac{10}{5} + \frac{10}{3} + \frac{1}{2} \right) = 12 \frac{10}{5} + 10 \frac{10}{3}$$

$$\varphi_1 \left( \frac{60 + 100 + 15}{30} \right) = \frac{120}{5} + \frac{100}{3}$$

$$\varphi_1 \left( \frac{175}{30} \right) = \frac{360 + 500}{15}$$

$$\varphi_1 \left( \frac{175}{30} \right) = \frac{860}{15}$$



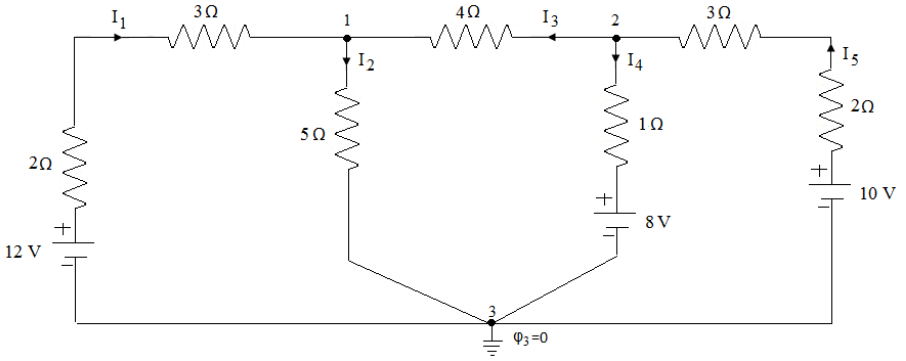
$$\varphi_1 = \frac{30}{175} \cdot \frac{860}{15} = 9,83 \text{ V}$$

$$I_1 = \frac{\varphi_2 - \varphi_1 + E_1}{R_1} = \frac{E_1 - \varphi_1}{R_1} = \frac{12 - 9,83}{0,5} = \frac{2,17}{0,5} = 4,34 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{\varphi_2 - \varphi_1 + E_2}{R_2} = \frac{E_2 - \varphi_1}{R_2} = \frac{10 - 9,83}{0,3} = \frac{0,17}{0,3} = 0,566 \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R_3} = \frac{\varphi_1}{R_3} = \frac{9,83}{2} = 4,915 \text{ A}$$

**Örnek 3.35:** Aşağıdaki şekil 3.41’de verilen devre için  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$ ,  $I_4$  ve  $I_5$  akımlarını düğüm gerilimleri yöntemini kullanarak bulunuz.



Şekil 3.41.

**Çözüm 3.35:** 3 noktasını referans noktası olarak kabul edelim. Bu durumda,  $\varphi_3 = 0$  olur.  $\varphi_3 = 0$  olduğu için denklem aşağıdaki gibi olur.

$$\varphi_1 \left( \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{4} \right) - \varphi_2 \frac{1}{4} = 12 \cdot \frac{1}{5}$$

$$-\varphi_1 \frac{1}{4} + \varphi_2 \left( \frac{1}{4} + \frac{1}{1} + \frac{1}{5} \right) = 10 \frac{1}{5} + 8 \frac{1}{1}$$

$$\varphi_1 \left( \frac{4+4+5}{20} \right) - \varphi_2 \frac{1}{4} = \frac{12}{5}$$

$$\varphi_1 \frac{13}{20} - \varphi_2 \frac{1}{4} = \frac{12}{5}$$

$$-\varphi_1 \frac{1}{4} + \varphi_2 \left( \frac{5+20+4}{20} \right) = \frac{10}{5} + \frac{8}{1}$$

$$-\varphi_1 \frac{1}{4} + \varphi_2 \frac{29}{20} = \frac{50}{5}$$

$$13 \varphi_1 - 5\varphi_2 = 48$$

$$-5 \varphi_1 + 29\varphi_2 = 200$$

$$\Delta = \begin{bmatrix} 13 & -5 \\ -5 & 29 \end{bmatrix} = (13 \cdot 29) - (-5 \cdot -5) = 377 - 25 = 352$$

$$\Delta_1 = \begin{bmatrix} 48 & -5 \\ 200 & 29 \end{bmatrix} = (48 \cdot 29) - (200 \cdot -5) = 1392 + 1000 = 2392$$

$$\Delta_2 = \begin{bmatrix} 13 & 48 \\ -5 & 200 \end{bmatrix} = (13 \cdot 200) - (-5 \cdot 48) = 2600 + 240 = 2840$$

$$\varphi_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{2392}{352} = 6,795 \text{ V}$$

$$\varphi_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{2840}{352} = 8,068 \text{ V}$$

$$I_1 = \frac{\varphi_3 - \varphi_1 + 12}{5} = \frac{12 - 6,795}{5} = \frac{5,205}{5} = 1,041 \text{ A}$$

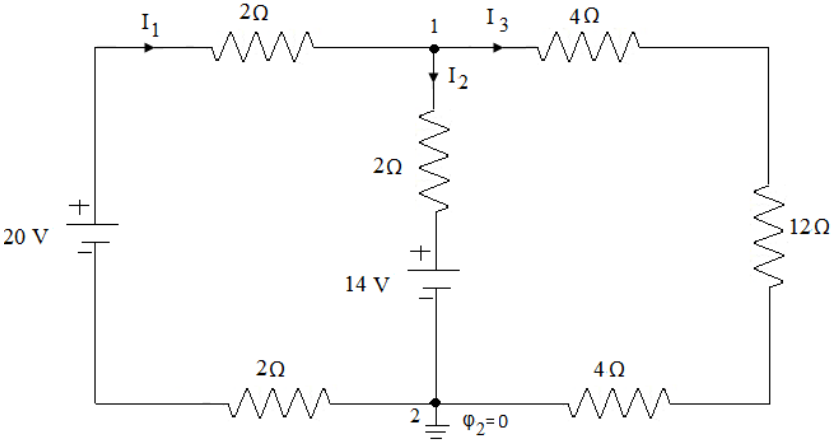
$$I_2 = \frac{\varphi_1 - \varphi_3}{5} = \frac{6,795}{5} = 1,359 \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{4} = \frac{8,068 - 6,795}{4} = \frac{1,273}{4} = 0,318 \text{ A}$$

$$I_4 = \frac{\varphi_2 - \varphi_3 - 8}{1} = \frac{\varphi_2 - 8}{1} = \frac{8,068 - 8}{1} = 0,068 \text{ A}$$

$$I_5 = \frac{\varphi_3 - \varphi_2 + 10}{5} = \frac{10 - \varphi_2}{5} = \frac{10 - 8,068}{5} = \frac{1,932}{5} = 0,386 \text{ A}$$

**Örnek 3.36:** Aşağıdaki şekil 3.42’de verilen devre için  $I_1$ ,  $I_2$  ve  $I_3$  akımlarını düğüm gerilimleri yöntemini kullanarak bulunuz.



Şekil 3.42.

**Çözüm 3.36:** 2 noktasını referans noktası olarak kabul edelim. Bu durumda,  $\varphi_2 = 0$  olur.  $\varphi_2 = 0$  olduğu için denklem aşağıdaki gibi olur.

$$\varphi_1 \left( \frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{20} \right) = 20 \cdot \frac{1}{4} + 14 \cdot \frac{1}{2}$$

$$\varphi_1 \left( \frac{5 + 10 + 1}{20} \right) = 5 + 7$$

$$\varphi_1 \frac{16}{20} = 12$$

$$\varphi_1 = 12 \cdot \frac{20}{16}$$

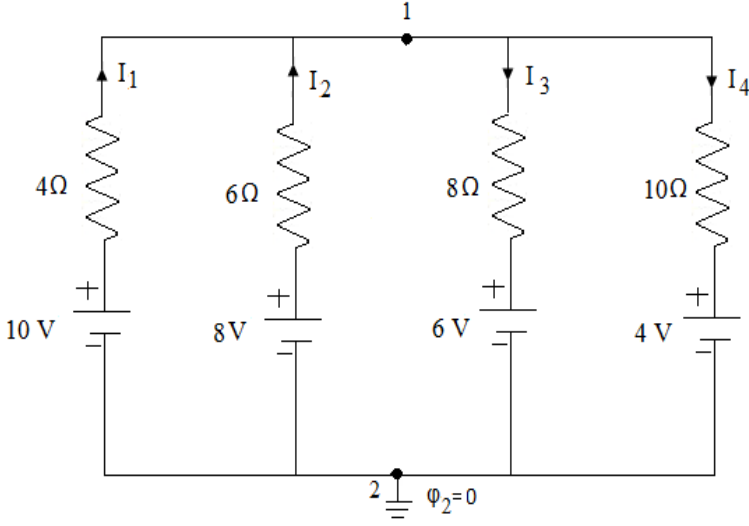
$$\varphi_1 = \frac{240}{16} = 15 \text{ V}$$

$$I_1 = \frac{\varphi_2 - \varphi_1 + 20}{4} = \frac{20 - 15}{4} = \frac{5}{4} = 1,25 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 - 14}{2} = \frac{\varphi_1 - 14}{2} = \frac{15 - 14}{2} = \frac{5}{4} = 0,5 \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{20} = \frac{15}{20} = 0,75 \text{ A}$$

**Örnek 3.37:** Aşağıdaki şekil 3.43’de verilen devre için  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$  ve  $I_4$  akımlarını düğüm gerilimleri yöntemini kullanarak bulunuz.



Şekil 3.43.

**Çözüm 3.37:** 2 noktasını referans noktası olarak kabul edelim. Bu durumda,  $\varphi_2 = 0$  olur.  $\varphi_2 = 0$  olduğu için denklem aşağıdaki gibi olur.

$$\varphi_1 \left( \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \frac{1}{10} \right) = 10 \cdot \frac{1}{4} + 8 \cdot \frac{1}{6} + 6 \cdot \frac{1}{8} + 4 \cdot \frac{1}{10}$$

$$\varphi_1 \left( \frac{6 + 4 + 3 + 2,4}{24} \right) = \frac{10}{4} + \frac{8}{6} + \frac{6}{8} + \frac{4}{10}$$

$$\varphi_1 \cdot \frac{15,4}{24} = \frac{60 + 32 + 18 + 9,6}{24}$$

$$\varphi_1 \cdot \frac{15,4}{24} = \frac{119,6}{24}$$

$$\varphi_1 = \frac{119,6}{24} \cdot \frac{24}{15,4}$$

$$\varphi_1 = \frac{119,6}{15,4} = 7,766 \text{ V}$$

$$I_1 = \frac{\varphi_2 - \varphi_1 + 10}{4} = \frac{0 - 7,766}{4} = \frac{10 - 7,766}{4} = \frac{2,234}{4} = 0,558 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{\varphi_2 - \varphi_1 + 8}{6} = \frac{0 - 7,766}{6} = \frac{8 - 7,766}{6} = \frac{0,234}{6} = 0,039 \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 - 6}{8} = \frac{7,766 - 0 - 6}{8} = \frac{1,766}{8} = 0,221 \text{ A}$$

$$I_4 = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 - 4}{10} = \frac{\varphi_1 - 4}{10} = \frac{7,766 - 4}{10} = \frac{3,766}{10} = 0,3766 \text{ A}$$

olarak bulunur.

### 3.6. Maksimum Güç Teoremi

Gücün iç direnci  $R_0$  olan bir kaynaktan direnci  $R_L$  olan bir tüketiciye iletildiğini varsayalım. İletilecek gücün maksimum olabilmesi için gereken şartı bulalım. Bilindiği gibi tüketicinin gücü;

$$P = I^2 \cdot R_L \quad (3.20)$$

şeklindedir. Akım için,

$$I = \frac{E}{R_0 + R_L} \quad (3.21)$$

yazılabilir. Denklem (3.21) ifadesini Denklem (3.20)'de yerine yazacak olursak güç (P) için;

$$P = \frac{E^2 R_L}{(R_0 + R_L)^2} \quad (3.22)$$

elde edilir. Denklem (3.22) ifadesine göre P'nin maksimum değerini bulmak için bu ifadenin  $R_L$ 'ye göre türevini alarak sıfıra eşitlemek gerekir.

$$\frac{dP}{dR_L} = 0$$

$$\frac{dP}{dR_L} = \frac{E^2(R_0 + R_L)^2 - 2(R_0 + R_L)R_L E^2}{(R_0 + R_L)^4} = 0$$

$$E^2((R_0 + R_L)^2 - 2R_L(R_0 + R_L)) = 0$$

$$R_0 + R_L - 2 R_L = 0$$

$$R_0 - R_L = 0 \Rightarrow R_0 = R_L \quad (3.23)$$

Dolayısıyla maksimum güç çekilebilmesi için iç direncin yük direncine eşit olması gerekir. Eğer yük maksimum güç transferine göre ayarlanmıyorsa, bu durumda yük üzerindeki maksimum güç;

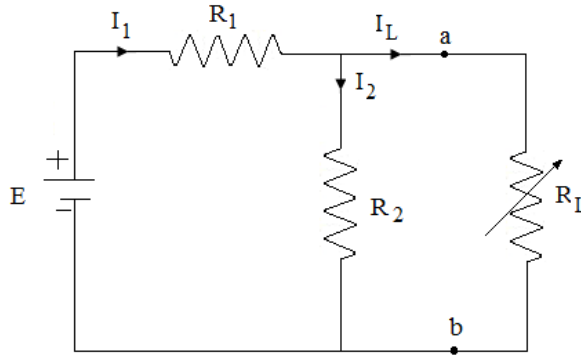
$$P_{\max} = \frac{E_{th}^2}{4R_L} \quad (3.24)$$

şeklinde olur.

**Örnek 3.38:** Aşağıdaki şekil 3.44’de verilen devre için;

a)  $R_L$ ’ye maksimum güç transferi olabilmesi için  $R_L$  yük direncinin değerini bulunuz.

b)  $R_L$ ’ye transfer edilebilecek maksimum gücün değerini bulunuz. ( $R_1 = 30 \Omega$ ,  $R_2 = 150 \Omega$ ,  $E = 360 \text{ V}$ )



Şekil 3.44.

**Çözüm 3.38:**

$$a) R_{th} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{30 \cdot 150}{30 + 150} = 25 \Omega$$

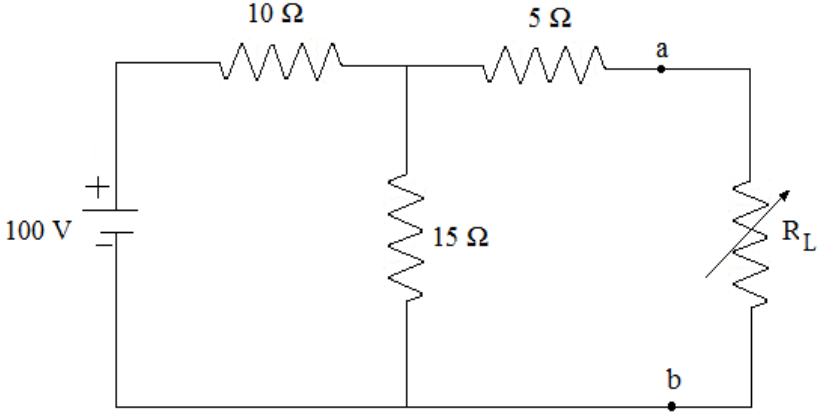
Maksimum güç aktarımı için  $R_L = R_{th}$  olmalıdır. Dolayısıyla  $R_L$ ’ye maksimum güç transferi olabilmesi için  $R_L$  yük direncinin değeri  $25 \Omega$  olmalıdır.

$$b) E_{th} = \frac{E}{R_0 + R_L} \cdot R_2 = \frac{360}{30 + 150} \cdot 150 = 300 \text{ V}$$

$$P_{max} = \frac{E_{th}^2}{4R_L} = \frac{300^2}{4 \cdot 25} = \frac{90000}{100} = 900 \text{ W}$$

$R_L$ 'ye transfer edilebilecek maksimum gücün değeri,  $P_{max} = 900 \text{ W}$  olarak bulunur.

**Örnek 3.39:** Aşağıdaki şekil 3.45'de verilen devrede ab uçları arasından maksimum gücün aktarılmasına neden olacak  $R_L$  direncinin değerini bulunuz.



Şekil 3.45.

**Çözüm 3.39:** Önce  $E_{th}$  ve  $R_{th}$  değerlerini bulalım.

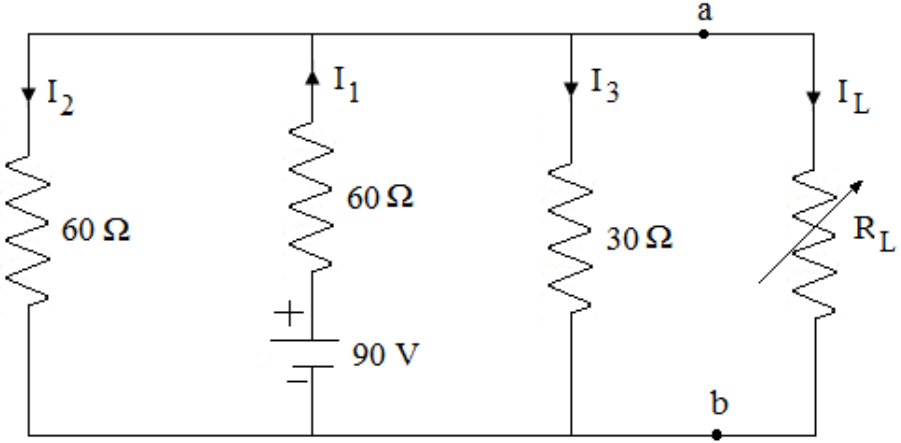
$$E_{th} = \frac{100}{10 + 15} \cdot 15 = \frac{100}{25} \cdot 15 = 4 \cdot 15 = 60 \text{ V}$$

$$R_{th} = 5 + \frac{10 \cdot 15}{10 + 15} = 5 + \frac{150}{25} = 5 + 6 = 11 \Omega$$

Maksimum güç aktarımı için  $R_L = R_{th}$  olmalıdır.  $R_L = R_{th} = 11 \Omega$  olur. Aktarılan maksimum güç değeri,

$$P_{max} = \frac{E_{th}^2}{4R_L} = \frac{60^2}{4 \cdot 11} = \frac{3600}{44} = 81,82 \text{ W olarak bulunur.}$$

**Örnek 3.40:** Aşağıdaki şekil 3.46’da ab uçlarının solundaki aktif devrenin ayarlanabilir  $R_L$  direncine verebileceği maksimum gücü bulunuz.



Şekil 3.46.

**Çözüm 3.40:**

$$\frac{1}{R_{th}} = \frac{1}{60} + \frac{1}{60} + \frac{1}{60} = \frac{1+1+2}{60} = \frac{4}{60}$$

$$R_{th} = \frac{60}{4} = 15 \Omega$$

$$I_1 = \frac{E}{60 + \frac{60 \cdot 30}{60 + 30}} = \frac{90}{60 + 20} = \frac{90}{80} = 1,125 \text{ A}$$

$$I_2 = I_1 \cdot \frac{30}{30 + 60} = 1,125 \cdot \frac{30}{90} = \frac{1,125}{3} \text{ A}$$

$$E_{th} = I_2 \cdot 60 = \frac{1,125}{3} \cdot 60 = 22,5 \text{ V}$$

$R_L = R_{th} = 15 \Omega$  olmalıdır. Bu durumda,

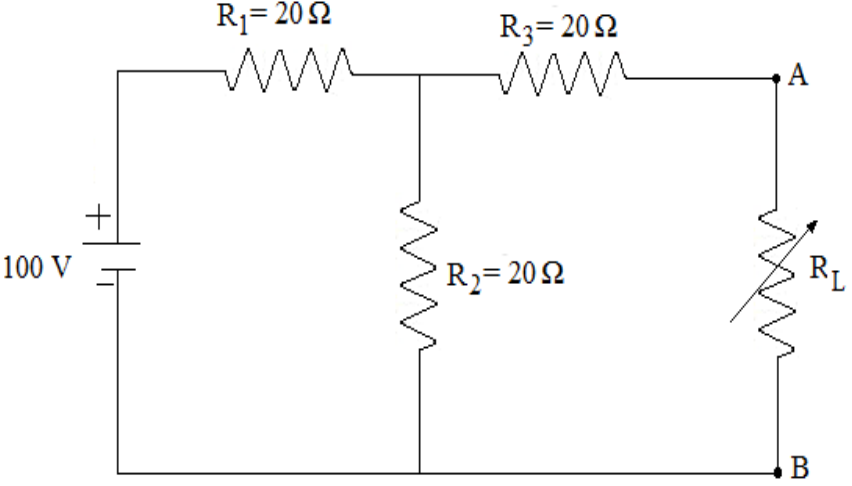
$$P_{max} = \frac{E_{th}^2}{4R_L} = \frac{22,5^2}{4 \cdot 15} = \frac{506,25}{60} = 8,44 \text{ W olarak bulunur.}$$



**Örnek 3.41:** Aşağıdaki şekil 3.47’de verilen devre için,

a)  $R_L$ ’ye maksimum güç transferi olabilmesi için  $R_L$  yük direncinin değerini bulunuz.

b)  $R_L$ ’ye transfer edilebilecek maksimum gücün değerini bulunuz.



Şekil 3.47.

**Çözüm 3.41:**

$$a) R_{th} = R_3 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = 15 + \frac{20 \cdot 20}{20 + 20} = 15 + 10 = 25 \Omega$$

Maksimum güç aktarımı için  $R_L = R_{th}$  olmalıdır. Dolayısıyla  $R_L$ ’ye maksimum güç transferi olabilmesi için  $R_L$  yük direncinin değeri, 25  $\Omega$  olmalıdır.

$$b) E_{th} = \frac{100}{20 + 20} \cdot 20 = \frac{100}{40} \cdot 20 = 2,5 \cdot 20 = 50 \text{ V}$$

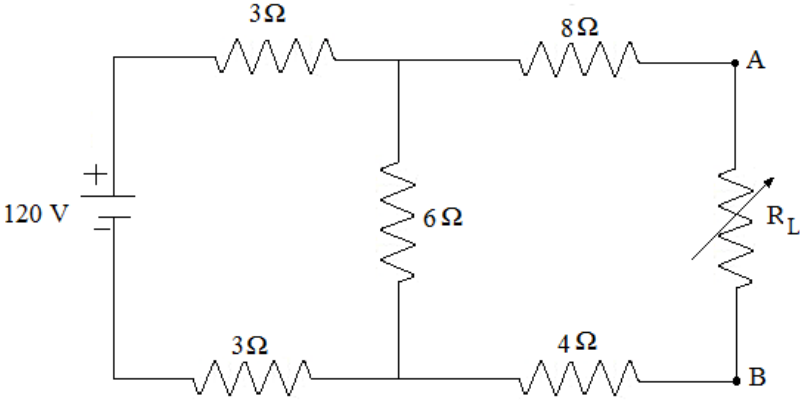
$$P_{max} = \frac{E_{th}^2}{4R_L} = \frac{50^2}{4 \cdot 25} = \frac{2500}{100} = 25 \text{ W olarak bulunur.}$$

$R_L$ ’ye transfer edilebilecek maksimum gücün değeri,  $P_{max} = 25 \text{ W}$  olarak bulunur.

**Örnek 3.42:** Aşağıdaki şekil 3.48’de verilen devre için,

a)  $R_L$ ’ye maksimum güç transferi olabilmesi için  $R_L$  yük direncinin değerini bulunuz.

b)  $R_L$ ’ye transfer edilebilecek maksimum gücün değerini bulunuz.



Şekil 3.48.

**Çözüm 3.42:**

$$R_{th} = 8 + 4 + \frac{(3+3) \cdot 6}{3+3+6} = 12 + \frac{6 \cdot 6}{6+6} = 12 + 3 = 15 \Omega$$

Maksimum güç aktarımı için  $R_L = R_{th}$  olmalıdır. Dolayısıyla  $R_L$ ’ye maksimum güç transferi olabilmesi için  $R_L$  yük direncinin değeri  $15 \Omega$  olmalıdır.

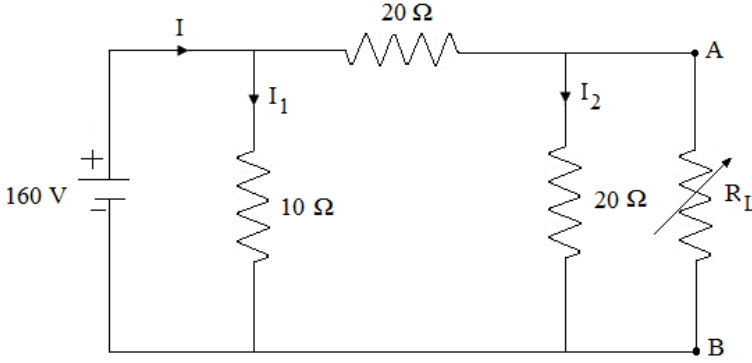
$$b) E_{th} = \frac{120}{3+3+6} \cdot 6 = \frac{120}{12} \cdot 6 = 10 \cdot 6 = 60 \text{ V}$$

$$P_{max} = \frac{E_{th}^2}{4R_L} = \frac{60^2}{4 \cdot 15} = \frac{3600}{60} = 60 \text{ W olarak bulunur.}$$

$R_L$ ’ye transfer edilebilecek maksimum gücün değeri,  $P_{max} = 60 \text{ W}$  olarak bulunur.

**Örnek 3.43:** Aşağıdaki şekil 3.49’da verilen devre için,

- a)  $R_L$ ’ye maksimum güç transferi olabilmesi için  $R_L$  yük direncinin değerini bulunuz.
- b)  $R_L$ ’ye transfer edilebilecek maksimum gücün değerini bulunuz.



Şekil 3.49.

**Çözüm:**

$$a) R_{th} = \frac{20 \cdot 20}{20 + 20} = \frac{400}{40} = 10 \Omega$$

Maksimum güç transferi için  $R_L = R_{th}$  olmalıdır. Dolayısıyla  $R_L$ ’ye maksimum güç transferi olabilmesi için  $R_L$  yük direncinin değeri  $10 \Omega$  olmalıdır.

$$a) I = \frac{E}{R_{eş}} = \frac{160}{\frac{10(20+20)}{10+20+20}} = \frac{160}{\frac{400}{50}} = \frac{160}{8} = 20 \text{ A}$$

$$I_1 = I \cdot \frac{(20+20)}{10+20+20} = 20 \cdot \frac{40}{50} = \frac{800}{50} = 16 \text{ A}$$

$$I_2 = I \cdot \frac{10}{10+20+20} = 20 \cdot \frac{10}{50} = \frac{200}{50} = 4 \text{ A}$$

$$E_{th} = I_2 \cdot 20 = 4 \cdot 20 = 80 \text{ V}$$

$$P_{\max} = \frac{E_{th}^2}{4R_L} = \frac{80^2}{4 \cdot 10} = \frac{6400}{40} = 160 \text{ W olarak bulunur.}$$

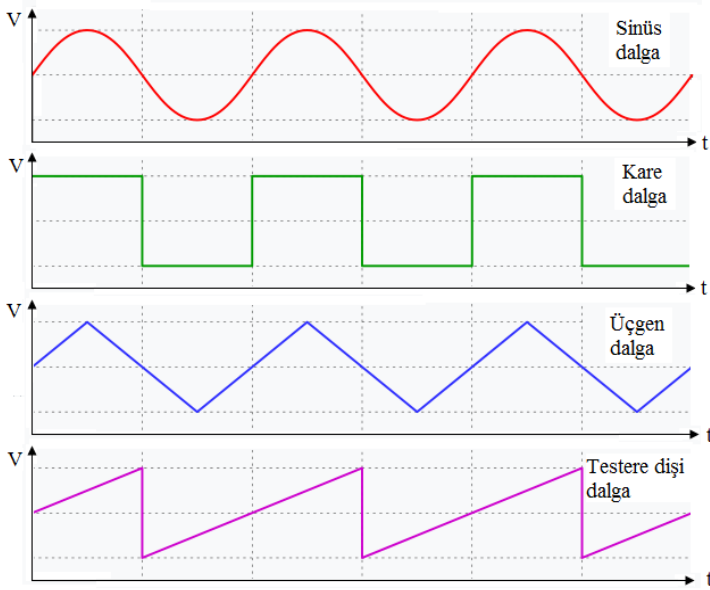
$R_L$ 'ye transfer edilebilecek maksimum gücün değeri,  $P_{\max} = 160 \text{ W}$  olarak bulunur.

## BÖLÜM 4

### ALTERNATİF AKIM

#### 4.1. Sinüsoidal Dalga Formu

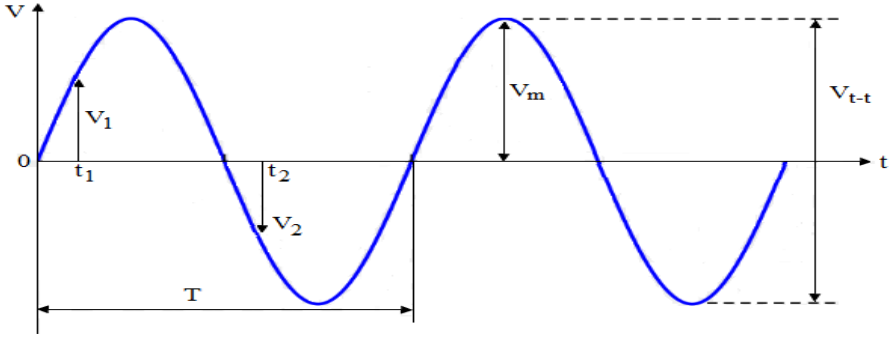
Zamana göre değeri değişen gerilime alternatif gerilim denir. Zamana göre değeri değişen akıma alternatif akım denir. Alternatif gerilim ve alternatif akım dalga formları alternatif dalga formları olup değişkendirler. Alternatif dalga formlarının Şekil 4.1'deki gibi çeşitleri vardır.



Şekil 4.1. Alternatif dalga formları

Gerilimin grafiği, sinüsoidal dalga şeklinde ise gerilim, sinüsoidal alternatif gerilim olarak adlandırılır. Aynı adlandırma akım için de kullanılarak, sinüsoidal alternatif akım adı verilir.

Zaman, pozisyon, derece, radyan gibi bazı değişken fonksiyonlara göre yapılan çizime dalga formu denir. Sinüsoidal dalga formu, Şekil 4.2'de verilmiştir.



Şekil 4.2. Sinüsoidal dalga formu

Sinüsoidal dalga formunu kullanarak aşağıdaki temel terimleri inceleyelim.

**Ani Değer:** Dalga formunun herhangi bir andaki değerine ani değer denir. Ani değer küçük harflerle gösterilir. Şekil 4.2'de  $V_1$  ve  $V_2$  şeklinde gösterilmiştir. Bir periyotta sonsuz sayıda ani değer vardır.

**Tepe Değeri:** Dalga formunun en büyük değerine tepe değeri, maksimum değer veya genlik denir. Tepe değeri, ani değerlerin en büyüğüdür. Tepe değeri,  $E_m$ ,  $V_m$ ,  $I_m$  şeklinde gösterilir.

**Tepeden Tepeye Değer:** Dalga formunun pozitif tepe değeri ile negatif tepe değerleri arasındaki uzaklık değerine tepeden tepeye değer denilir. Tepeden tepeye değer  $E_{t-t}$ ,  $V_{t-t}$ ,  $I_{t-t}$  şeklinde gösterilir.

**Periyodik Dalga Formu:** Eğer bir işaret, bütün  $t$  değerleri için,

$$V(t) = V(t + T) \quad (4.1)$$

biçiminde gösterilebilirse, bu işarete periyodik dalga formu denilir. Bu işaretin periyodu  $T$ 'dir.

**Periyot:** Periyodik dalga formunun  $360^\circ$ 'lik açığı tamamlaması için geçen süreye periyot denilir. Başka bir deyişle bir titreşim için geçen süreye periyot denir. Periyot  $T$  harfi ile gösterilir.

**Frekans:** Bir saniyedeki periyot sayısına veya bir saniyedeki titreşim sayısına frekans denir ve  $f$  harfi ile gösterilir. Frekans birimi, 1 periyot/saniye veya 1

Hertz'dir. Kısaca Hz olarak gösterilir. Frekans periyotla ters orantılıdır. Frekans ile periyot arasındaki ilişki;

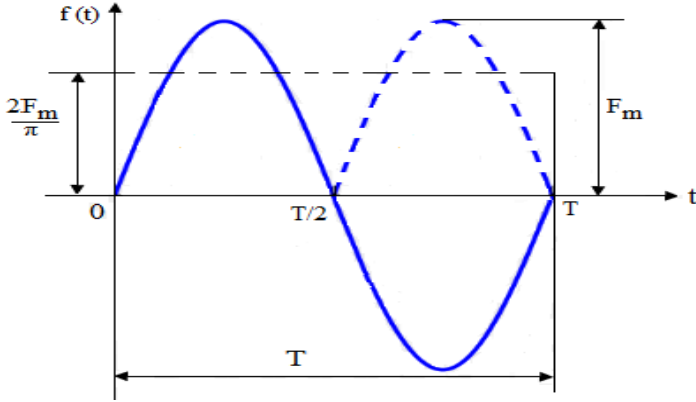
$$F = \frac{1}{T} ; T = \frac{1}{f} \quad (4.2)$$

şeklinde dir.

Ortalama Değer: Ortalama değer kavramı pek çok teknik konuda önemlidir. Herhangi bir  $f(t)$  periyodik fonksiyonun  $T$  periyodundaki ortalama değeri,

$$F_{\text{ort}} = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt \text{ şeklinde hesaplanır.}$$

Eğer  $f(t)$  sinüsoidal fonksiyon olursa, bu durumda ortalama değer sifıra eşit olacaktır. Bu sebepten burada fonksiyonun mutlak ortalama değerinden veya pozitif yarım dalgaya uygun olan yarım periyotlu ortalama değerinden faydalanılır. Bu durum, Şekil 4.3'te verilmiştir.



Şekil 4.3. Yarım periyotlu sinüsoidal dalga

$$F_{\text{ort}} = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} f(t) dt$$

Eğer sinüsoidal akım  $i = I_m \sin \omega t$  şeklinde verilmiş ise, ortalama değeri;

$I_{ort} = \frac{2I_m}{T} \int_0^{T/2} I_m \sin \omega t = \frac{2I_m}{\omega T} |-\cos \omega t|_0^{T/2} = \frac{4I_m}{\omega T}$  olur. Eğer  $\omega = \frac{2\pi}{T}$  olduğunu dikkate alırsak bu durumda akımın ortalama değeri;

$I_{ort} = \frac{2I_m}{\pi} \approx 0,637 I_m$  şeklinde hesaplanır. Benzer şekilde sinüsoidal emk ve sinüsoidal gerilim için,

$$E_{ort} = \frac{2E_m}{\pi} \approx 0,637 E_m$$

$$V_{ort} = \frac{2V_m}{\pi} \approx 0,637 V_m$$

yazılabilir.

**Efektif Değer:** Alternatif gerilim ve akımlarda genellikle gerilim ve akım değerleri efektif (etkin, efikas, r.m.s) değerleri ile verilir. Maksimum değerlerin  $\sqrt{2}$ 'ye olan oranına efektif değer denilir ve aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$I_{ef} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \approx 0,707 I_m$$

$$V_{ef} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \approx 0,707 V_m$$

$$E_{ef} = \frac{E_m}{\sqrt{2}} \approx 0,707 E_m$$

**Dalga Boyu:** Bir dalganın kapladığı mesafeye dalga boyu denir. Dalga boyu  $\lambda$  harfi ile gösterilir ve metre ile ölçülür. Elektrik akımı saniyede 300 000 km yol alır ve saniyede  $f$  frekansı kadar dalga meydana gelir.

Buna göre dalga boyu;  $\lambda = \frac{3 \cdot 10^8}{f}$  (m) ile bulunur.

**Açısal Hız:** Dönen bir bobinin bir saniyede yaptığı açığa açısal hız denir. Açısal hızın birimi derece/saniye veya radyan/ saniyedir. Açısal hız  $\omega$  harfi ile gösterilir.

$\omega = \frac{\alpha}{t}$  şeklindedir. Buradan da  $\alpha = \omega t$  şeklinde bulunur. Açısal hızın tanımı birimi derece olan  $\alpha$  açısının birim saniyedeki, radyan karşılığıdır. Zamana göre devrini tamamlamış olan sinüsoidal dalga



formunun periyodu  $T$  ve zaman birimi  $2\pi$  olarak alınırsa açısal hız,  $\omega = \frac{2\pi}{T}$  (rad/sn) olarak bulunur. Eğer  $f = \frac{1}{T}$  olduğunu düşünürsek açısal hız için  $\omega = 2\pi f$  (rad/sn) elde edilir.

Radyan: Bir açının karşısındaki yay uzunluğunun yarıçapa oranı, o açının radyan cinsinden değerini verir.

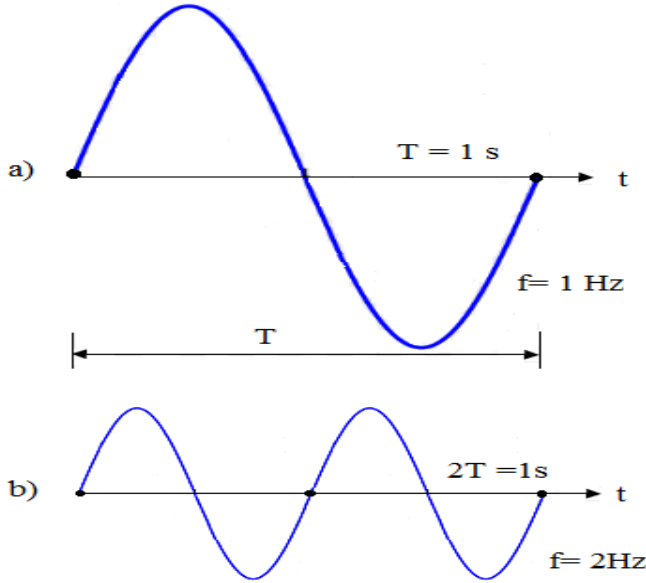
**Örnek 4.1:** Periyodik dalga formunun aşağıda verilen frekanslara göre periyotlarını bulunuz. a)  $f = 50$  Hz, b)  $f = 100$  Hz

**Çözüm 4.1:**

$$a) T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50} = 0,02 \text{ sn} = 20 \text{ ms}$$

$$b) T = \frac{1}{f} = \frac{1}{100} = 0,01 \text{ sn} = 10 \text{ ms}$$

**Örnek 4.2:** Aşağıdaki şekil 4.4’de verilen periyodik dalga formlarının periyotlarını bulunuz.



Şekil 4.4.

**Çözüm 4.2:**

a)  $T = 1 \text{ s}$

b)  $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{2} = 0,5 \text{ s} = 500 \text{ ms}$

**Örnek 4.3:** Periyodik dalga formunun periyodu 20 ms olduğuna göre frekansını bulunuz.

**Çözüm 4.3:**

$$F = \frac{1}{T} = \frac{1}{20 \cdot 10^{-3}} = 50 \text{ Hz}$$

**Örnek 4.4:** Frekansı 50 Hz olan alternatif akımın dalga boyunu bulunuz.

**Çözüm 4.4:**

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{50} = 6 \cdot 10^6 \text{ m}$$

**Örnek 4.5:** Dalga boyu 1000 m olan vericinin yayın frekansını bulunuz. ( $C = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ )

**Çözüm 4.5:**

$$\lambda = \frac{c}{f} \Rightarrow f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{1000} = 3 \cdot 10^5 \text{ Hz}; f = 300 \text{ kHz}$$

**Örnek 4.6:** Frekansı 50 Hz olan sinüs dalgasının açısal hızını bulunuz.

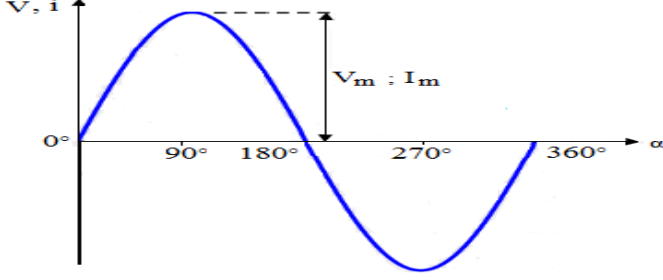
**Çözüm 4.6:**

$$\omega = 2\pi f = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 = 314 \text{ rad/s}$$

**4.2. Sinüs Dalgası**

Sinüs dalgası ifadesi, sinüsoidal periyodik dalga formunun sıfırdan başlayıp 1 periyot sonra sıfıra ulaştığı dilimi için kullanılır. Sinüs

dalgası direnç, bobin ve kondansatörlere uygulanabilir. Sinüs dalgası, grafik olarak çizilirken yatay eksende birim olarak derece veya radyan kullanılır. Örnek bir sinüs dalgası şekil 4.5’de verilmiştir.



Şekil 4.5. Sinüs dalgası

$$1 \text{ radyan} = 57,296^\circ = 57,3^\circ$$

$2\pi$  radyan =  $360^\circ$ ’dir. İfadelerde  $\pi$  kullanılır. Bu gösterim açısı olarak derecenin radyana dönüşmüş halidir. Yaklaşık olarak  $\pi = 3,14$  olarak alınır.

$$\text{Radyan} = \left(\frac{\pi}{180}\right) \cdot \text{derece}$$

$$\text{Derece} = \left(\frac{180}{\pi}\right) \cdot \text{radyan}$$

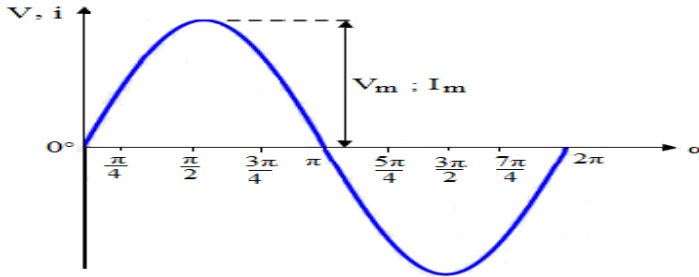
$$90^\circ : \left(\frac{\pi}{180}\right) \cdot 90 = \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{6} : \text{Derece} = \frac{180}{\pi} \cdot \frac{\pi}{6} = 30^\circ$$

$$60^\circ : \left(\frac{\pi}{180}\right) \cdot 60 = \frac{\pi}{3}$$

$$\frac{3\pi}{2} : \text{Derece} = \frac{180}{\pi} \cdot \frac{3\pi}{2} = 270^\circ$$

Sinüs dalgasının radyan olarak çizilmiş hali Şekil 4.6’da verilmiştir.



Şekil 4.6. Sinüs dalgasının radyan çizilmiş hali

**Örnek 4.7:** Açısal hızı 300 rad/s olan sinüs dalgasının periyot ve frekansını bulunuz.

**Çözüm 4.7:**

$$\omega = \frac{2\pi}{T}; T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{300} = 20,93 \text{ ms}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{20,93 \cdot 10^{-3}} = 47,78 \text{ Hz}$$

**Örnek 4.8:** Açısal hızı 100 rad/s olan sinüs dalgasının açısı  $90^\circ$  olduğundaki zamanı bulunuz.

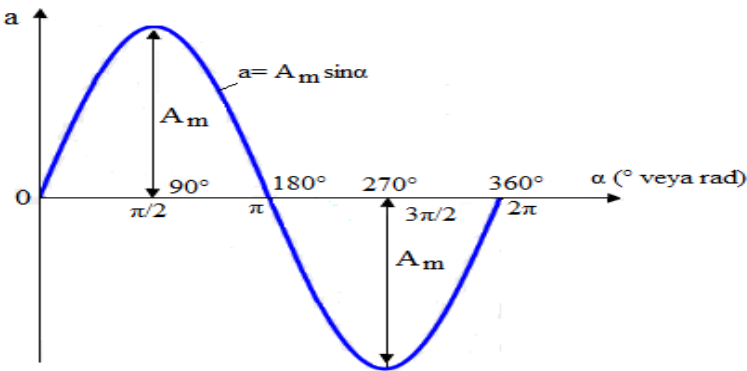
**Çözüm 4.8:**

$$\alpha = 90^\circ = \frac{\pi}{2}$$

$$\alpha = \omega t; t = \frac{\alpha}{\omega} = \frac{\pi/2}{100} = \frac{\pi}{200} = 15,7 \text{ ms}; t = 15,7 \text{ ms bulunur.}$$

### 4.3. Sinüsoidal Gerilim Veya Akımın Yazılım Formatı

Sinüsoidal dalga formu temel matematik formatında  $a = A_m \sin \alpha$  şeklinde yazılır. Burada  $A_m$ , dalga formunun tepe değeri ve  $\alpha$  yatay eksendeki açıyı verir.  $\alpha$  yerine  $\alpha = \omega t$  yazılabilir ve  $\alpha$  vektörün dönüş açısıdır. Sinüsoidal dalga formu, şekil 4.7’de verilmiştir.



Şekil 4.7 Sinüsoidal dalga formu

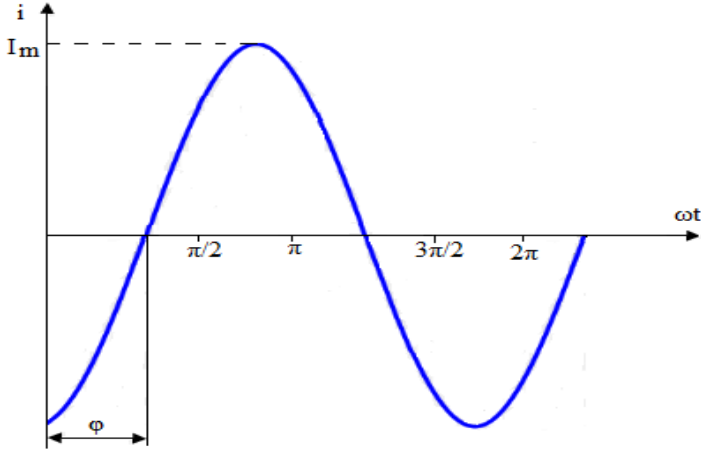
Elektrikte akım ve gerilimin yazım formatı,

$$i = I_m \sin \alpha = I_m \sin \omega t \quad (4.3)$$

$$V = V_m \sin \alpha = V_m \sin \omega t \quad (4.4)$$

şeklindedir. Burada m alt indisi, maksimum değeri ifade eder. i ve v akım ve gerilimin zamana göre anlık değeridir. Şekil 4.7'deki sinüs dalgası maksimum değerlerini  $\pi/2$  ve  $3\pi/2$ , sıfır değerini de  $0$ ,  $\pi$  ve  $2\pi$  açılarında almaktadır. Dalga formu sıfırdan başlıyorsa sıfır fazlıdır. Sinüs dalga formunun artmaya başladığı nokta  $0$  (sıfır) açısından başlamayabilir. Bu durumda başlangıç açısı dikkate alınmalıdır. Dalga formunun eğiminin artmaya başladığı nokta  $0$ 'dan sonra ise geri fazlıdır. Bu durum için,

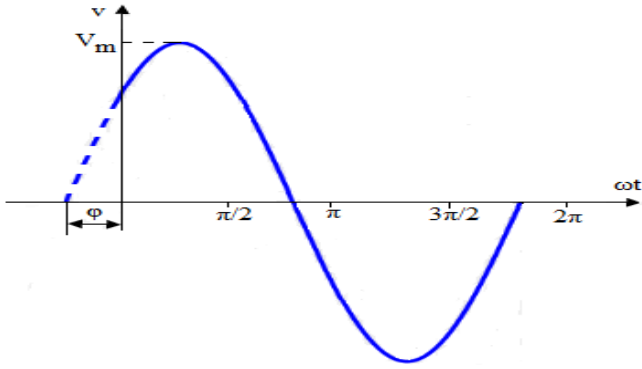
$a = A_m \sin(\omega t - \phi)$  yazılabilir. Geri faz durumu şekil 4.8'de verilmiştir.



Şekil 4.8. Geri faz durumu

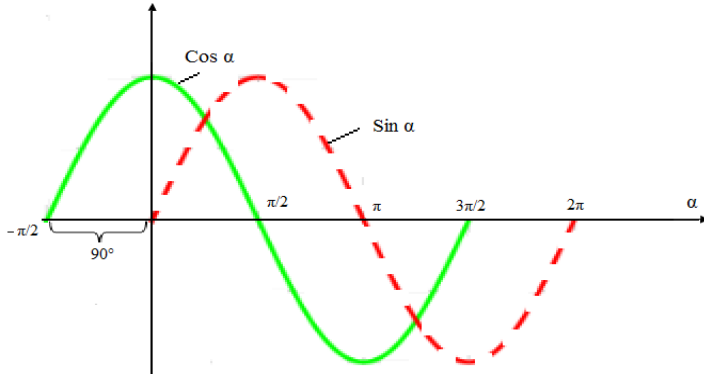
Dalga formunun eğiminin artmaya başladığı nokta  $0$ 'dan önce ise ileri fazlıdır. Bu durum için,

$A = A_m \sin(\omega t + \phi)$  yazılabilir. İleri faz durumu Şekil 4.9'da verilmiştir.



Şekil 4.9. İleri faz durumu

Dalga formu yatay ekseninde  $90^\circ$  ( $\pi/2$ ) önce artmaya başlarsa bu kosinüs dalgası olur. Sinüs ve kosinüs dalga formları Şekil 4.10'da verilmiştir.



Şekil 4.10. Sinüs ve kosinüs dalga formları

Burada  $\sin(\omega t + 90^\circ) = \sin(\omega t + \pi/2) = \cos \omega t$  veya

$\sin \omega t = \cos(\omega t - 90^\circ) = \cos(\omega t - \pi/2)$  olur.

$$\cos \alpha = \sin(\alpha + 90^\circ)$$

$$\sin \alpha = \cos(\alpha - 90^\circ)$$

$$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$$

$$\cos(-\alpha) = \cos \alpha \text{ olur.}$$

**Örnek 4.9:** Akım  $i = 10 \sin \alpha$  (A) biçimindedir.  $\alpha$ 'nın  $\alpha = 20^\circ$  ve  $\alpha = 0,5\pi$  olduğunda akımın ani değerlerini bulunuz.

**Çözüm 4.9:**

a)  $\alpha = 20^\circ$

$$i = 10 \sin 20^\circ = 10 \cdot 0,342 = 3,42 \text{ A}$$

b)  $\alpha = 0,5\pi$

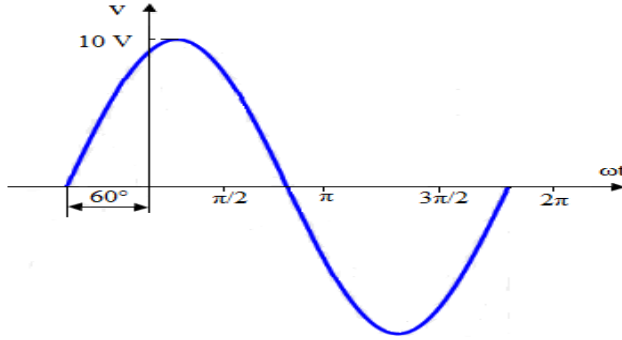
$$\alpha = \frac{180}{\pi} \cdot 0,5 \pi = 90^\circ$$

$$i = 10 \sin 90^\circ = 10 \cdot 1 = 10 \text{ A}$$

**Örnek 4.10:**  $v = 10 (\omega t + 60^\circ)$  V biçiminde olan sinüsoidal bir gerilimin faz durumunu grafik olarak gösteriniz.

**Çözüm 4.10:**

$V_m = 10 \text{ V}$ ;  $v = 10 (\omega t + 60^\circ)$  V gerilimin faz durumunu grafik olarak şekil 4.11'de gösterilmiştir.

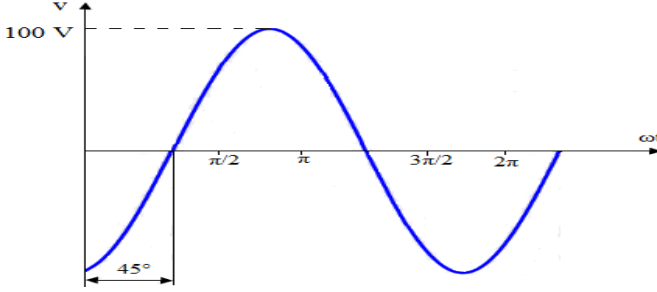


Şekil 4.11.

**Örnek 4.11:** Maksimum değeri 100 V olan sinüsoidal bir gerilim  $45^\circ$  geri fazlı olarak başlıyorsa bu eğrinin sinüsoidal grafiğini çizerek  $135^\circ$ 'deki değerini hesaplayınız.

**Çözüm 4.11:**

a)  $v = 100 \sin(\omega t - 45^\circ)$  V gerilimin faz durumunu grafik olarak şekil 4.12’de gösterilmiştir.



Şekil 4.12.

b)  $\omega t = 135^\circ$

$$v = 100 \sin(135 - 45^\circ)$$

$$v = 100 \sin(90^\circ) = 100.1 = 100 \text{ V}; v = 100 \text{ V}$$

**Örnek 4.12:** Frekansı 50 Hz olan bir generatör, maksimum değeri 170 V olan sinüoidal alternatif bir e.m.k üretmektedir. Üretilen e.m.k’nin denklemini yazınız ve  $t = 0,002$  s olduğunda e.m.k değerini bulunuz.

**Çözüm 4.12:**

$$\omega = 2\pi f = 2.3,14.50 = 314 \text{ rad/s}$$

$e = E_m \cdot \sin \omega t$  olduğundan denklem,

$$e = 170 \cdot \sin 314t \text{ şeklinde olur.}$$

$$e = 170 \cdot \sin(314 \cdot 0,002) = 170 \sin(0,628 \text{ rad})$$

$$1 \text{ rad} = 57,3^\circ$$

$$e = 170 \cdot 0,587 = 99,8 \text{ V olur.}$$



**Örnek 4.13:** Maksimum değeri 10 A olan sinüoidal bir akımın frekansı 50 Hz (P/s)'dir. Bu akımın sıfırdan başlayıp 8 A'lık ani değerine ulaşması için geçen zamanı bulunuz.

**Çözüm 4.13:**

$$\dot{I} = I_m \sin \omega t = 10 \sin \omega t \text{ A}$$

$$\omega = 2\pi f = 2.3,14.50 = 314 \text{ rad/s}$$

$$i = 10 \sin 314t; i = 8 \text{ A}$$

$$8 = 10 \sin 314t; \sin 314t = 0,8$$

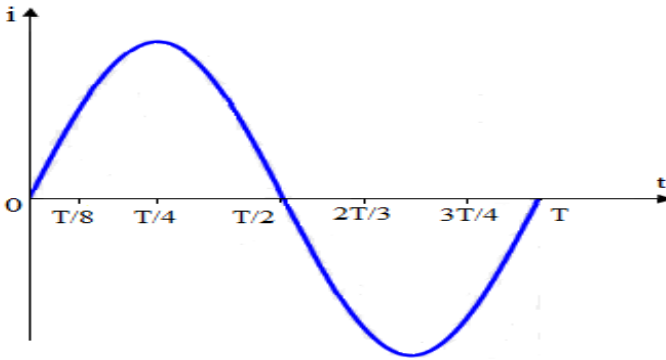
$$A = 314t \text{ konulursa, } \sin \alpha = 0,8$$

$$\alpha = 53^\circ = 0,925 \text{ rad}$$

$$\sin 314t = 0,925 \text{ rad}$$

$$t = \frac{0,925}{314} = 0,0029 \text{ s olarak bulunur.}$$

**Örnek 4.14:** Alternatif akım devresinden  $i = 5 \sin \omega t$  A şeklinde bir akım geçmektedir. Bu akımın değişimi aşağıdaki şekil 4.13'de verilmiştir. Zamanın  $T/8$ ,  $T/4$ ;  $2T/3$  ve  $3T/4$  değerlerine uygun akımın ani değerlerini bulunuz.



Şekil 4.13.

**Çözüm4.14:**  $\omega$  yerine  $\omega = 2\pi/T$  yazarak t'ye T/8, T/4, 2T/3, 3T/4 değerini vermekle akımın ani değerleri bulunur.

$$i(T/8) = 5\sin(2\pi/T \cdot T/8) = 5\sin \pi/4 = 3,53 \text{ A}$$

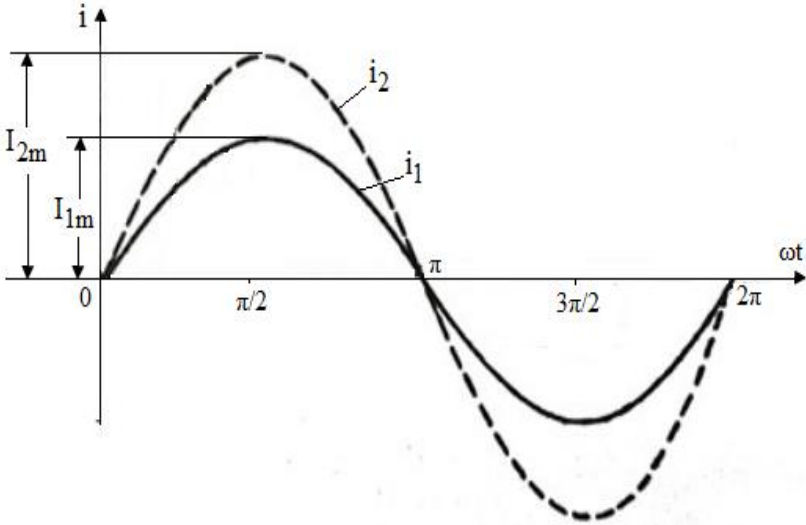
$$i(T/4) = 5\sin(2\pi/T \cdot T/4) = 5\sin \pi/2 = 5 \text{ A}$$

$$i(2T/3) = 5\sin(2\pi/T \cdot 2T/3) = 5\sin 4\pi/3 = -4,33 \text{ A}$$

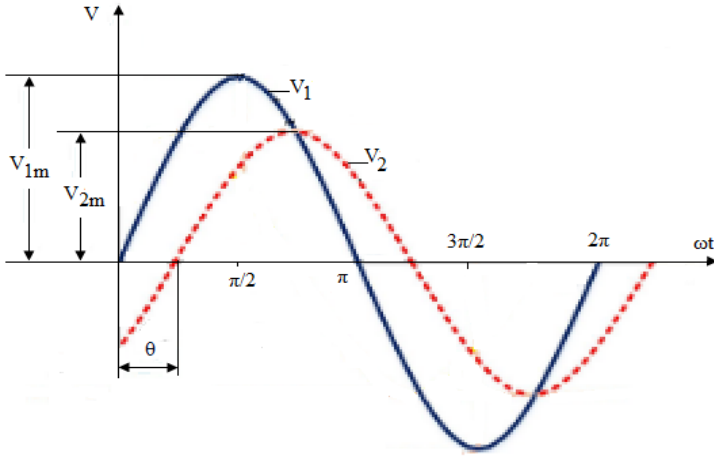
$$i(3T/4) = 5\sin(2\pi/T \cdot 3T/4) = 5\sin 3\pi/2 = -5 \text{ A}$$

#### 4.4. Faz Farkı

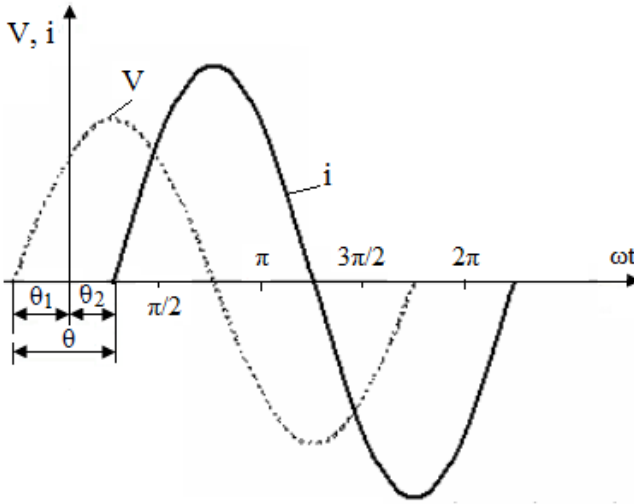
İki sinüsoidal dalganın aralarında bulunan açı ya da zaman farkına faz farkı denir. Bir alternatif akım devresine uygulanan gerilimin frekansı ne ise devreden geçen akımın frekansı da o'dur. Alternatif akım devresinin özelliğinden dolayı akım ile gerilim aynı değeri aynı anda almayabilir. Bu durum Şekil 4.14, Şekil 4.15 ve Şekil 4.16'da verilmiştir.



Şekil 4.14. Faz farkı



Şekil 4.15.



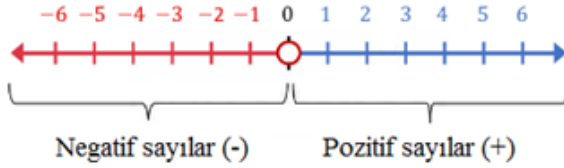
Şekil 4.16.

Şekil 4.14'deki akım eğrileri aynı anda 0'dan başlayıp aynı anda pozitif maksimum değere ulaşmıştır. Daha sonra da aynı anda tekrar sıfır değerine ulaşmışlardır. Yani aralarındaki faz farkı sıfırdır. Şekil 4.15'den sinüsoidal dalganın maksimum ve sıfır noktalarına aynı anda ulaşmadıkları görülmektedir. Dolayısıyla  $V_2$  gerilimi  $V_1$  geriliminden  $\theta$  açısı kadar geri fazlıdır. Şekil 4.16'da ise gerilim sıfır başlangıç

noktasından  $\theta_1$  açısı kadar önce başlamış,  $i$  akımı ise sıfır başlangıç noktasından  $\theta_2$  kadar sonra başlamıştır. Akım ile gerilim arasındaki açı ise  $\theta = \theta_1 + \theta_2$  kadardır. Buradan akım ile gerilim arasında  $\theta$  kadar faz farkı olduğu görülmektedir.

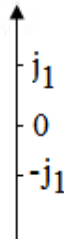
#### 4.5. Gerçek, Sanal ve Karmaşık Sayılar

Sayısal gerçek, sanal ve karmaşık (kompleks) sayılar olarak sıralanabilir. Gerçek sayılar, rasyonel ve irrasyonel sayılardan oluşur. Gerçek sayılar yatay eksen üzerinde gösterilir. Gerçek sayılara reel sayılar da denilmektedir. Gerçek sayılar eksenini Şekil 4.17’de verilmiştir.



Şekil 4.17. Gerçek sayılar eksenini

Sanal sayılar, negatif gerçek sayıların kökleridir. Sanal sayılara imajiner sayılar da denilmektedir. Sayılarda  $\sqrt{-1}$  değeri  $j$  sembolü ile ifade edilir.  $J = \sqrt{-1}$  sanal sayılar dikey eksen üzerinde gösterilir. Sanal sayılar eksenini Şekil 4.18’de verilmiştir.



Şekil 4.18. Sanal sayılar eksenini

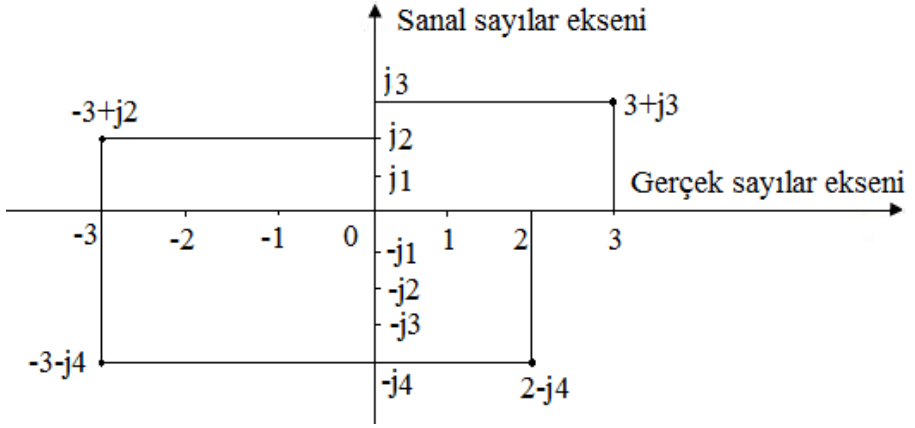
$j$  operatörü öyle bir operatör ki yanında bulunduğu vektörü pozitif yönde  $90^\circ$  döndürür. Aşağıda  $j$ 'nin kuvvetleri verilmiştir.

$$j = \sqrt{-1} = +j ; j^2 = (\sqrt{-1})^2 = -1$$

$$j^3 = (\sqrt{-1})^3 = (\sqrt{-1})^2 j = -j$$

$$j^4 = (\sqrt{-1})^4 = (\sqrt{-1})^2 \cdot (\sqrt{-1})^2 = (-1) \cdot (-1) = +1$$

Karmaşık sayılar, hem gerçek hem de sanal sayılardan oluşur. Karmaşık sayılar  $z = x + jy$  şeklinde yazılır. Karmaşık sayılara örnek olarak  $3 + j3$ ,  $2 - j4$ ,  $-3 + j2$ ,  $-3 - j4$  sayıları gösterilebilir. Bu karmaşık sayılar, karmaşık sayılar ekseninde şekil 4.19'da gösterilmiştir.



Şekil 4.19. Sanal ve gerçek sayılar eksenini

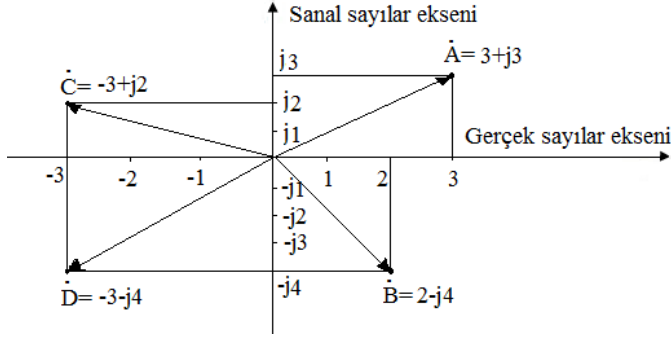
$z = x + jy$  ifadesine karmaşık sayıların dik (Kartezyen) bileşenler şekli veya sadece karmaşık sayıların dik bileşenler biçimi denilir. Bir  $z = x + jy$  karmaşık sayısının eşleniği  $z^* = x - jy$  olarak tanımlanır. Mutlak değer,  $|z| = \sqrt{z \cdot z^*}$  olarak tanımlanır.

$$|z| = \sqrt{(x + jy)(x - jy)} = \sqrt{(x^2 + y^2 - jxy + jxy)} = \sqrt{(x^2 + y^2)}$$

şeklinde olur.

Şekil 4.19'daki sayılar vektörlerle de gösterilebilir. Bunun için  $A = 3 + j3$ ,  $B = 2 - j4$ ,  $C = -3 + j2$ ,  $D = -3 - j4$  kabul edelim. Bu

durumda, karmaşık sayıların vektörlerle gösterilimi Şekil 4.20'deki gibi olur.



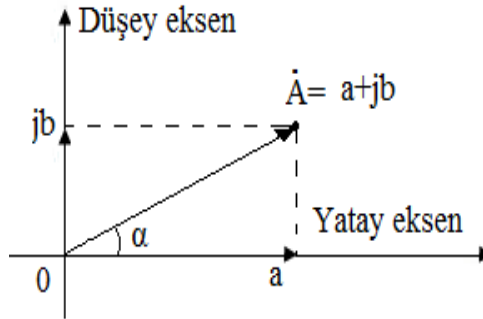
Şekil 4.20. Karmaşık sayıların vektörlerle gösterilimi

#### 4.6. Karmaşık Sayıların Gösteriliş Şekilleri

Karmaşık sayılar dik bileşenler şeklinde gösterme ve kutupsal gösterme olmak üzere iki şekilde gösterilebilir.

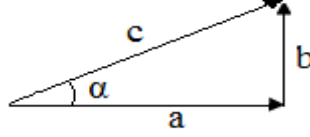
##### a) Dik Bileşenler Şeklinde Gösterme

Karmaşık sayı veya vektör, yatay ve dikey eksen üzerindeki izdüşümleri ile gösterilirler. Karmaşık sayının  $A = a + jb$  şeklinde olduğunu kabul edelim. Bu karmaşık sayı veya vektör dik bileşenler şeklinde şekil 4.20'deki gibi gösterilir.



Şekil 4.20. Karmaşık sayı gösterilişi

Trigonometride yatay eksene kosinüs ekseni ve düşey (dikey) eksene de sinüs ekseni adı verilir. Vektörün kosinüs ekseni ile yaptığı  $\alpha$  açısı esas alınarak değerlendirme yapılır. Şekil 4.20'deki dik üçgeni yeniden şekil 4.21'deki gibi çizelim.



Şekil 4.21. Dik üçgen

Şekil 4.21'deki dik üçgenin incelenmesinden;

$\cos\alpha = \frac{a}{c}$  ;  $\sin\alpha = \frac{b}{c}$  ;  $\tan\alpha = \frac{b}{a}$  ;  $\cot\alpha = \frac{a}{b}$  yazılabilir. Bu yaklaşımla Şekil 4.20'den

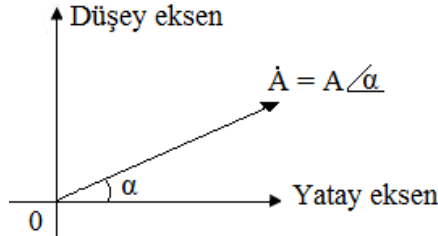
$\cos\alpha = \frac{a}{A}$  ;  $a = A \cos\alpha$  ;  $\sin\alpha = \frac{b}{A}$  ;  $b = A \sin\alpha$  yazılabilir.

Bunları dikkate alırsak  $A$  vektörü;

$A = A \cos\alpha + j A \sin\alpha = A (\cos\alpha + j \sin\alpha)$  yazılabilir. Bu gösteriş biçimi karmaşık sayıların trigonometrik biçimi olarak adlandırılır.

b) Kutupsal Gösterme

Kutupsal göstermede vektör, büyüklüğü ve pozitif yatay eksenle yaptığı açı ile gösterilir.  $\dot{A} = A \angle \alpha$  şeklinde gösterilebilir. Bu durum, Şekil 4.22'deki gibi gösterilir.



Şekil 4.22. Kutupsal gösterme

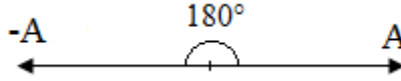
Bu gösterimde A ile  $\angle \alpha$  çarpım durumunda değildir.

$e^{j\alpha} = \cos\alpha + j\sin\alpha$  olduğunu dikkate alırsak karmaşık sayı,

$\dot{A} = A (\cos\alpha + j\sin\alpha) = A e^{j\alpha}$  şeklinde gösterilebilir. Bu şekilde gösteriliş karmaşık sayıların üstel biçimde gösterilir.

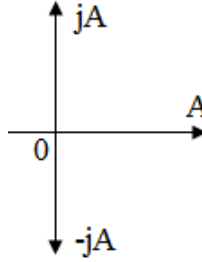
#### 4.7. -1 ve j Çarpanları

Vektörlerde -1 ve j çarpanları vektörü döndüren çarpanlardır. -1 çarpanı vektörü  $180^\circ$  döndürür. Bu durum şekil 4.23'de gösterilmiştir.



Şekil 4.23. Vektörü  $180^\circ$  döndüren çarpan

j çarpanı vektörü  $90^\circ$  döndürür. -j çarpanı vektörü  $-90^\circ$  döndürür. Bu durum şekil 4.24'de gösterilmiştir.



Şekil 4.24. Vektörü  $90^\circ$  ve  $-90^\circ$  döndüren çarpan

#### 4.8. Karmaşık Sayıların Birbirine Çevrilmesi

Dik bileşen şeklindeki vektör, kutupsal şekle ve kutupsal şekildedeki vektör dik bileşenlere çevrilebilir.

Dik bileşenler;  $\dot{A} = a + jb$



Kutupsal;  $\dot{A} = A \angle \alpha$  şeklinde gösterilir. Dik bileşenleri kutupsal şekle çevirirken;

$\dot{A} = a + jb = \sqrt{a^2 + b^2} \angle \tan^{-1} \frac{b}{a}$  formülü kullanılır. Kutupsal gösterimin dik bileşenlere çevrilmesinde;

$\dot{A} = A \angle \alpha = A (\cos \alpha + j \sin \alpha) = A \cos \alpha + j A \sin \alpha$  formülü kullanılır.

#### 4.9. Karmaşık Sayılarla Toplama ve Çıkarma İşlemi

Sadece dik bileşen şeklindeki gösterimde toplama ve çıkarma yapılabilir. Kutupsal gösterimde toplama ve çıkarma yapılamaz. Kutupsal gösterim dik bileşen şekline çevrilirse toplama ve çıkarma yapılabilir. Toplama ve çıkarma işleminde gerçek sayılar kendi arasında, sanal sayılarda kendi arasında toplanır veya çıkarılır.

**Örnek 4.15:**  $A = 2 + j4$  ve  $B = 3 - j2$  olduğuna göre  $A + B$  ve  $A - B$  işlemlerini yapınız.

**Çözüm 4.15:**

$$A + B = 2 + j4 + 3 - j2 = 5 + j2$$

$$A - B = 2 + j4 - 3 + j2 = -1 + j6$$

#### 4.10. Karmaşık Sayılarla Çarpma ve Bölme İşlemi

Dik bileşen şeklinde gösterimde çarpma işlemi normal çarpma işlemi şeklinde yapılır. Karmaşık sayılar  $A = a + jb$  ve  $B = c - jd$  şeklinde ise  $A$  ile  $B$ 'nin çarpımı;

$$A \cdot B = (a + jb) \cdot (c - jd) = ac - jad + jbc - j^2bd$$

$$A \cdot B = (ac + bd) + j(bc - ad) \text{ şeklinde olur.}$$

Kutupsal gösterimde çarpma işleminde büyüklükler çarpılıp açılar toplanır.

Karmaşık sayılar  $\dot{A} = A \angle \alpha$  ,  $\dot{B} = B \angle \phi$  şeklinde ise A ile B'nin çarpımı;

$$\dot{A} \cdot \dot{B} = (A \angle \alpha) (B \angle \phi) = A \cdot B \angle \alpha + \phi \text{ şeklinde olur.}$$

Karmaşık sayılarda sanal kısmın işareti değiştirilerek karmaşık sayıların eşleniği bulunur.  $A = a + jb$  şeklinde ise A'nın eşleniği;  $A^* = a - jb$  şeklinde olur. Dik bileşen gösterimde bölme işlemi yapılırken önce paydanın eşleniği ile pay ve payda çarpılır. Bu işlemlerden sonra bölme işlemi yapılır. Karmaşık sayılar  $A = a + jb$  ve  $B = c - jd$  şeklinde ise A/B bölme işlemi;

$$\frac{A}{B} = \frac{a + jb}{c - jd} = \frac{(a + jb) \cdot (c + jd)}{(c - jd) \cdot (c + jd)} = \frac{ac + jad + jbc - bd}{c^2 + jcd - jcd + d^2}$$

$$\frac{A}{B} = \frac{(ac - bd) + j(ad + bc)}{c^2 + d^2} = \frac{(ac - bd)}{c^2 + d^2} + j \frac{(ad + bc)}{c^2 + d^2} \text{ şeklinde olur.}$$

Kutupsal gösterimde bölme işlemi yapılırken büyüklükler bölünüp paydanın açısı payın açısından çıkarılır. Karmaşık sayı  $\dot{A} = A \angle \alpha$  ,  $\dot{B} = B \angle \phi$  ise

$$\frac{\dot{A}}{\dot{B}} = \frac{A \angle \alpha}{B \angle \phi} = \frac{A}{B} \angle \alpha - \phi$$

şeklinde olur.

**Örnek 4.16:** Karmaşık sayılar  $Z_1 = 10 \angle 30^\circ$  ,  $Z_2 = 5 \angle -60^\circ$  olduğuna göre,  $Z_1 \cdot Z_2$  ve  $Z_1/Z_2$  işlemlerini yapınız.

$$Z_1 \cdot Z_2 = 10 \angle 30^\circ \cdot 5 \angle -60^\circ = 50 \angle -30^\circ$$

$$Z_1/Z_2 = 10 \angle 30^\circ / 5 \angle -60^\circ = 2 \angle 90^\circ$$

**Örnek 4.17:** Karmaşık sayılar  $Z_1 = 5e^{j\pi/3}$ ,  $Z_2 = 2e^{-j\pi/6}$  olduğuna göre  $Z_1 \cdot Z_2$  işlemini yapınız.

**Çözüm 4.17:**

$$Z_1 \cdot Z_2 = (5e^{j\pi/3})(2e^{-j\pi/6})$$

$$Z_1 \cdot Z_2 = 10 e^{j\pi/6} = 10 \angle 30^\circ$$

**Örnek 4.18:** Karmaşık sayılar  $Z_1 = 4e^{j\pi/3}$ ,  $Z_2 = 2e^{j\pi/6}$  olduğuna göre  $Z_1/Z_2$  işlemini yapınız.

$$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{4 e^{j\pi/3}}{2 e^{j\pi/6}} = 2e^{j\pi/6} = 2 \angle 30^\circ \text{ olur.}$$

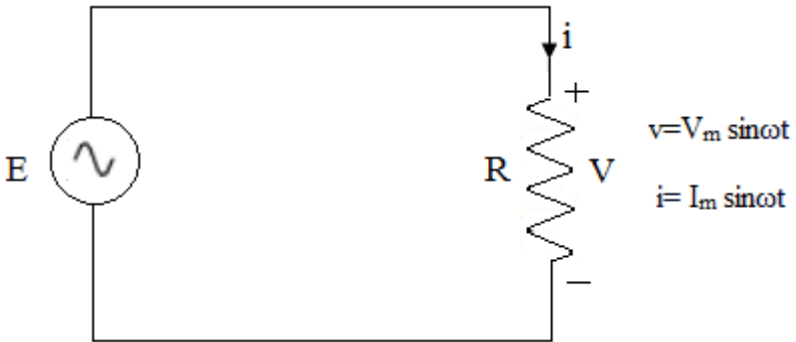
## 4.11. Devre Elemanlarının Alternatif Akımdaki Davranışları

### 4.11.1. Direnç

Alternatif akım devrelerinde elektrik akımına karşı zorluk gösteren ve verilen enerjiyi ısı enerjisine dönüştüren devre elemanına direnç denir. Direnç R harfiyle gösterilir. Direnç birim ohm'dur (Ohm,  $\Omega$ ). Değeri

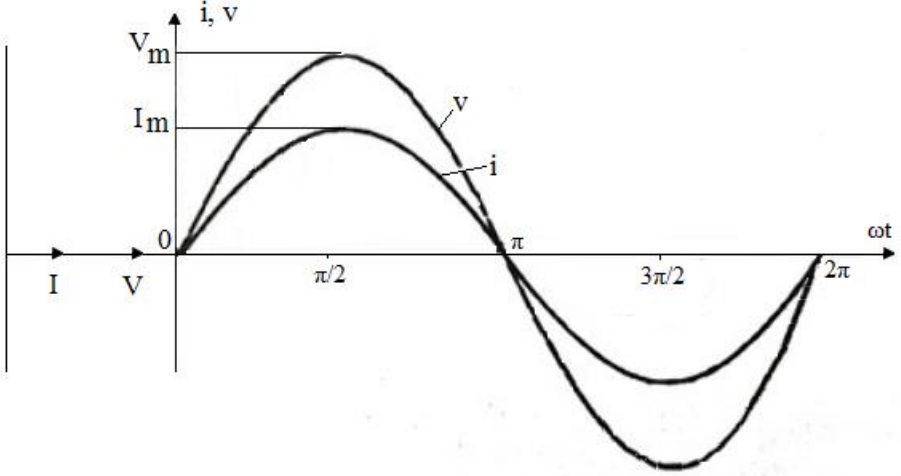
$$R = \frac{l}{\sigma S} = \text{bağıntısından hesaplanır. } (\sigma: \text{m}/\Omega \cdot \text{mm}^2)$$

Sinüsoidal alternatif akım kaynağına bağlı olan R direnci, Şekil 4.25'de verilmiştir.



Şekil 4.25. Sinüsoidal alternatif akım kaynağına bağlı olan R direnci

Direnç üzerinde düşen gerilim ile dirençten geçen akım aynı fazlıdır. Yani aralarındaki faz farkı sıfırdır. Bu durum, şekil 4.26'da verilmiştir.



Şekil 4.26. Direnç üzerinde düşen gerilim ile dirençten geçen akım

Şekil 4.25 ve Şekil 4.26'da;

i: Akımın ani değeridir,

v: Gerilimin ani değeridir,

R: Devre direncidir.

R direncine uygulanan gerilimin denklemi,  $v = V_m \sin \alpha$ ;  $v = V_m \sin \omega t$  şeklindedir. Bu durumda dirençten geçen akım, Ohm kanunu ile bulunabilir. Yani;

$$i = \frac{V}{R} = \frac{V_m \sin \alpha}{R} = \frac{V_m}{R} \sin \alpha \quad (4.5)$$

olur. Akımın maksimum değeri;

$$I_m = \frac{V_m}{R} \quad (4.6)$$

olduğundan akımın ani değeri için,  $i = I_m \sin \alpha$  yazılabilir. Alternatif akım devresinde ölçü aleti etkin değeri gösterdiği için hesaplamalarda

etkin değer kullanılır. Akım ve gerilimin etkin değeri I ve V harfleri ile gösterilir. Bu durumda;

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{V_m}{R\sqrt{2}} = \frac{1}{R} \frac{V_m}{\sqrt{2}} = \frac{V}{R} \quad (4.7)$$

şeklinde olur.

Denklem (4.6) ve Denklem (4.7) ifadeleri maksimum ve etkin değerler için dirençte Ohm kanunun ifadesidir.

Doğru akımda güç, bir devreye uygulanan gerilim ile devreden geçen akımın çarpımına eşittir.

Omik dirençli bir alternatif akım (AC) devresinde, R direncinin uçlarına uygulanan gerilim sinüsoidal olarak değiştiğinden herhangi bir andaki akım ve gerilim değerlerinin çarpımı, o andaki ani gücü verir. Yani,

$$P = v.i \text{ (watt)} \quad (4.8)$$

Dirence uygulanan gerilim;  $v = V_m \sin\omega t$

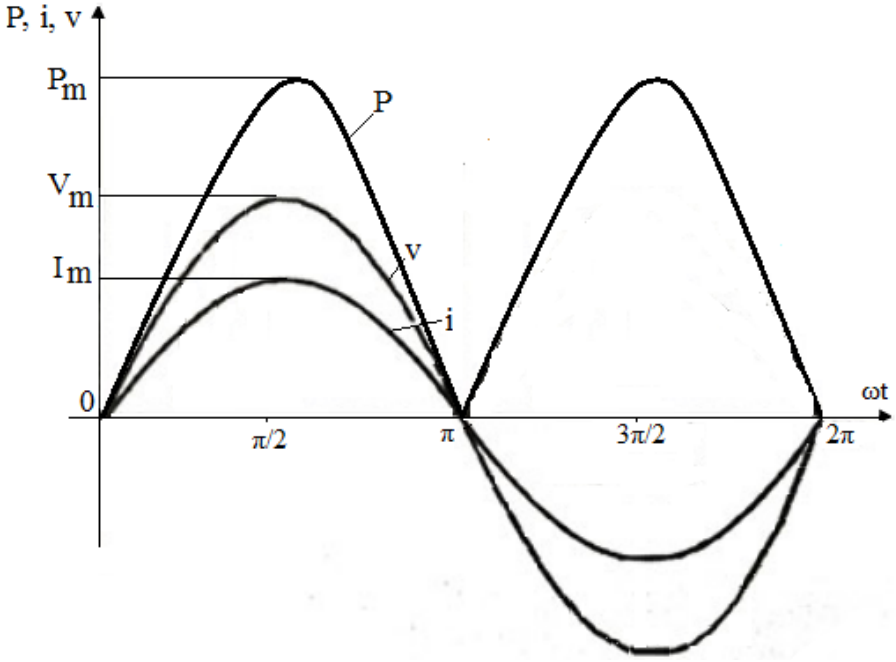
Dirençten geçen akım;  $i = I_m \sin\omega t$  şeklinde olduğundan herhangi bir andaki güç,

$$p = v.i = V_m \sin\omega t . I_m \sin\omega t \quad (4.9)$$

$$p = V_m . I_m \sin^2\omega t \quad (4.10)$$

şeklinde olur.

Dirence uygulanan gerilimin ve dirençten geçen akımın değişim eğrilerini çizdikten sonra değişik anlardaki güçler, bu anlardaki v ve i değerlerinin çarpımı ile bulunabilir. Bulunan bu ani güçler nokta nokta işaretlenerek Denklem (4.10)'daki ifadede gösterilen gücün değişim eğrisi çizilir. Şekil 4.27'de v, i ve p'nin değişim eğrisi verilmiştir.



Şekil 4.27. v, i ve p'nin değişim eğrisi

Güç eğrisinin incelemesinden aşağıdaki sonuçlar elde edilir.

- 1) Güç eğrisi her zaman pozitifdir. İkinci yarım periyotta gerilim ve akım negatiftir. Negatif gerilim ile negatif akımın çarpımı olan güç pozitifdir. Bu durum direncin her iki yarım periyotta şebekeden güç çektiğini gösterir. Dirençte harcanan güç, dirençten geçen akımın yönüne bağlı değildir.
- 2) Akım ve gerilim eğrilerinin her yarım periyodunda ani güç sıfırdan maksimum değere ve sonra tekrar sıfıra düşer. Böylece akım ve gerilimin bir periyodunda güç iki defa maksimum ve sıfır değerlerini alır.
- 3) Güç eğrisi de sinüs eğrisine benzer. Yalnız bu eğrinin frekansı, akım veya gerilim frekansının iki katına eşittir. Güç eğrisinin eksenini yukarıya kaymış durumdadır. Dirençteki ortalama güç,

$$P_{\text{ort}} = VI = I^2R \quad (4.11)$$

veya

$$P_{\text{ort}} = \frac{V^2}{R} \quad (4.12)$$

ifadesi ile tanımlanır. Bu her zaman pozitifdir. Dirençten geçen akım, uygulanan gerilim ile aynı fazda olduğu için maksimum güç, maksimum akım ile maksimum gerilimin çarpımına eşittir.

$$P_m = V_m \cdot I_m \quad (4.13)$$

Herhangi bir andaki gücü veren Denklem (4.10)'u yeniden yazalım.

$$P = V_m \cdot I_m \sin^2 \omega t$$

$$\sin^2 \omega t = \frac{1 - \cos 2\omega t}{2} \text{ olduğundan,}$$

$$P = \frac{V_m \cdot I_m}{2} - \frac{V_m \cdot I_m}{2} \cos 2\omega t \quad (4.14)$$

olur.

Bir periyot için ortalama güç, her iki güç bileşeninin ortalamalarının toplamına eşit olacaktır.  $(V_m \cdot I_m / 2) \cos 2\omega t$  ifadesinin ortalama değeri sıfırdır. Bu durumda dirençte kaybolan gücün ortalama değeri, gücün sabit bileşenine eşit olacaktır. Yani

$$P_{\text{ort}} = \frac{V_m \cdot I_m}{2} = \frac{P_m}{2} \quad (4.15)$$

olur. Denklem (4.15) ifadesinde 2 yerine  $(\sqrt{2} \cdot \sqrt{2})$  yazalım. Bu durumda,

$$P_{\text{ort}} = (V_m / \sqrt{2}) (I_m / \sqrt{2}) \quad (4.16)$$

olur. Maksimum değer  $\sqrt{2}$ 'ye bölümü efektif (etkin, efektif, r.m.s) değeri verdiği göre,

$$V = V_m/\sqrt{2} \quad ; \quad I = I_m/\sqrt{2} \quad (4.17)$$

yazılabilir. Bu durumda,

$$P = P_{\text{ort}} = V.I \quad (4.18)$$

olur. Yani dirençte tüketilen gücün ortalama değeri, dirençten geçen AC akımın ve dirence uygulanan AC gerilimin efektif değerlerinin çarpımına eşittir.

Dirençteki enerji,  $W_R$  ile gösterilir. T zaman olmak üzere enerji;

$$\left. \begin{aligned} W_R &= VIT \quad (\text{Joule, J}) \\ W_R &= \frac{VI}{f} \quad (\text{Joule, J}) \\ W_R &= \int p dt = R \int i^2 dt = \frac{1}{R} \int v^2 dt \quad (\text{Joule, J}) \end{aligned} \right\} \quad (4.19)$$

şeklinde hesaplanır.

**Örnek 4.19:** Gerilimi  $v = 100 \sin \omega t$  (V) olan şebekeye, direnci  $R = 20 \Omega$  olan bir ısıtıcı bağlanmıştır. Buna göre,

- Dirençten geçen akımın genel ifadesini,
  - Gerilim ve akımın etkin değerlerini,
  - Dirençte ısı şeklinde kaybolan gücü,
- bulunuz.

**Çözüm 4.19:**

$$\begin{aligned} \text{a) } i &= \frac{V}{R} = \frac{100 \sin \omega t}{20} = 5 \sin \omega t \quad (\text{A}) \\ \text{b) } v &= 100 \sin \omega t \quad (\text{V}), \quad i = 5 \sin \omega t \quad (\text{A}) \\ V_m &= 100 \text{ V} \quad \quad I_m = 5 \text{ A} \end{aligned}$$

$$V = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = \frac{100}{\sqrt{2}} = 70,7 \text{ V}$$



$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{5}{\sqrt{2}} = 3,53 \text{ A}$$

$$c) P = P_{\text{ort}} = VI = I^2R = \frac{V^2}{R} = 70,7 \cdot 3,53 = 249,6 \text{ W}$$

$$P = 249,6 \text{ W}$$

**Örnek 4.20:** Paralel bağlı  $R_1 = 100 \Omega$  ve  $R_2 = 50 \Omega$  olan iki ısıtıcı gerilimi  $v = 311 \sin 314t$  (V) olan kaynağa bağlıdır. Buna göre,

- Kaynaktan çekilen ve ısıtıcılardan geçen akımların genel ifadelerini,
- Akımların efektif değerlerini,
- Isıtıcıların çektiği maksimum ve ortalama güçleri,
- Kaynak frekansını hesaplayınız.

**Çözüm 4.20:**

$$a) i_1 = \frac{V}{R_1} = \frac{311 \sin 314t}{100} = 3,11 \sin 314t \text{ (A)}$$

$$i_2 = \frac{V}{R_2} = \frac{311 \sin 314t}{50} = 6,22 \sin 314t \text{ (A)}$$

$$i = i_1 + i_2 = 3,11 \sin 314t + 6,22 \sin 314t = 9,33 \sin 314t$$

$$b) I_1 = \frac{I_{1m}}{\sqrt{2}} = \frac{3,11}{\sqrt{2}} \approx 2,2 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{I_{2m}}{\sqrt{2}} = \frac{6,22}{\sqrt{2}} \approx 4,4 \text{ A}$$

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{9,33}{\sqrt{2}} \approx 6,6 \text{ A}$$

$$c) P_{1m} = (I_{1m})^2 R_1 = (3,11)^2 \cdot 100 = 967,2 \text{ W}$$

$$P_{2m} = (I_{2m})^2 R_2 = (6,22)^2 \cdot 50 = 1934,42 \text{ W}$$

$$P_{1\text{ort}} = (I_1)^2 R_1 = (2,2)^2 \cdot 100 = 484 \text{ W}$$

$$P_{2\text{ort}} = (I_2)^2 R_2 = (4,4)^2 \cdot 50 = 968 \text{ W}$$

$$P_{1\text{ort}} = \frac{P_{1m}}{2} = \frac{967,2}{2} = 483,6 \text{ W}$$

$$P_{2ort} = \frac{P_{2m}}{2} = \frac{1934,42}{2} = 967,21 \text{ W}$$

$$\sum P_{ort} = P_{1ort} + P_{2ort} = 484 + 968 = 1452 \text{ W}$$

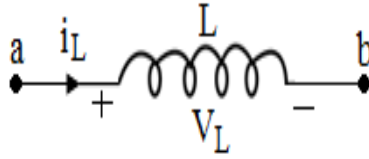
$$\sum P_{ort} = \frac{1}{2} P_m = \frac{1}{2} V_m \cdot I_m = \frac{1}{2} \cdot 311,9,33 \approx 1452 \text{ W}$$

d)  $v = 311 \sin 314t$  (V);  $\omega = 2\pi f$

$$\omega t = 2\pi f t; f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{314}{2\pi} = 50 \text{ Hz}$$

#### 4.11.2. Endüktans

Enerjiyi manyetik alanda depolayan devre elemanına endüktans adı verilir. Endüktansın devre analizindeki sembolü şekil 4.28’de verilmiştir.



Şekil 4.28. Endüktansın devre analizindeki sembolü

Akımın zamana göre değişmesi durumunda enerji, periyodun bir bölümünde depolanır, başka bir bölümünde kaynağa geri verilir. Endüktansın devreden çıkarılması durumunda manyetik enerjisi yok olur. Yani kaynak bağıntısı olmadan enerji depolanamaz. İdeal bir endüktansın uçlarındaki gerilim, endüktansın içinden geçen akımın değişme hızı ile orantılıdır. Endüktansın içinden geçen akım ile endüktansın uçlarındaki gerilim arasında,

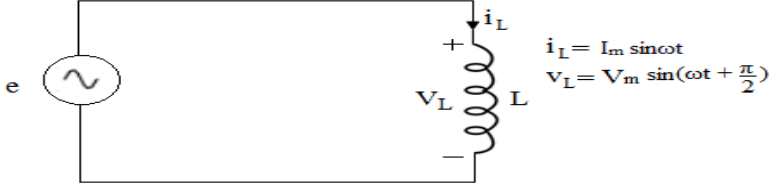
$$v = L \cdot \frac{di}{dt} \quad (4.20)$$

bağıntısı vardır. Denklem (4.20) eşitliğinden akım için;

$$i = \frac{1}{L} \int v \cdot dt \quad (4.21)$$

bağıntısı vardır.

Sinüsoidal alternatif akım kaynağına bağlı olan L endüktansı şekil 4.29'de verilmiştir.



Şekil 4.29. Sinüsoidal AC akım kaynağına bağlı olan L endüktansı

Şekil 4.29'daki devreden,

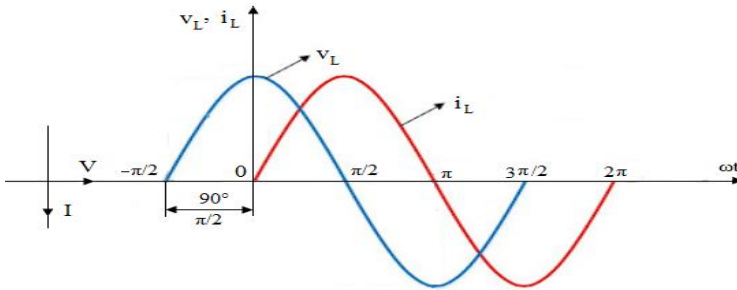
$$i_L = I_m \sin \omega t \quad (4.22)$$

şeklinde sinüsoidal akımın geçtiğini var sayalım. Bu durumda endüktansın uçlarındaki gerilim,

$$V_L = L \cdot \frac{di_L}{dt} = L \cdot \frac{d(I_m \sin \omega t)}{dt} = \omega L I_m \cos \omega t = \omega L I_m \sin \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right)$$

$$V_L = \omega L I_m \sin \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right) \quad (4.23)$$

şeklinde olur. Buradan görüleceği gibi endüktansın uçlarındaki gerilim ile endüktansdan geçen akım arasında  $90^\circ$  faz farkı vardır. Yani endüktanstaki gerilim akımdan  $90^\circ$  ileri fazlıdır veya endüktanstan geçen akım, gerilimden  $90^\circ$  geri fazlıdır. Endüktanstaki akım ve gerilimin değişim eğrisi, Şekil 4.30'da verilmiştir.



Şekil 4.30. Endüktanstaki akım ve gerilimin değişim

Denklem (4.23) ifadesinde sinüsoidal fonksiyonun karşısındaki katsayı endüktanstaki gerilimin maksimum değeridir. Yani,

$$V_m = \omega L I_m \quad (4.24)$$

şeklindedir. Denklem (4.24) ifadesinin her iki tarafını  $\sqrt{2}$ 'ye bölersek,

$$V = \omega L I \quad (4.25)$$

elde edilir. Denklem (4.24) ve Denklem (4.25) ifadesi maksimum ve etkin değerler için endüktansta Ohm kanununun ifadesidir.

Bir alternatif akım devresinde akımın geçmesine endüktansın gösterdiği zorluğa endüktif reaktans denilir. Endüktif reaktans  $X_L$  ile gösterilir. Birimi ohm ( $\Omega$ )'dur.

$X_L = \omega L = 2\pi fL$  şeklinde hesaplanır.

Endüktansa ohm kanunu,

$X_L = \frac{V_m}{I_m}$  şeklinde uygulanır.

İdeal endüktanslı devrede aktif güç sıfırdır ( $P = 0$ ). İdeal endüktanslı devrede akım ile gerilimin etkin değerlerinin çarpımına reaktif güç adı verilir. Reaktif güç;

$$Q_L = V I \quad (4.26)$$

şeklinde bulunur. Reaktif gücün birimi volt-amper-reaktif (VAR)'dır.

$Q_L$ : Endüktansın reaktif gücüdür (VAR)

$V$ : Endüktanstaki gerilimin etkin değeridir (V)

$I$ : Endüktanstan geçen akımın etkin değeridir (A)

$$\text{Reaktif güç; } Q_L = V I = I^2 X_L = \frac{V^2}{X_L} \quad (4.27)$$

şeklinde hesaplanabilir.

Endüktansın manyetik alanında depolanan enerji,

$$W_L = \frac{1}{2} L i^2 \quad (4.28)$$

bağıntısı ile ifade edilir.

Endüktansın manyetik alanında depolanan maksimum enerji ise,

$$W_L = \frac{1}{2} L I_{\max}^2 \quad (4.29)$$

veya

$$W_{L\max} = \frac{1}{2} L I^2 \quad (4.30)$$

şeklindedir. Denklem (4.30) ifadesinde I, akımın efektif değeridir.

**Örnek 4.21:** 30 mH değerindeki endüktanstan  $i = 10 \sin 50t$  (A) akımı akmaktadır. Gerilim ifadesini yazınız.

**Çözüm 4.21:**

$$v = L \cdot \frac{di}{dt} = 30 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{d(10 \sin 50t)}{dt}$$

$$v = 30 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \cdot 50 \cos 50t = 15 \sin (50t + 90^\circ) \text{ V}$$

**Örnek 4.22:** 0,1 H değerindeki endüktansa aşağıda verilen gerilim değerleri uygulandığına göre akımı bulunuz.

$$\text{a) } v = 100 \sin 344t \text{ (V)} \quad \text{b) } v = 50 \sin(344t + 50^\circ) \text{ (V)}$$

**Çözüm 4.22:**

$$\text{a) } X_L = \omega L = 344 \cdot 0,1 = 34,4 \Omega$$

$$V_m = 100 \text{ V}$$

$$I_m = \frac{V_m}{X_L} = \frac{100}{34,4} = 2,9 \text{ A}$$

$$i = 2,9 \sin(344t - 90^\circ) \text{ A}$$

$$\text{b) } V_m = 50 \text{ V}$$

$$I_m = \frac{V_m}{X_L} = \frac{50}{34,4} = 1,45 \text{ A}$$

$$i = 1,45 \sin(344t + 50^\circ - 90^\circ) \text{ A}$$

$$i = 1,45 \sin(344t - 40^\circ) \text{ A}$$

**Örnek 4.23:** 2 mH değerindeki bir endüktanstan  $i = 5 \sin\omega t$  (A) akım akmaktadır. Depolanan enerjinin maksimum değerini bulunuz.

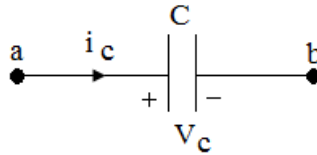
**Çözüm 4.23:**

$$i = 5 \sin\omega t \text{ (A); } I_m = 5 \text{ A}$$

$$W_{\max} = \frac{1}{2} L(I_m)^2 = 25 \text{ mJ}$$

### 4.11.3. Kondansatör

Enerjiyi elektrik alanında saklayan devre elemanına kondansatör adı verilir. Gerilimin bir periyot boyunca değişiyor olması durumunda, enerji bir bölümde saklanır, diğer bölümde kaynağa geri verilir. Kondansatör, bağlı olduğu devreden çıkartılsa bile yükünü korur. Dolayısıyla elektrik alanı yok olmaz. Kondansatör boşalması için bir yol sağlanana kadar enerjisini saklar. Kondansatörün devre analizindeki sembolü şekil 4.31’de verilmiştir.



Şekil 4.31. Kondansatörün devre analizindeki sembolü

Bu devre elemanı üzerinden geçen bir akımın, devre üzerindeki gerilimin zamana göre türevi ile doğru orantılı olduğunu gösterir. Yani,

$$i = C \cdot \frac{dV}{dt} \quad (4.31)$$

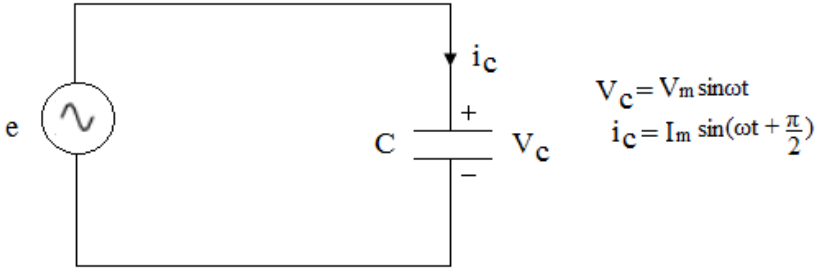
olur. Denklem (4.31) ifadesinden gerilim aşağıdaki gibi belirlenir.

$$v = \frac{1}{C} \int i dt \quad (4.32)$$

veya  $i = \frac{dq}{dt}$  denklemi dikkate alınacak olursa,

$$v = \frac{q}{C}; q = Cv \quad (4.33)$$

elde edilir. Orantılık sabiti C, devre elemanının yük depo etme özelliğini belirler ve elemanın kapasitesi olarak adlandırılır. Kapasite farad (F) olarak ölçülür. Sinüsoidal AC kaynağına bağlı olan C kondansatörü şekil 4.32’de verilmiştir.



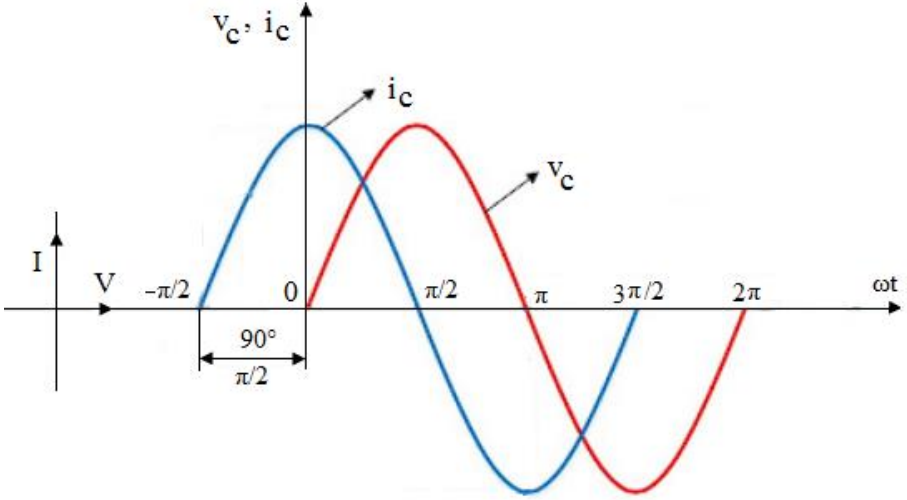
Şekil 4.32. Sinüsoidal AC kaynağına bağlı olan C kondansatörü

Şekil 4.32’deki devreye  $v_c = V_m \sin \omega t$  şeklinde sinüsoidal gerilimin uygulandığını varsayalım. Bu durumda kondansatörden geçen akım,

$$i = C \cdot \frac{dV}{dt} = C \cdot \frac{d(V_m \sin \omega t)}{dt} = \omega C V_m \cos \omega t$$

$$i = \omega C V_m \sin(\omega t + 90^\circ) \quad (4.34)$$

şeklinde olur. Buradan görüleceği gibi kondansatör uçlarındaki gerilim ile kondansatörden geçen akım arasında  $90^\circ$  faz farkı vardır. Yani kondansatörden geçen akım, gerilimden  $90^\circ$  ileri fazdadır veya kondansatör uçlarındaki gerilim akımdan  $90^\circ$  geri fazlıdır. Akım ve gerilim değişim eğrisi şekil 4.33’de verilmiştir.



Şekil 4.33. Kondansatördeki akım ve gerilim değişim eğrisi

Denklem (4.34) ifadesinde sinüsoidal fonksiyonun karşısındaki katsayı kondansatörden geçen akımın maksimum değeridir. Yani,

$$I_m = \omega C V_m \quad (4.35)$$

şeklindedir. Denklem (4.35) ifadesinin her iki tarafını  $\sqrt{2}$ 'ye bölersek,

$$\frac{I_m}{\sqrt{2}} = \omega C \frac{V_m}{\sqrt{2}}$$

$$I = \omega C V \quad (4.36)$$

elde edilir.

Denklem (4.35) ve Denklem (4.36) ifadesi maksimum ve etkin değerler için kondansatörde Ohm kanununun ifadesidir. Bir alternatif



akım devresinde akımın geçmesine kondansatörün gösterdiği zorluğa kapasitif reaktans denilir. Kapasitif reaktans  $X_c$  ile gösterilir. Birimi ohm ( $\Omega$ )'dur.

$$X_c = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} = \text{şeklinde hesaplanır.}$$

Kapasitif reaktans, kondansatörün kapasitesi ile ters orantılıdır. Kapasitif reaktansı etkileyen diğer bir unsur da frekanstır. Kapasitif reaktans frekansla da ters orantılıdır. Kondansatöre Ohm kanunu,

$$X_c = \frac{V_m}{I_m} \text{ şeklinde uygulanır.}$$

Kondansatörlü devrede, akım gerilimden  $90^\circ$  ileri fazlıdır. Kondansatörler aktif güç çekmezler. Ancak enerji depo eden elamanlardır. Kondansatörlerde akım ile gerilimin etkin değerlerinin çarpımına reaktif güç denilir. Devre kapasitif olduğu için kapasitif reaktif güç olarak adlandırılır. Birimi Volt Amper Reaktif (VAR).  $Q_c$  sembolü ile gösterilir. Kapasitif reaktif güç,

$$Q_c = VI = I^2 X_c = \frac{V^2}{X_c} \text{ formülü ile bulunur.}$$

Burada;

$Q_L$ : Kondansatörün reaktif gücüdür (VAR)

$V$ : Kondansatördeki gerilimin efektif değeridir (V)

$I$ : Kondansatörden geçen akımın efektif değeridir (A)

Kondansatördeki aktif güç;

$$P = \frac{V_m I_m}{2} \cos 90^\circ = 0 \quad (4.37)$$

olur. Yüklü bir kondansatör, aynı zamanda bir elektrostatik enerji deposudur. Kondansatörde depo edilen enerji  $W_c$  ile gösterilir. Birimi Joule (J)'dur. Elektrik alanında depolanan enerji,

$$W_c = \frac{1}{2} qV \quad (4.38)$$

bağıntısı ile ifade edilir. Burada;

q : Yüktür. Birimi Coulomb (C)

V : Gerilimdir. Birimi Volt (V)

W: Enerjidir. Birimi Joule (J)

q = Cv olduğunu dikkate alırsak bu durumda kondansatörde depo edilen enerji için,

$$W_c = \frac{1}{2} cV^2 \quad (4.39)$$

elde edilir. Burada;

C: Kapasitedir. Birimi farad (F)

Kondansatörün elektrik alanında depolanan maksimum enerji ise

$$W_{cmax} = \frac{1}{2} cV_{max}^2 \quad (4.40)$$

şeklindedir. Veya

$$W_{cmax} = cV^2 \quad (4.41)$$

şeklindedir. Denklem (4.41) ifadesinde V:gerilimin efektif değeridir.

**Örnek 4.24:** 1µF'lık kondansatöre aşağıda verilen gerilimler uygulandığında geçecek akımın ifadesini yazınız.

$$a) v = 100 \sin 344t \quad (V) \quad b) v = 50 \sin (344t - 60^\circ) \quad (V)$$

**Çözüm4.24:**

$$a) X_c = \frac{1}{\omega c} = \frac{1}{344 \cdot 1.10^{-6}} = \frac{10^6}{344} = 2907\Omega$$

$$v = 100\sin 344t \quad (V); \quad V_m = 100 \text{ V}$$

$$I_m = \frac{V_m}{X_c} = \frac{100}{2907} = 0,034 \text{ A} = 34 \text{ mA}$$

$$i = 34 \cdot 10^{-3} \sin(344t + 90^\circ) \quad (\text{A})$$

$$\text{b) } v = 50 \sin(344t - 60^\circ) \text{ (V)} ; V_m = 50 \text{ V}$$

$$I_m = \frac{V_m}{X_c} = \frac{50}{2907} = 0,017 \text{ A} = 17 \text{ mA}$$

$$i = 17 \cdot 10^{-3} \sin(344t - 60^\circ + 90^\circ) \quad (\text{A})$$

$$i = 17 \cdot 10^{-3} \sin(344t + 30^\circ) \quad (\text{A})$$

**Örnek 4.25:** Kapasitesi 25  $\mu\text{F}$  olan bir kondansatörün;

50 Hz'deki, b) 10 000 Hz'deki, c) Sonsuz frekanstaki, d) DC akımdaki kapasitif reaktanslarını hesaplayınız.

**Çözüm 4.25:**

$$\text{a) } X_c = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2.3,14.50.25 \cdot 10^{-6}} = \frac{10^6}{7850} = 127,2 \Omega$$

$$\text{b) } X_c = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2.3,14.10000.25 \cdot 10^{-6}} = 0,637 \Omega$$

$$\text{c) } X_c = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2.3,14.\infty.25 \cdot 10^{-6}} = 0 \Omega$$

$$\text{d) } X_c = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2.3,14.0.25 \cdot 10^{-6}} = \infty \Omega$$

## 4.12. Empedans ve Admitans

Elektrik devrelerinde akımlar ve gerilimler kompleks sayılarla ifade edilir. Bu kompleks sayıların elektrik devrelerindeki davranışını açıklamak için empedans ve admitans terimleri kullanılır. Empedans bir elektrik devresinin direncini, endüktansını ve kapasitansını birleştirerek ifade eden bir kompleks sayıdır. Empedans  $Z$  harfi ile gösterilir. Birimi ohm ( $\Omega$ )'dur. Bir elektrik devresinin empedansı, fazör gerilimin fazör akıma olan oranı ile ifade edilir. Yani empedans için;

$$Z = \frac{V}{I} \text{ (}\Omega\text{)} \quad (4.42)$$

yazılabilir. Admitans ve empedans birbirlerinin tersidir. Admitans Y harfi ile gösterilir. Birimi  $1/\Omega$ ; mho; siemens'tir. Bir elektrik devresinin admitansı, fazör akımın fazör gerilime olan oranı ile ifade edilir. Yani admitans için;

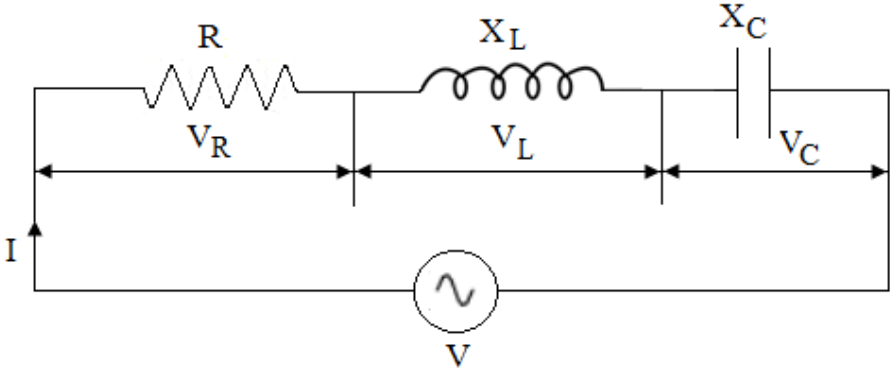
$$Y = \frac{I}{V} = \frac{1}{Z} \text{ (}\frac{1}{\Omega}\text{; mho; siemens)} \quad (4.43)$$

yazılabilir.

Empedans bir elektrik devresinin direncini ölçerken, admitans bir elektrik devresinin iletkenliğini ölçer. Empedans ve admitans, AC devrelerinde kullanılır ve devrelerin analizinde önemli bir rol oynar.

#### 4.13. Direnç-Bobin-Kondansatör Seri Devresi

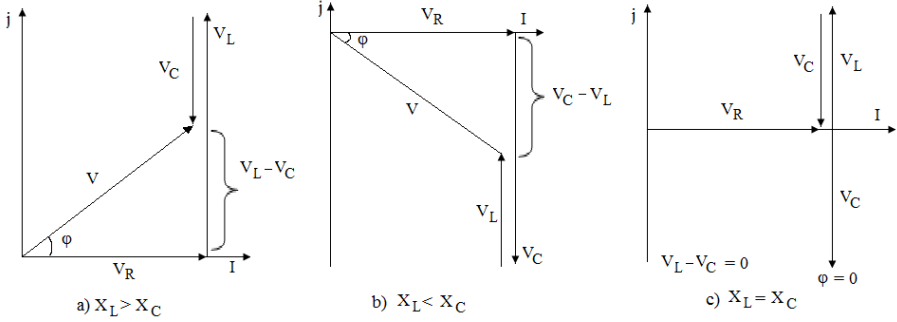
Seri bağlı direnç-bobin-kondansatör (R – L - C) devresi, Şekil 4.34'de verilmiştir.



Şekil 4.34. Seri bağlı direnç-bobin-kondansatör (R – L - C) devresi

Akım başlangıç fazı olarak alındığında,  $V_R$ , akım ile aynı fazda,  $V_L$  akıma göre  $90^\circ$  ileri fazda ve  $V_C$  akıma göre  $90^\circ$  geri fazda olacaktır.

Bu durumda şekil 4.34'deki devrenin vektör diyagramı şekil 4.35'deki gibi çizilir.



Şekil 4.35. Şekil 4.34'deki devrenin vektör diyagramı

Şekil 24.35a'dan V gerilimi için;

$$V = \sqrt{(VR)^2 + (VL - VC)^2} \quad (4.44)$$

yazılabilir.

$$V_R = I.R; V_L = IX_L; V_C = IX_C; V = IZ \quad (4.45)$$

şeklindedir. Eğer Denklem (4.45) ifadesini Denklem (4.44) ifadesinde yerine yazacak olursak Z için,

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \quad (4.46)$$

elde edilir. Denklem (4.44) ve Denklem (4.46) ifadelerinin incelenmesi sonucu R-L-C seri devrelerinde aşağıdaki üç durumla karşılaşılır.

a)  $X_L > X_C$  durumu:

Bu durumda, devre endüktif bir özellik gösterir. Yani akım gerilimden geri fazdadır (Şekil 4.35a). Devre akımı ile gerilim arasındaki açı,

$$\tan \varphi = \frac{V_L - V_C}{V_R} = \frac{X_L - X_C}{R} \quad (4.47)$$

veya

$$\cos \varphi = \frac{V_R}{V} = \frac{R}{Z} \quad (4.48)$$

ifadesinden bulunur.

b)  $X_L < X_C$  durumu:

Bu durumda, devre kapasitif özellik gösterir. Yani devre akımı, gerilimden ileri fazdadır (Şekil 4.35b). Bu durumda V ve Z için;

$$V = \sqrt{(V_R)^2 + (V_C - V_L)^2} \quad (4.49)$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2} \quad (4.50)$$

yazılabilir. Devre akımı ve gerilimi arasındaki açı ise;

$$\tan\phi = \frac{V_C - V_L}{V_R} = \frac{X_C - X_L}{R} \quad (4.51)$$

veya

$$\cos\phi = \frac{V_R}{V} = \frac{R}{Z} \quad (4.52)$$

ifadelerinden bulunur.

c)  $X_L = X_C$  durumu:

Bu durumda, devre ne endüktif ne de kapasitif özellik gösterir. Devre sadece direnci olan bir devre özelliği gösterir (Şekil 4.35c).  $X_L = X_C$  olduğunda  $V_L = V_C$  olur. Bu durumda,  $V = V_R$  ve  $Z = R$  olacaktır.  $X_L = X_C$  olduğunda devrede gerilimler rezonansı denilen rezonans oluşur. Şekil 4.34'deki seri R-L-C devresinden eşdeğer empedans için;

$$Z_{eş} = Z_1 + Z_2 + Z_3 = R \angle 0^\circ + X_L \angle 90^\circ + X_C \angle -90^\circ \quad (4.53)$$

yazılabilir. Bu durumda, I devre akımı için;  $I = \frac{R}{Z_{eş}}$  yazılabilir.  $V_R$ ,  $V_L$  ve  $V_C$  gerilimleri için ise

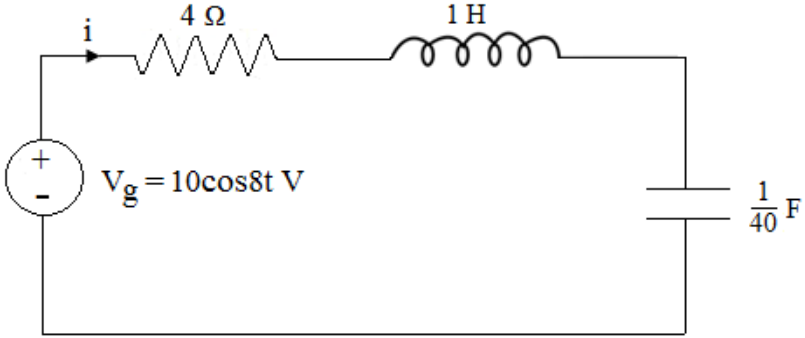
$$V_R = IR, V_L = jIX_L; V_C = -jIX_C \quad (4.54)$$

yazılabilir. Bu üç gerilim düşümünün vektöryel toplamı devreye uygulanan V gerilimine eşittir.  $V_R$  gerçek bileşen ile  $V_L$  ve  $V_C$  sanal bileşenlerinin toplamı olan V devre gerilimi kompleks sayı olup,

$$V = V_R + jV_L - jV_C = V_R + j(V_L - V_C) \quad (4.55)$$

şeklinde ifade edilir.

**Örnek 4.26:** Şekil 4.36'daki devreyi frekans tanım aralığında çizip  $i$  akımını zaman tanım aralığında bulunuz.

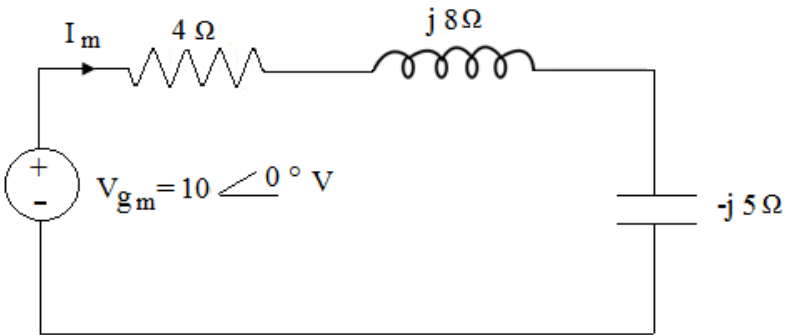


Şekil 4.36

$$\omega = 8 \text{ rad/s}$$

$$X_L = \omega L = 8 \cdot 1 = 8 \Omega$$

$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2 \cdot \frac{1}{40}} = 5 \Omega$  olduğundan, frekans tanım aralığındaki fazör devresi şekil 4.37'teki gibidir.



Şekil 4.37

Fazör devresinden toplam empedans,

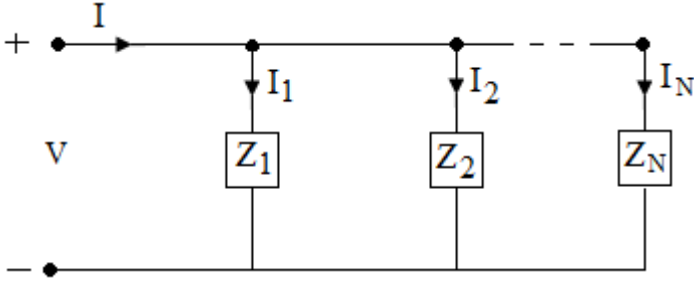
$$Z_T = 4 + j8 - j5 = 4 + j3 = 5 \angle 36,87^\circ \Omega \text{ olup, } I_m \text{ akımı;}$$

$$I_m = \frac{V_{gm}}{Z_T} = 2 \angle -36,87^\circ \text{ A olup, zaman tanım aralığında,}$$

$$i = 2 \cos(8t - 36,87^\circ) \text{ A olur.}$$

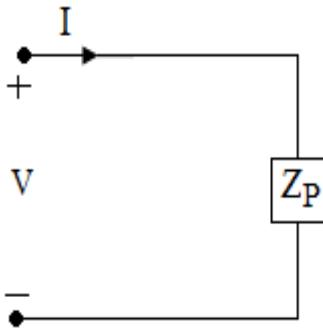
#### 4.14. Paralel Devreler

Paralel bağlı empedanslardan oluşan devre, şekil 4.38’de verilmiştir.



Şekil 4.38. Paralel bağlı empedanslardan oluşan devre

Şekil 4.38’deki devrenin eşdeğeri şekil 4.39’da verilmiştir.



Şekil 4.39. Şekil 4.38’deki devrenin eşdeğeri



Şekil 4.38 ve Şekil 4.39'daki devrenin uç değerleri  $V$ ,  $I$  birbirine eşittir. Şekil 4.38'deki devre için Kirchhoff'un Akım Yasasına göre,

$$I = I_1 + I_2 + \dots + I_N \quad (4.56)$$

yazılabilir.

$$\left. \begin{array}{l} V = I_1 Z_1; \quad I_1 = \frac{V}{Z_1} \\ V = I_2 Z_2; \quad I_2 = \frac{V}{Z_2} \\ \dots\dots\dots \\ V = I_N Z_N; \quad I_N = \frac{V}{Z_N} \end{array} \right\} \quad (4.57)$$

olduğunu, Denklem (4.56) ifadesinde yerine yazarsak  $I$  akımı için,

$$I = \frac{V}{Z_1} + \frac{V}{Z_2} + \dots + \frac{V}{Z_N} \quad (4.58)$$

elde edilir. Şekil 4.39'daki eşdeğer devreden  $I$  akımı için,

$$I = \frac{V}{Z_P} \quad (4.59)$$

yazılabilir.

Şekil 4.38 ve Şekil 4.39'daki devrelerin akımlarını birbirine eşitlesek,

$$I = \left[ \frac{V}{Z_1} + \frac{V}{Z_2} + \dots + \frac{V}{Z_N} \right] = \frac{V}{Z_P} \quad (4.60)$$

$$I = \left[ \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \dots + \frac{1}{Z_N} \right] V = \frac{V}{Z_P} \quad (4.61)$$

elde edilir. Denklem (4.61) ifadesinden

$$\frac{1}{Z_P} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \dots + \frac{1}{Z_N} \quad (4.62)$$

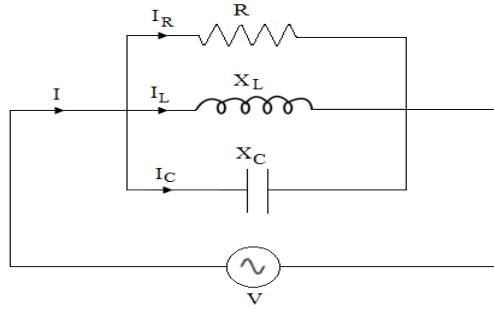
elde edilir. Admitans  $Y = \frac{1}{Z}$  olduğundan Denklem (4.62) ifadesi admitans şeklinde,

$$Y_P = Y_1 + Y_2 + \dots + Y_N \quad (4.63)$$

Olarak yazılır.

#### 4.15. Direnç-Bobin-Kondansatör (R – L - C) Paralel Devresi

Diren-Bobin-Kondansatör (R – L - C) paralel devresi şekil 4.40'da verilmiştir.

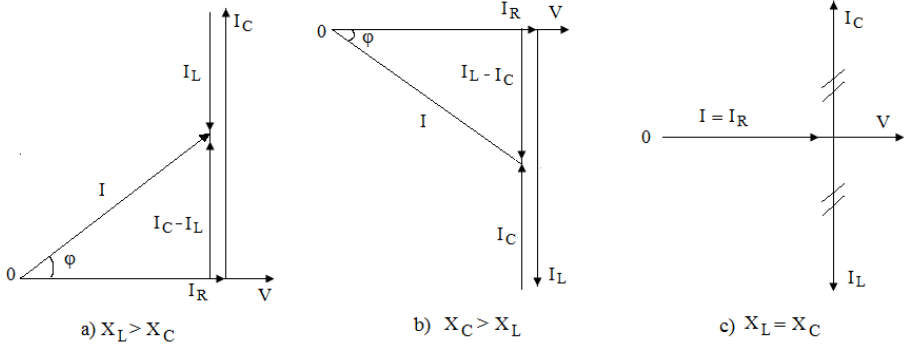


Şekil 4.40. Diren-Bobin-Kondansatör (R – L - C) paralel devresi

Dirençten geçen akım  $I_R$  olup gerilimle aynı fazda, bobinden geçen akım  $I_L$  olup gerilimden  $90^\circ$  geri fazlı ve kondansatörden geçen akım  $I_C$  olup gerilimden  $90^\circ$  ileri fazlıdır. Bu üç akımın vektörel toplamı da devre akımı  $I$ 'yi verir. Bu değerlerde üç değişik durumda karşılaştırılır.

a)  $X_L > X_C$  durumu:

Bu durumda kondansatörden geçen  $I_C$  akımı, bobinden geçen  $I_L$  akımından büyük olacaktır. Bu durum için vektör diyagramı şekil 4.41a'da gösterilmiştir.



Şekil 4.41

Şekil 4.41a'daki vektör diyagramından

$$I = \sqrt{(I_R)^2 + (I_C - I_L)^2} \quad (4.64)$$

yazılabilir. Denklem (4.64) ifadesinin her iki tarafı V'ye bölünerek empedans için;

$$\frac{I}{V} = \sqrt{\left(\frac{I_R}{V}\right)^2 + \left(\frac{I_C}{V} - \frac{I_L}{V}\right)^2} \text{ denkleminde,}$$

$$\frac{1}{Z} = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L}\right)^2} \quad (4.65)$$

veya

$$Z = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L}\right)^2}} \quad (4.66)$$

ifadeleri alınır.

Akımla gerilim arasındaki faz farkı,

$$\tan \varphi = \frac{I_C - I_L}{I_R} = \frac{X_C - X_L}{X_C \cdot X_L} \cdot R \quad (4.67)$$

$$\cos \varphi = \frac{I_R}{I} = \frac{Z}{R} \quad (4.68)$$

ifadesinden bulunur.

b)  $X_C > X_L$  durumu:

Bu durumda  $I_L$  akımı,  $I_C$  akımından büyük olduğundan vektör diyagramı şekil 4.41b'deki gibi olur. Vektör diyagramından,

$$I = \sqrt{(I_R)^2 + (I_L - I_C)^2} \quad (4.69)$$

bu ifadenin her iki tarafı  $V$ 'ye bölünerek empedans için,

$$\frac{1}{Z} = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C}\right)^2} \quad (4.70)$$

veya

$$Z = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C}\right)^2}} \quad (4.71)$$

alınır. Devrenin faz açısı,

$$\tan \varphi = \frac{I_L - I_C}{I_R} = \frac{X_C - X_L}{X_C \cdot X_L} \cdot R \quad (4.72)$$

veya

$$\cos \varphi = \frac{I_R}{R} = \frac{Z}{R} \quad (4.73)$$

ifadesinden bulunur.

c)  $X_C = X_L$  durumu:

Bu durum, özel bir durumdur. Bu durumda devrede akımlar rezonansı denilen bir rezonans oluşur. Şekil 4.41c'deki vektör diyagramından da görüleceği gibi bu durumda  $I_L = I_C$  olduğundan  $I = IR$  olur. Devrenin faz açısı da  $\varphi = 0$  olur.

Şekil 4.40'daki paralel R - L - C devresinin eşdeğer admintansı için,

$$Y_{eş} = Y_1 + Y_2 + Y_3 = \frac{1}{R} - j\frac{1}{X_L} + j\frac{1}{X_C} = G + j(B_C - B_L) \quad (4.74)$$

yazılabilir. Burada;

$G = \frac{1}{R}$  olup iletkenlik olarak adlandırılır. Birimi mho;  $\frac{1}{\Omega}$ ; siemens'tir. İletkenlik gerçek sayıdır.

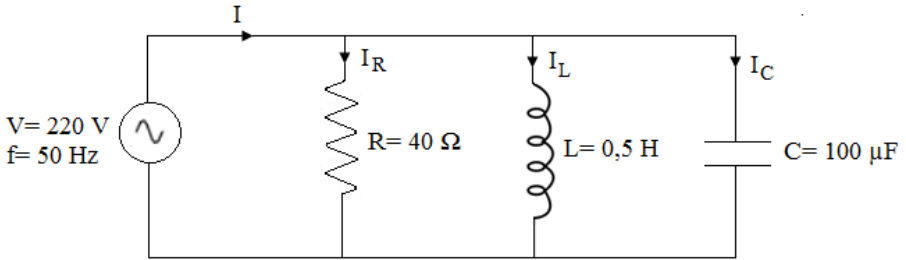
$B_L = \frac{1}{X_L}$  olup suseptans olarak adlandırılır. Birimi mho;  $\frac{1}{\Omega}$ ; siemens'tir. Suseptans, sanal sayıdır.

$B_c = \frac{1}{X_c}$  olup suseptans olarak adlandırılır. Birimi mho;  $\frac{1}{\Omega}$ ; siemens'tir.  $B_c$ 'de sanal sayıdır.

$Y = \frac{1}{Z}$  olup admitans olarak adlandırılır. Admitans, empedansın tersidir. Admitans, karmaşık sayıdır.

**Örnek 4.27:** Aşağıdaki şekil 4.42'de verilen R - L - C paralel devresi için,

- Kol akımlarını,
- Devre akımını,
- Devre admitansını,
- Devrenin eşdeğer empedansını bulunuz.



Şekil 4.42

**Çözüm 4.27:**

$$a) I_R = \frac{220}{40} = 5,5 \text{ A}; I_R = 5,5 + j0 \text{ A}$$

$$X_L = j\omega L = j2\pi fL = j2.3,14.50.0,5 = 157 \angle 90^\circ \Omega$$

$$I_L = \frac{220 \angle 0^\circ}{157 \angle 90^\circ}$$

$$I_L = 1,4 \angle -90^\circ$$

$$I_L = 0 - j1,4 \text{ A}$$

$$X_C = -j \frac{1}{\omega C} = -j \frac{1}{2\pi f C} = -j \frac{1}{2,3,14,50,100,10^{-6}} = 31,85 \angle -90^\circ \Omega$$

$$I_C = \frac{220 \angle 0^\circ}{31,85 \angle 90^\circ}$$

$$I_C = 6,9 \angle 90^\circ \text{ A} = 0 + j6,9 \text{ A}$$

$$b) I = I_R + I_L + I_C = (5,5 + j0) + (0 - j1,4) + (0 + j6,9)$$

$$I = 5,5 + j(6,9 - 1,4) = 5,5 + j5,5$$

$$I = \sqrt{5,5^2 + 5,5^2} \angle \arctan 1 = 7,778 \angle 45^\circ \text{ A}$$

$$c) Y = G + j(B_C - B_L)$$

$$Y = (1/40) + j[(1/31,85) - (1/157)]$$

$$Y = 0,025 + j[(0,0314) - (0,0064)]$$

$$Y = 0,025 + j0,025 = 0,0353 \angle 45^\circ \text{ mho; } 1/\Omega; \text{ siemens}$$

$$Y = 0,0353 \angle 45^\circ \text{ mho; } 1/\Omega; \text{ siemens}$$

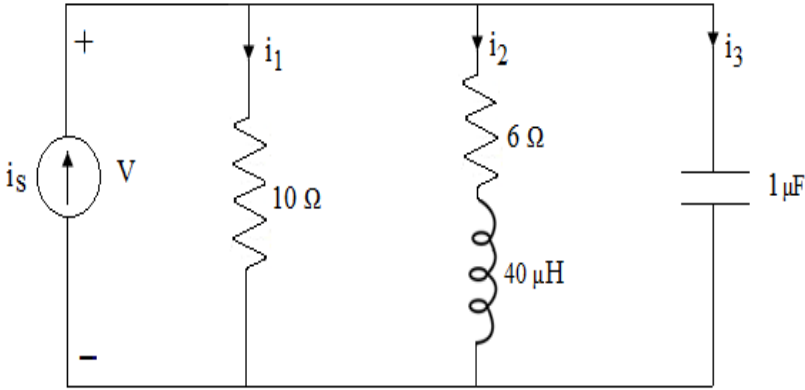
$$d) Z = 1/Y = 1/0,0353 \angle 45^\circ = 28,3 \angle -45^\circ \Omega$$

**Örnek 4.28:** Aşağıdaki şekil 4.43'deki devrede sinüsoidal akım

kaynağı devreye  $i_s = 8\cos 200000 t$  (A) akım vermektedir. Buna göre;

a) Frekans tanım bölgesindeki eşdeğer devreyi çiziniz.

b)  $i_1, i_2, i_3$  akımlarını zaman tanım aralığında bulunuz.



Şekil 4.43

**Çözüm 4.28:**

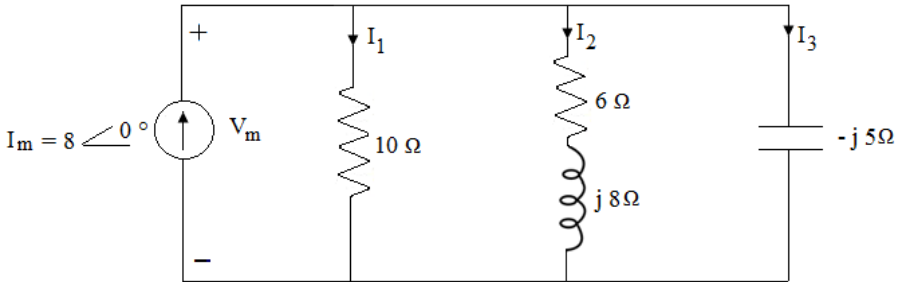
Frekans tanım aralığında akım kaynağı  $I_m$  akımı  $I_m = 8 \angle 0^\circ$  A'dir. Dirençleri değiştirmeden  $6 \Omega$ ,  $10 \Omega$  olarak alırız. Bobinin endüktif reaktansı,

$$X_L = 2 \cdot 10^5 \cdot 40 \cdot 10^{-6} = 8 \Omega \text{ olarak bulunur.}$$

Kondansatörün kapasitif reaktansı;

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2 \cdot 10^5 \cdot 1 \cdot 10^{-6}} = 5 \Omega \text{ olarak bulunur.}$$

Elde edilen değerlere göre frekans tanım bölgesindeki eşdeğer devre (fazör devresi) aşağıdaki şekil 4.44'deki gibi olur.



Şekil 4.44

$$b) Y = Y_1 + Y_2 + Y_3 = \frac{1}{10} + \frac{1}{6+j8} + \frac{1}{-j5}$$

$$Y = 0,1 + 0,06 - j0,08 + j0,2 = 0,16 + j0,12 \text{ mho; } 1/\Omega; \text{ siemens}$$

olarak bulunur. Buradan da eşdeğer empedans,

$$Z = \frac{1}{Y} = \frac{1}{0,16 + j0,12} = \frac{0,16 - j0,12}{(0,16 + j0,12)(0,16 - j0,12)} = \frac{0,16 - j0,12}{0,04}$$

$$Z = 4 - j3 = 5 \angle -36,87^\circ \Omega \text{ olarak bulunur.}$$

Gerilimin maksimum değeri,

$$V_m = I_m Z = 8 \angle 0^\circ \cdot 5 \angle -36,87^\circ = 40 \angle -36,87^\circ \text{ V}$$

olarak bulunur.

$I_{1m}$ ,  $I_{2m}$ ,  $I_{3m}$  akımları sırasıyla;

$$I_{1m} = \frac{V_m}{Z_1} = \frac{40 \angle -36,87^\circ}{10 \angle 0^\circ} = 4 \angle -36,87^\circ \text{ A}$$

$$I_{2m} = \frac{V_m}{Z_2} = \frac{40 \angle -36,87^\circ}{6+j8} = \frac{40 \angle -36,87^\circ}{10 \angle 53,13^\circ} = 4 \angle -90^\circ \text{ A}$$

$$I_{3m} = \frac{V_m}{Z_3} = \frac{40 \angle -36,87^\circ}{-j5} = \frac{40 \angle -36,87^\circ}{5 \angle -90^\circ} = 8 \angle 53,13^\circ \text{ A}$$

olarak bulunur.

Zaman tanım bölgesinde,

$$v = 40 \cos(200000 t - 36,87^\circ) \text{ V}$$

$$i_1 = 4 \cos(200000 t - 36,87^\circ) \text{ A}$$

$$i_2 = 4 \cos(200000 t - 90^\circ) \text{ A}$$

$$i_3 = 8 \cos(200000 t + 53,13^\circ) \text{ A}$$

olarak elde edilir.



#### 4.16. Tek Fazlı Alternatif Akım Devrelerinde Güç

Zaman biriminde yapılan işe güç denir. Güç birimi W, kW, MW, GW, TW'tır. Eğer yük uçları a ve n olarak tariflenmiş, akım ve gerilim aşağıdaki eşitliklerle verilmişse,

$$V_{an} = V_{\max} \cos \omega t; i_{an} = I_{\max} \cos (\omega t - \theta) \quad (4.75)$$

Bu durumda ani güç,

$$p = v_{an} \cdot i_{an} = V_{\max} \cos \omega t \cdot I_{\max} \cos (\omega t - \theta) \quad (4.76)$$

şeklinde olur.

$v_{an}$  ve  $i_{an}$  aynı işaretlere sahip olduklarında ani güç pozitif,  $v_{an}$  ve  $i_{an}$  farklı işaretlere sahip olduklarında ise ani güç negatif olacaktır.  $v_{an}$  ve  $i_{an}$  aynı fazda ise ki bu durumda yük tamamen aktif dirençten meydana geldiği için ani güç asla negatif olmayacaktır. Akım ve gerilim arasındaki faz farkı  $90^\circ$  olduğunda ki bu durum yükün tam kapasitif veya tam endüktif olması halidir. Bu durumda, ani gücün pozitif ve negatif yarım periyotları birbirine eşit ve ortalama değer sıfır olacaktır. Trigonometrik özellikleri kullanarak Denklem (4.76) eşitliği aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\sin 2\omega t = 2 \sin \omega t \cdot \cos \omega t$$

$$\frac{1 + \cos 2\omega t}{2} = \cos^2 \omega t$$

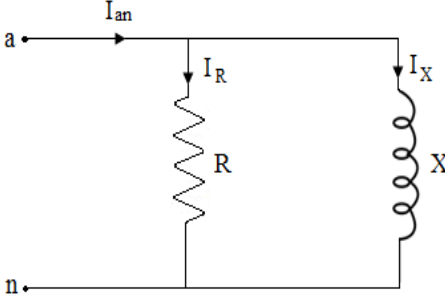
$$p = \frac{V_{\max} I_{\max}}{2} \cos \theta (1 + \cos 2\omega t) + \frac{V_{\max} I_{\max}}{2} \cdot \sin \theta \cdot \sin 2\omega t \quad (4.77)$$

$$\cos (\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

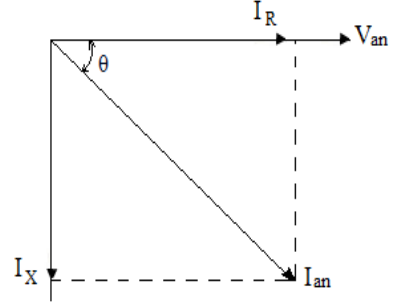
Burada;

$$\frac{V_{\max} I_{\max}}{2} = |V_{an}| \cdot |I_{an}| = |V| \cdot |I| \text{ yazılabilir.}$$

Paralel bağlı bir devre, şekil 4.45’de verilmiştir. Bu devrenin fazör diyagramı Şekil 4.46’de verilmiştir.



Şekil 4.45



Şekil 4.46

Şekil 4.46’den  $|I_R| = |I_{an}| \cos\theta$  olarak hesaplanabilir.  $i_{an}$  akımının maksimum değeri  $I_{max}$  ise  $i_R$ ’nin maksimum değeri,  $I_{max} \cos\theta$  olacaktır.  $i_R$  ani akımı  $v_{an}$  ani gerilimi ile aynı fazda olmak zorundadır.

$V_{an} = V_{max} \cos\omega t$  için,

$$i_R = I_{max} \cos\theta \cdot \cos\omega t \quad (i_{Rmax} = I_{max} \cos\theta) \quad (4.78)$$

$$i_X = I_{max} \sin\theta \cdot \sin\omega t \quad (i_{Xmax} = I_{max} \sin\theta) \quad (4.79)$$

olur. Bu durumda,

$$v_{an} \cdot i_R = V_{max} I_{max} \cos\theta \cdot \cos^2\omega t$$

$$v_{an} \cdot i_R = \frac{V_{max} I_{max}}{2} \cos\theta (1 + \cos 2\omega t) \quad (4.80)$$

olur. Bu, dirençteki ani güçtür ve Denklem (4.77) eşitliğinin 1. terimine eşittir. Benzer şekilde,

$$v_{an} \cdot i_X = V_{max} I_{max} \sin\theta \cdot \sin\omega t \cdot \cos\omega t$$

$$v_{an} \cdot i_X = \frac{V_{max} I_{max}}{2} \sin\theta \sin 2\omega t \quad (4.81)$$

elde edilir. Bu, endüktans üzerindeki ani güçtür ve Denklem (4.77) eşitliğinin 2. terimine eşittir. Denklem (4.77) eşitliğinin 1. terimi daima pozitifdir ve ortalama değer sahiptir. Bu değer;

$$P = \frac{V_{\max} I_{\max}}{2} \cos\theta \quad (4.82)$$

veya

$$P = |V|. |I| \cos\theta \quad (4.83)$$

yazılabilir.

Akım ve gerilim arasındaki  $\theta$  faz açısının kosinüsü güç faktörü olarak adlandırılır. Endüktif bir devre geri güç faktörüne, kapasitif bir devre ise ileri güç faktörüne sahip olur. Benzer şekilde reaktif güç için,

$$Q = \frac{V_{\max} I_{\max}}{2} \sin\theta \quad (4.84)$$

veya

$$Q = |V|. |I| \sin\theta \quad (4.85)$$

yazılabilir. P ve Q'nun karelerinin toplamının karekökü,  $|V|. |I|$ 'ya eşittir. Yani,

$$\sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{(|V|. |I| \cos\theta)^2 + (|V|. |I| \sin\theta)^2} = |V|. |I| \quad (4.86)$$

olur.

P ve Q aynı birime sahiptir. Fakat Q'nun birimi VAR, kVAR, MVAR, GVAR, TVAR olarak gösterilir.

$Z = R + jX$  olan bir seri devrede Denklem (4.83) ve Denklem (4.85) eşitliğinde V yerine  $|I|. |Z|$  yazılabilir. Bu durumda P ve Q için,

$$P = |I|^2 |Z| \cos\theta \quad (4.87)$$

$$Q = |I|^2 |Z| \sin\theta \quad (4.88)$$

elde edilir.

$R = |Z| \cos\theta$  ve  $X = |Z| \sin\theta$  olduğunu dikkate alırsak P ve Q için,

$$P = |I|^2 R; \quad Q = |I|^2 X \quad (4.89)$$

elde edilir.

$Q/P = \tan\theta$  olduğundan Denklem (4.83) ve Denklem (4.85) eşitliklerinden yararlanarak güç faktörü için,

$\cos\theta = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}}$  veya Denklem (4.83) ve Denklem (4.84) eşitliklerinden

$$\cos\theta = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}} \text{ yazılabilir.}$$

#### 4.17. Kompleks Güç

Devrede gerilim ve akım  $V = |V| \angle \alpha$  ve  $I = |I| \angle \beta$  ile gösterilirse, gerilimin akımın eşleneği ile çarpımı kompleks güç olarak adlandırılır.

$$VI^* = |V| \angle \alpha \cdot |I| \angle -\beta = |V||I| \angle \alpha - \beta$$

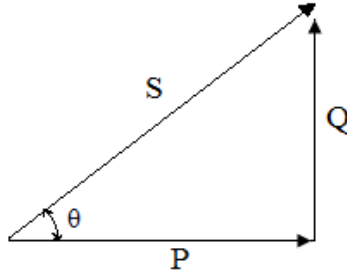
Kompleks güç genellikle S ile gösterilir ve trigonometrik formda;

$S = |V| \cdot |I| \cos(\alpha - \beta) + j|V| \cdot |I| \sin(\alpha - \beta)$  şeklinde yazılır. Burada  $(\alpha - \beta)$  gerilim ve akım arasındaki faz açısıdır. Kompleks güç,

$S = P + jQ$  şeklinde de yazılabilir.

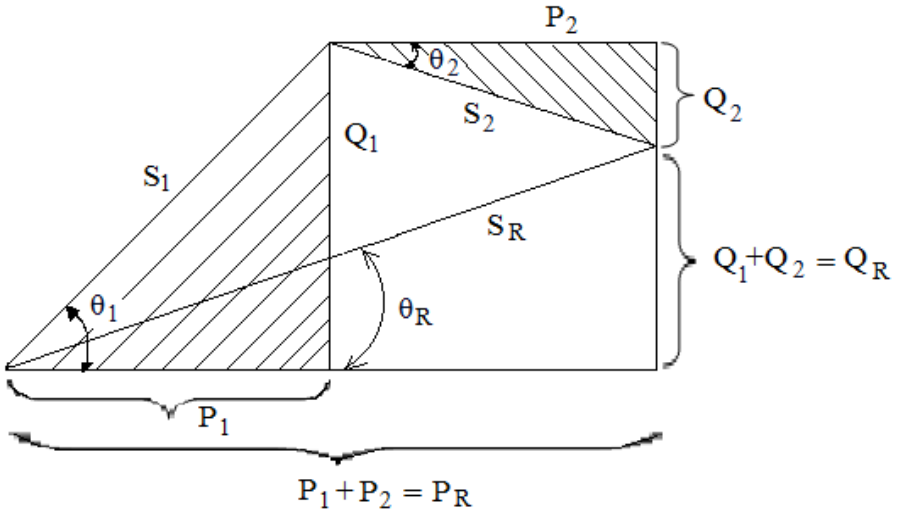
#### 4.18. Güç Üçgeni

Endüktif bir yük için güç üçgeni, şekil 4.47'de verilmiştir.



Şekil 4.47. Güç üçgeni

Burada  $\cos\theta = \frac{P}{|S|}$  yazılabilir. Şekil 4.48;  $P_1$ ,  $Q_1$  ve  $S_1$  için  $\theta_1$  geri faz açısına sahip yük ile  $P_2$ ,  $Q_2$  ve  $S_2$  için  $\theta_2$  ileri faz açısına sahip negatif yükün paralel bağlantısında güç üçgenlerini göstermektedir.



Şekil 4.48. Güç üçgenleri

Bu iki paralel bağlı yükün neticesinde elde edilen güç üçgeninin dik kenarları  $P_1 + P_2$ ;  $Q_1 + Q_2$  ve hipotenüsü  $S_R$  olur. Gerilim ve akım aralarındaki faz açısı  $\theta_R$ 'dir.

#### 4.19. Orta Gerilimde Kompanzasyon

Alternatif akımla beslenen şebekelerde endüksiyon prensibine göre çalışan bütün makinalar ve cihazlar, çalışabilmeleri için aktif enerjiden başka reaktif enerji de çekerler. Başlıca reaktif enerji çeken cihaz ve sistemler;

1. Asenkron ve senkron motorlar,
2. Transformatörler,
3. Doğrultucular (Redresörler),
4. Havai hatlar,
5. Düşük ikazlı senkron makinalar,
6. Endüksiyon fırınları, ark fırınları ve kaynak makinalarıdır.

Başlıca reaktif enerji veren cihaz ve sistemler ise;

1. Kondansatörler,
2. Kablolar,
3. Aşırı ikazlı senkron makinalar,
4. Yük taşımayan veya karakteristik gücün altında yük taşıyan çok yüksek gerilimli hatlardır.

Enerji iletim hattı (EİH)'nın ürettiği ve tükettiği reaktif güç birbirine eşit olduğunda EİH'dan karakteristik güç denilen bir güç çekilir. Bir tüketicinin şebekeden çektiği görünür güç;

$S = 3U_f.I = \sqrt{3} U_h.I$  ifadesine göre hesaplanabilir.

Burada;

$U_f$ : Faz nötr gerilimidir,

$U_h$ : Fazlar arası gerilimdir,

$I = I_a + jI_r$  olup görünür akımdır,

$I_a = I.\cos\phi$  olup aktif akımdır,

$I_r = I.\sin\phi$  olup reaktif akımdır,

$P = S \cdot \cos\phi$  olup aktif güçtür,

$Q = S \cdot \sin\phi$  olup reaktif güçtür.

Görünür akım ve görünür güç için;

$$I = \sqrt{(I_a)^2 + (I_r)^2}$$

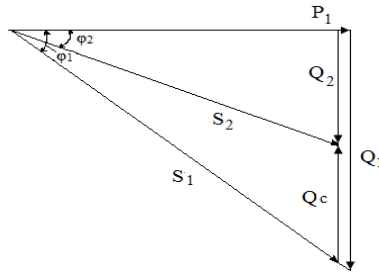
$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$  ifadeleri yazılabilir.

$\cos\phi$ : Güç katsayısıdır. Güç katsayısının (faktörü) büyük olması şebekeden çekilen reaktif güç azlığını, küçük olması ise reaktif gücün büyüklüğünü gösterir.

#### 4.20. Gerekli Kondansatör Gücünün Hesabı

Reaktif enerjiyi fazla tüketen işletmelerin veya cihazların yanına kondansatör koyarak çektiği akımın gerilime göre olan  $\phi$  açısı küçültülerek güç faktörü yükseltilebilir. Bu işleme kompanzasyon denir. Kompanzasyon için gerekli kondansatör gücünün hesaplanabilmesi için tüketicinin şebekeden çektiği  $S_1$  görünür gücü ve bu güce ait  $\cos\phi_1$  güç katsayısı, yükseltilmesi istenen  $\cos\phi_2$  güç katsayısı değerlerinin bilinmesi gereklidir. Gerekli kondansatör gücü iki yolla hesaplanabilir.

- a) İlk güç katsayısı altında çekilen  $P_1$  aktif gücü sabit tutularak şebekeden çekilen  $S_2$  görünür gücü küçültülür. Bu durum şekil 4.49'da gösterilmiştir.



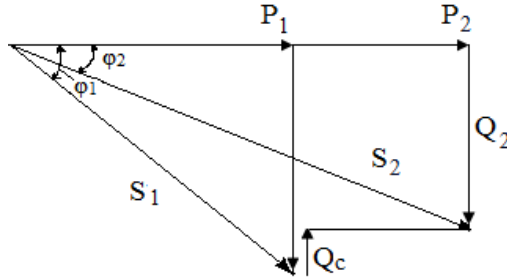
Şekil 4.49.  $S_2$  görünür gücünün küçültülmesi

$Q_1 = P_1 \tan \phi_1$  olup, kompanzasyondan önceki güçtür.

$Q_2 = P_2 \tan \phi_2$  olup, kompanzasyondan sonraki güçtür.

$Q_C = Q_1 - Q_2 = P_1(\tan \phi_1 - \tan \phi_2)$  olup, kondansatör gücüdür.

- b)  $S_1$  görünür gücü  $\cos \phi_2$  güç katsayısında da sabit tutularak çekilen  $P_2$  aktif gücü büyütülür. Bu durum şekil 4.50'de gösterilmiştir.



Şekil 4.50.  $P_2$  aktif gücünün büyütülmesi

$Q_1 = S \cdot \sin \phi_1$  olup, kompanzasyondan önceki güçtür.

$Q_2 = S \cdot \sin \phi_2$  olup, kompanzasyondan sonraki güçtür.

$Q_C = Q_1 - Q_2 = S(\sin \phi_1 - \sin \phi_2)$  olup, kondansatör gücüdür.

#### 4.21. Orta Gerilimde Kompanzasyonun Amacı

Enerji iletim hatlarının toplam empedansı; omik, endüktif ve kapasitif değerlerinin vektörel toplamından ibarettir. Hatlar, endüktif değerinden dolayı reaktif güç çekmekte, kapasitif değerinden dolayı da reaktif güç üretmektedir. Bir hattın karakteristik güç denilen bir güç çekildiğinde hattın ürettiği ve tükettiği reaktif güç birbirine eşittir. Yani hattın çekilen reaktif akış sıfıra düşürüldüğünden enerji kayıpları ve gerilim düşümü olmaz. Hatlar genellikle karakteristik gücün üstünde bir yükü yüklenirler. Enerji iletim hattından karakteristik gücün altında bir güç çekildiğinde hattın ürettiği reaktif güç, tükettiği reaktif güçten fazladır. Bu gücün generatörler, reaktörler ve tüketiciler



tarafından emilmemesi halinde reaktif akışın ve kayıpların azalması neticesinde sistemde gerilim yükselmesi meydana gelir. Karakteristik gücün üstünde bir güç çekilmesi halinde reaktif akışın artarak kayıpların artması neticesinde gerilim düşer.

Elektrik enerjisi üretim merkezlerinden tüketim merkezlerine 154 kV ve 380 kV'luk EİH ile iletilmektedir. Bu hatlarda gündüz puant yükün çekildiği zamanlarda karakteristik gücün üstünde bir güç çekilir. Bu nedenle gerilim düşer. Hatların sonundaki yüksek gerilim (YG)/ orta gerilim (OG) indirici transformatör merkezlerine konan şönt kapasitör vasıtasıyla sistemden çekilen reaktif gücün bir kısmı karşılanıp reaktif akış ve enerji kayıpları azaltılarak, gerilimin yükseltilmesi temin edilir. Ayrıca iletim hatlarının ve indirici transformatör merkezlerinin yüklenme kapasitesi artırılır. İletim hatlarından genellikle gece 0 - 8 saatleri arasında minimum yük çekilmektedir. Bu yük ise karakteristik gücün altındadır. Bu durumda, hattın ürettiği reaktif güç tükettiğinden fazla olduğundan reaktif gücün fazlalığı nedeniyle gerilim yükselir. Bunu önlemek için indirici transformatör merkezlerindeki şönt kapasitörler devre dışı edilir. Bu da gerilimin yeteri kadar düşürülmesine yeterli gelmediği takdirde, iletim hatlarının sonuna reaktörler ilave edilerek, hattın ürettiği reaktif gücün fazlası emilmeye çalışılmaktadır. İletim hatlarından çekilen reaktif güç;

$$P_C = (U_h)^2 \cdot \cos\varphi \cdot \sqrt{\frac{C}{L}} \text{ şeklinde hesaplanır.}$$

Burada;

$P_C$ : Watt olarak karakteristik güçtür.

$U_h$ : Volt olarak fazlararası gerilimdir.

$\varphi$  : Hattan geçen akım ile gerilim arasındaki açıdır.

$C$ : Farad olarak hattın kapasitesidir.

$L$ : Henry olarak hattın endüktansıdır.

$U_h = 15 \text{ kV}$ ;  $\cos\varphi = 0,8$ ;  $C = 10000\text{PF/km}$ ;  $L = 1,27 \text{ mH/km}$  ise  $P_C = ?$

$$P_C = 15000^2 \cdot 0,8 \cdot \sqrt{\frac{10000 \cdot 10^{-12}}{1,27 \cdot 10^{-3}}}$$

$$P_C = 225 \cdot 10^6 \cdot 0,8 \cdot \sqrt{\frac{10^{-8}}{1,27 \cdot 10^{-3}}} = 180 \cdot 10^6 \cdot 28,05 \cdot 10^{-4} = 504900 \text{ W}$$

$$P_C = 504,9 \text{ kW}$$

#### 4.22. Kompanzasyonun Faydaları

Kompanzasyonun faydaları, üretici ve tüketici yönünden olmak üzere ikiye ayrılır. Üretici yönünden kompanzasyonun faydaları, aşağıdaki gibi sıralanabilir.

1. Şebeke güç kapasitesi artar.

a) Hat sonundan çekilen aktif gücün sabit olduğunu kabul edelim.

$$S_1 = \frac{P}{\cos\varphi_1} \text{ kompanzasyondan önceki görünür güç}$$

$$S_2 = \frac{P}{\cos\varphi_2} \text{ kompanzasyondan sonraki görünür güç}$$

$$\Delta S = S_1 - S_2; \% \Delta S = \frac{\Delta S}{S_1} \cdot 100$$

$$\% \Delta S = 100 \cdot \left(1 - \frac{\cos\varphi_1}{\cos\varphi_2}\right)$$

Kompanzasyondan sonra görünür güç, bu oran kadar azalır. Diğer bir deyişle hatları ve transformatörleri bu oran kadar daha fazla yüklemek mümkün olur.

Örnek:  $\cos\varphi_1 = 0,70$ ;  $\cos\varphi_2 = 0,95$ ;  $S = 1000 \text{ kVA}$

$$\% \Delta S = 100 \cdot \left(1 - \frac{0,70}{0,95}\right) = \% 26$$

$$1000 \cdot 0,26 = 260 \text{ kVA}$$

Kompanzasyondan sonra transformatörün görünür gücü 260 kVA kadar azalır. Yani transformatörü 260 kVA daha fazla yüklemek mümkün olur.

b) Hat sonundan çekilen görünür gücün sabit kabul edelim.

$P_1 = S \cdot \cos\varphi_1$  Kompanzasyondan önce çekilen aktif güç

$P_2 = S \cdot \cos\varphi_2$  Kompanzasyondan sonra çekilen aktif güç

$$\Delta P = P_2 - P_1; \% \Delta P = \frac{\Delta P}{P_1} \cdot 100 = 100 \left( \frac{\cos\varphi_2}{\cos\varphi_1} - 1 \right)$$

Kompanzasyondan sonra tesisteki aktif güç olarak yüklenme bu oran kadar artırılabilir.

Örnek:  $P = 800 \text{ kW}$ ;  $\cos\varphi_1 = 0,8$  ;  $\cos\varphi_2 = 0,95$

$$\Delta P = 100 \left( \frac{0,95}{0,8} - 1 \right) = \% 18,75$$

$$800 \text{ kW} \cdot 0,1875 = 150 \text{ kW}$$

Kompanzasyondan sonra aktif yüklenmedeki artış 150 kW artırılabilir.

2. Şebeke ısı kaybı azalır.

$$P_{z1} = \frac{R \cdot P^2}{3 \cdot U^2 (\cos\varphi_1)^2} \text{ kompanzasyondan önceki ısı kaybı}$$

$$P_{z2} = \frac{R \cdot P^2}{3 \cdot U^2 (\cos\varphi_2)^2} \text{ kompanzasyondan sonraki ısı kaybı}$$

$$\% \Delta Z = 100 \cdot \left( \frac{P_{z1} P_{z2}}{P_{z1}} \right) = 100 \cdot \left( 1 - \frac{(\cos\varphi_1)^2}{(\cos\varphi_2)^2} \right)$$

Kompanzasyondan sonra ısı kayıplarında bu oran kadar azalma olur.

Örnek:  $\cos\varphi_1 = 0,75$  ;  $\cos\varphi_2 = 0,95$

$$\% \Delta Z = 100 \cdot \left( 1 - \frac{(0,75)^2}{(0,95)^2} \right) = \% 37,68$$

Kompanzasyondan sonra ısı kayıplarında % 37,68 oranında azalma olur.

3. Gerilim düşümü azalır.

Orta gerilim şebekelerinde gerilim düşümü;

$\Delta U = R.I \cos\phi + X.I \sin\phi$  ifadesine göre hesaplanır.

Kompanzasyon yapmak suretiyle güç katsayısı yükseltilir. Bunun sonucunda da sistemden çekilecek reaktif akım azalacağından gerilim düşümü de azalacaktır.

Örnek:  $U_h = 66$  kV,  $l = 45$  km uzunluğundaki hattın  $R = 0,347 \Omega/\text{km}$ ;  $X = 0,446 \Omega/\text{km}$  ve mevcut hattın sonundan  $\cos\phi_1 = 0,80$  güç katsayısı ile 25 MVA güç çekilmektedir. Güç katsayısını  $\cos\phi_2 = 0,95$ 'e yükseltildiğinde gerilim düşümündeki azalma ne kadar olur.

$$R_h = 0,347.45 = 15,615 \Omega$$

$$X_h = 0,446.45 = 20 \Omega$$

$$I = \frac{S}{\sqrt{3}U_h} = \frac{25000}{1,73.66} = 218,9 \text{ A}$$

$\cos\phi_1 = 0,80$  için gerilim düşümü;

$$\Delta U_1 = 218,9.15,615.0,80 + 218,9.20.0,6$$

$$\Delta U_1 = 5361,3 \text{ V}$$

$\cos\phi_2 = 0,95$  için gerilim düşümü;

$$\Delta U_2 = 218,9.15,615.0,95 + 218,9.20.0,312$$

$$\Delta U_1 = 4613,1 \text{ V}$$

Gerilim düşümündeki azalma;

$$\Delta U = \Delta U_1 - \Delta U_2$$

$$\Delta U = 5361,3 - 4613,1 = 748,2 \text{ V olarak bulunur.}$$

Sonuç olarak, mevcut tesisler gerilim düşümü bakımından rahatlar.

Tüketici yönünden kompanzasyonun faydaları şunlardır:

Kompanzasyon yapmak suretiyle mevcut tesislerden çekilen reaktif akım ve reaktif enerji azaldığından transformatörlerin ve tesisatın verimi artar. Kurulacak tesislerdeki transformatörlerin gücü küçülecek, iletken ve diğer teçhizatlar daha küçük akımlara göre seçilecek, dolayısıyla tesisin maliyeti düşecektir. En önemli faydalardan biri enerji üreten kuruluşa reaktif enerji bedeli ödenmeyecektir. Sonuçta tüketicinin yaptığı hizmetin veya ürettiği malzemenin birim fiyatı düşecektir.

## BÖLÜM 5

### 5.1. Üç Fazlı Sistemler

Üç fazlı bir sistemi tek fazlı üç ayrı sistemin birleşimi şeklinde algılayabiliriz. Ancak, bu durumda önemli koşul sistemin her bir fazı arasında  $120^\circ$ 'lik bir faz farkının bulunmasıdır. Üç ayrı tek fazlı sistem ile oluşturulacak üç fazlı bir sistemde yer alan üç adet yükü beslemek için, her bir fazda iki adet iletim hattı yer alması koşuluyla, toplam altı adet iletim hattına gereksinim duyulur. Ancak uygulamada üç fazlı sistemlerde dönüş hattı ya hiç kullanılmaz ya da tek bir ortak dönüş hattı sistemde yer alır. Eğer, üç fazlı sistem ve bu sistemde yer alan yükler dengeli ise, sistemin faz akımlarının toplamı sıfır olur. Bu durumda da, yani, dengeli üç fazlı sistemlerde, ortak dönüş iletim hattına ihtiyaç duyulmaz. Enerji iletim sistemleri üç fazlı generatörler tarafından beslenir. Mekanik enerjiyi elektrik enerjisine dönüştüren makineye generatör denir. Genelde generatörler üç fazlı dengeli yükleri beslerler. Bu da her üç fazın birbirine eşit empedanslardan oluşmuş olmasıdır. Dengeli üç fazlı bir sistemdeki faz akımları sırasıyla;

$$i_1(t) = I_m \sin \omega t; i_2(t) = I_m \sin(\omega t - 120^\circ); i_3(t) = I_m \sin(\omega t - 240^\circ) \quad (5.1)$$

olarak tanımlanırsa, sistemin ortak dönüş iletim hattındaki toplam  $i(t)$  akımı;

$$i(t) = i_1(t) + i_2(t) + i_3(t) = I_m [\sin \omega t + \sin(\omega t - 120^\circ) + \sin(\omega t - 240^\circ)] \quad (5.2)$$

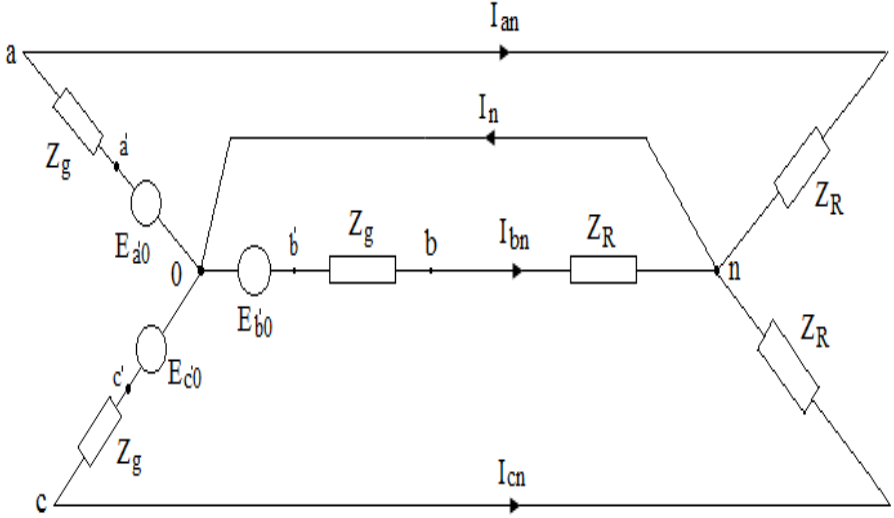
değerinde olacaktır. Ancak,

$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$  trigonometrik açılımından yararlanılırsa Denklem (5.2) eşitliği için elde edilecek sonucun,

$$i(t) = i_1(t) + i_2(t) + i_3(t) = 0 \quad (5.3)$$

olduğu görülür. Denklem (5.3) eşitliğinden üç fazlı dengeli sistemlerde akımların iletimi için sadece üç iletken tele gereksinim

olduğu yorumu yapılabilir. Yıldız bağlı bir yükün beslenişi, Şekil 5.1'de verilmiştir.



Şekil 5.1. Yıldız bağlı yükün beslenme şekli

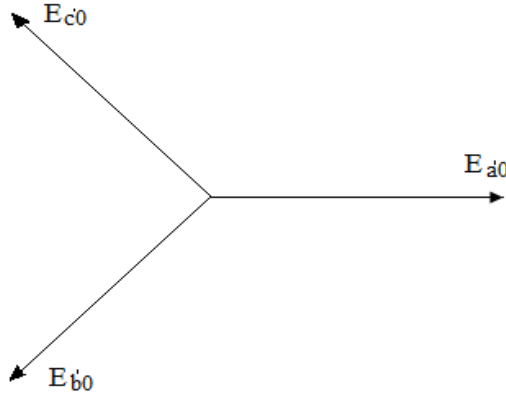
Bu devrede 0 ve n noktaları arasındaki direkt bağlantı empedansı ihmal edilecektir. Şekil 5.1'deki a, b ve c generatörün çıkış noktalarıdır.  $E_{a'0}$ ,  $E_{b'0}$ ,  $E_{c'0}$  generatördeki e.m.k'leri aynı değere sahip olup aralarındaki faz farkı  $120^\circ$ 'dir. Eğer bu e.m.k her biri 100 V ve  $E_{a'0}$  referans alınırsa, bu durumda

$$E_{a'0} = 100 \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$E_{b'0} = 100 \angle 240^\circ \text{ V}$$

$$E_{c'0} = 100 \angle 120^\circ \text{ V olur}$$

Bu sonuçlar abc faz sırasına göre elde edilmiştir. abc faz sırasına göre bu e.m.k'leri Şekil 5.2'de gösterilmiştir.



Şekil 5.2. abc faz sırasına göre e.m.k'leri

Generatör uçlarında nötr'e göre uç gerilimleri;

$$\left. \begin{aligned} V_{a0} &= E_{a'0} - I_{an} Z_g \\ V_{b0} &= E_{b'0} - I_{bn} Z_g \\ V_{c0} &= E_{c'0} - I_{cn} Z_g \end{aligned} \right\} \quad (5.4)$$

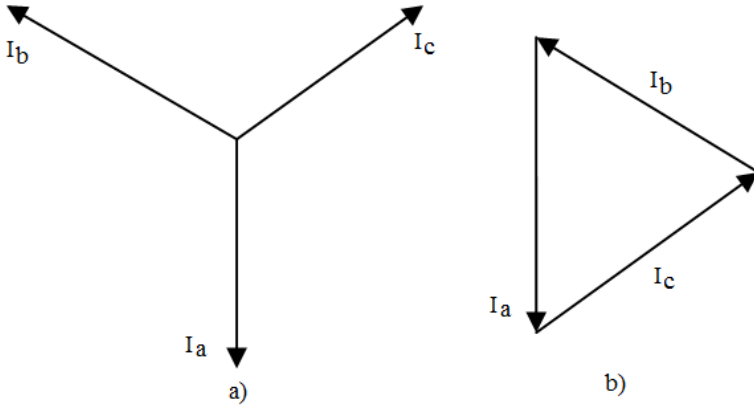
şeklinde olur. 0 ve n noktaları aynı potansiyelde olduğuna göre  $V_{a0}$ ,  $V_{b0}$ ,  $V_{c0}$  gerilimleri  $V_{an}$ ,  $V_{bn}$ ,  $V_{cn}$  gerilimlerine sırasıyla eşittir ve hat akımları;

$$\left. \begin{aligned} I_{an} &= \frac{E_{a'0}}{Z_g + Z_R} = \frac{V_{an}}{Z_R} \\ I_{bn} &= \frac{E_{b'0}}{Z_g + Z_R} = \frac{V_{bn}}{Z_R} \\ I_{cn} &= \frac{E_{c'0}}{Z_g + Z_R} = \frac{V_{cn}}{Z_R} \end{aligned} \right\} \quad (5.5)$$

şeklinde olur.

$I_{an}$ ,  $I_{bn}$ ,  $I_{cn}$  akımları aynı büyüklükte ve  $120^\circ$  faz farkında olacaktır.  $V_{an}$ ,  $V_{bn}$ ,  $V_{cn}$  gerilimleri de aynı büyüklükte ve  $120^\circ$  faz farkında olacaktır. Şekil 5.3a dengeli bir sistemin üç hat akımını, Şekil 5.3b ise bu akımların toplamının kapalı bir üçgen olduğunu gösterir.





Şekil 5.3. Dengeli bir sistemin üç hat akımı

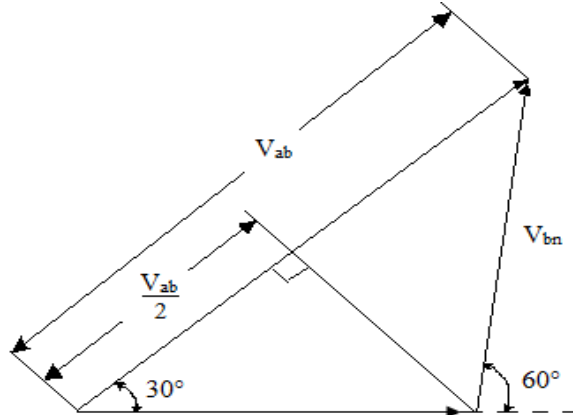
Bu akımların toplamı sıfırdır. Ancak yük dengeli değilse, akımların toplamı sıfır olmayacaktır. Bu durumda 0 ve n noktaları arasından bir akım akacaktır.

$V_{ab}$ ,  $V_{bc}$ ,  $V_{ca}$  : fazlar arası gerilimlerdir.  $V_{ab}$  için;

$$V_{ab} = V_{an} + V_{nb} = V_{an} - V_{bn} \quad (5.6)$$

yazılabilir.

$V_{ab}$ 'nin büyüklüğü Şekil 5.4'ten bulunabilir.



Şekil 5.4.  $V_{ab}$ 'nin büyüklüğünün bulunması

Şekil 5.4'ten  $V_{ab}$ 'nin büyüklüğü;

$$\frac{\frac{|V_{ab}|}{2}}{|V_{an}|} = \cos 30^\circ$$

$$\frac{|V_{ab}|}{2|V_{an}|} = \cos 30^\circ$$

$$|V_{ab}| = 2|V_{an}| \cos 30^\circ$$

$$|V_{ab}| = \sqrt{3} |V_{an}| \quad (5.7)$$

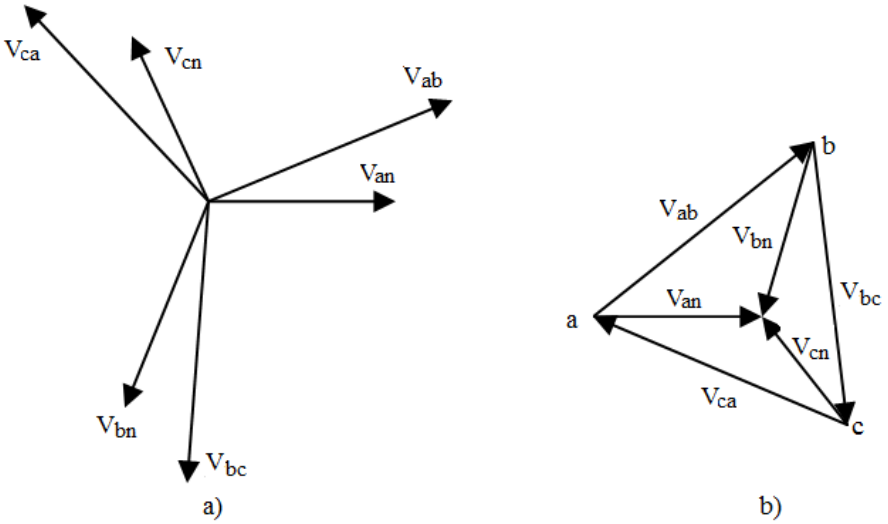
şeklinde bulunur.

Fazör olarak  $V_{ab}$ ,  $V_{an}$ 'den  $30^\circ$  ileridedir. Bu durumda  $V_{ab}$  için;

$$V_{ab} = \sqrt{3} V_{an} \angle 30^\circ \quad (5.8)$$

yazılabilir.

$V_{bc}$ ,  $V_{ca}$  fazlar arası gerilimleri de benzer şekilde bulunur. Şekil 5.5a ve şekil 5.5b'de bütün fazlar arası ve faz-nötr arası gerilimleri gösterilmiştir.



Şekil 5.5. Fazlar arası ve faz - nötr arası gerilimleri

**Örnek 5.1:** Dengeli ve üç fazlı bir devrede  $V_{ab} = 173,2 \angle 0^\circ$  V olduğuna ve kol empedansı  $Z_L = 10 \angle 20^\circ \Omega$  olan yıldız bağlı bir yükte akım ve gerilimleri bulunuz. Faz sırası abc olarak alınacaktır.

**Çözüm 5.1:**

$$V_{ab} = 173,2 \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$V_{bc} = 173,2 \angle 240^\circ \text{ V}$$

$$V_{ca} = 173,2 \angle 120^\circ \text{ V olur}$$

$$V_{an} = 100 \angle -30^\circ \text{ V};$$

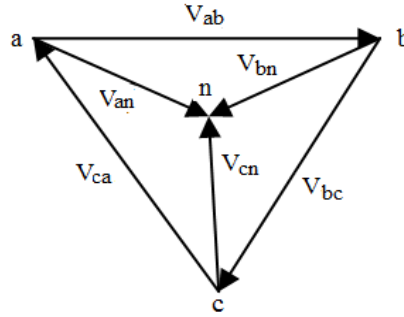
$$V_{bn} = 100 \angle 210^\circ \text{ V};$$

$$V_{cn} = 100 \angle 90^\circ \text{ V}$$

$$I_{an} = \frac{V_{an}}{Z_L} = \frac{100 \angle -30^\circ}{10 \angle 20^\circ} = 10 \angle -50^\circ \text{ A}$$

$$I_{bn} = \frac{V_{bn}}{Z_L} = \frac{100 \angle 210^\circ}{10 \angle 20^\circ} = 10 \angle 190^\circ \text{ A}$$

$$I_{cn} = \frac{V_{cn}}{Z_L} = \frac{100 \angle 90^\circ}{10 \angle 20^\circ} = 10 \angle 70^\circ \text{ A}$$



**5.2. Dengeli Üç Fazlı Devrelerde Güç**

Üç fazlı bir generatör tarafından verilen veya üç fazlı yük tarafından çekilen toplam güç, her üç fazın her birindeki güçlerin toplamı ile kolayca bulunur. Dengeli devrelerde bu toplam güç, her hangi bir fazın gücü 3 ile çarpılarak bulunur.

Yıldız (Y) bağlı bir yük için faz-nötr geriliminin büyüklüğü  $V_p$  ise;

$$V_p = |V_{an}| = |V_{bn}| = |V_{cn}| \quad (5.9)$$

Y bağlı bir yük için faz akımının büyüklüğü  $I_p$  ise;

$$I_p = |I_{an}| = |I_{bn}| = |I_{cn}| \quad (5.10)$$

Toplam üç faz gücü;

$$P = 3 V_p I_p \cos\theta_p \quad (5.11)$$

olur. Burada  $\theta_p$  akım ve gerilim arasındaki açı veya her bir fazın empedans açısıdır.  $V_L$  ve  $I_L$  ile fazlararası gerilim ve hat akımının genliği gösterilirse,

$$\left. \begin{array}{l} V_p = \frac{V_L}{\sqrt{3}} \\ I_p = I_L \end{array} \right\} \quad (5.12)$$

olur. Bu sonuç Denklem (5.11) eşitliğinde yerine yazılırsa,

$$P = \sqrt{3} V_L I_L \cos\theta_p \quad (5.13)$$

elde edilir. Toplam reaktif güç ise

$$Q = 3 V_p I_p \sin\theta_p \quad (5.14)$$

$$Q = \sqrt{3} V_L I_L \sin\theta_p \quad (5.15)$$

$$|S| = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{3} V_L I_L \quad (5.16)$$

olur. Eğer yük  $\Delta$  bağlı ise her bir empedans üzerindeki gerilim, fazlar arası gerilime ve her empedanstaki akımın büyüklüğü de hat akımının  $\sqrt{3}$ 'e bölünmesiyle bulunacaktır. Yani

$$V_p = V_L; \quad I_p = \frac{I_L}{\sqrt{3}} \quad (5.17)$$

olur. Toplam üç faz gücü ise;

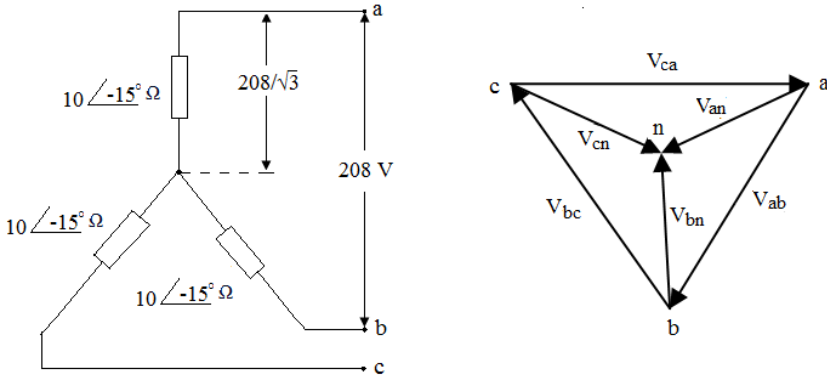
$$P = 3V_p I_p \cos\theta_p \quad (5.18)$$

şeklinde olur. Denklem (5.17) ifadesinde verilen  $V_p$ ,  $I_p$  değerleri Denklem (5.18) ifadesinde yerine yazılırsa toplam üç faz gücü için;

$$P = \sqrt{3} V_L I_L \cos\theta_p \quad (5.19)$$

elde edilir. Bu da Denklem(5.13) ifadesi ile aynıdır.

**Örnek 5.2:** Kol empedansları  $10 \angle -15^\circ \Omega$  olan yıldız (Y) bağlı dengeli bir yük 208 V'luk hat gerilimi ile beslendiğine göre,  $V_{ca}$  gerilimini referans seçerek hat faz gerilimlerini ve akımlarını polar formda hesaplayınız.



**Çözüm 5.2:**

$$V_{ca} = 208 \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$V_{ab} = 208 \angle 240^\circ \text{ V}$$

$$V_{bc} = 208 \angle 120^\circ \text{ V}$$

$$V_{an} = \frac{208}{\sqrt{3}} \angle 210^\circ = 120 \angle 210^\circ \text{ V}$$

$$V_{bn} = \frac{208}{\sqrt{3}} \angle 90^\circ = 120 \angle 90^\circ \text{ V}$$

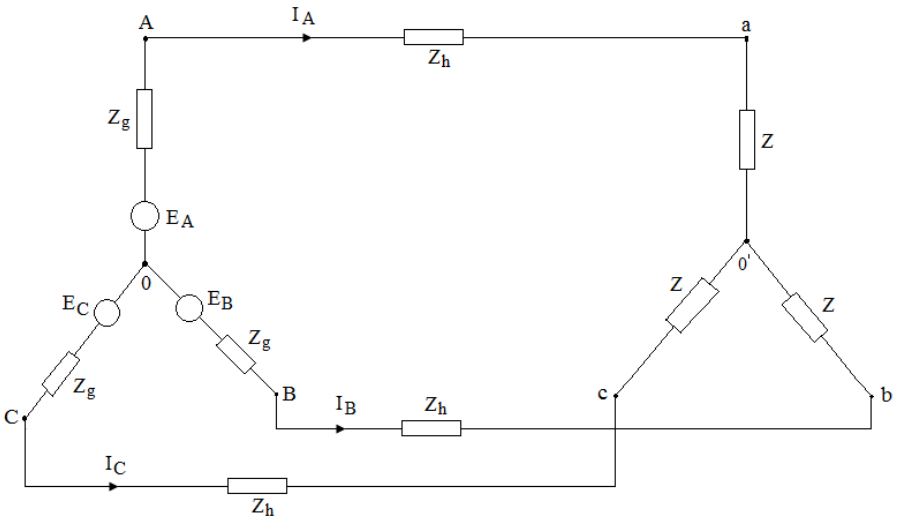
$$V_{cn} = \frac{208}{\sqrt{3}} \angle 330^\circ = 120 \angle 330^\circ \text{ V}$$

$$I_a = \frac{V_{an}}{Z} = \frac{120 \angle 210^\circ}{10 \angle -15^\circ} = 12 \angle 225^\circ \text{ A}$$

$$I_b = \frac{V_{bn}}{Z} = \frac{120 \angle 90^\circ}{10 \angle -15^\circ} = 12 \angle 105^\circ \text{ A}$$

$$I_c = \frac{V_{cn}}{Z} = \frac{120 \angle 330^\circ}{10 \angle -15^\circ} = 12 \angle 345^\circ = 12 \angle -15^\circ \text{ A}$$

**Örnek 5.3:** Aşağıdaki şekil 5.6’da dengeli yıldız bağlı sistem için generatörün bir fazına ait e.m.k  $E = 127 \text{ V}$ , generatörün iç empedansı  $Z_g = (0,3 + j0,9) \Omega$  her bir faza ait hattın empedansı  $Z_h = 0,5 + j1 \Omega$ , dengeli yükün empedansı  $Z = 10 + j6 \Omega$  olarak bilinmektedir. Her bir faza ait akımı, generatöre ait faz ve hat gerilimlerini, yükteki akımı, yükteki faz ve hat gerilimlerini, generatör tarafından üretilen gücü, yük tarafından tüketilen gücü hesaplayınız.



Şekil 5.6

**Çözüm 5.3:** Üç fazlı sistem ve bu sistemde yer alan yükler dengeli olduğu için sistemin faz akımlarının toplamı sıfır olacaktır. Bu durumda A fazı için;

$$I_A = \frac{E}{Z_g + Z_h + Z} = \frac{127}{0,3 + j0,9 + 0,5 + j1 + 10 + j6} = \frac{127}{10,8 + j7,9} \approx 9,5 \angle -36^\circ 10' \text{ A}$$

$$I_B \approx 9,5 \angle 203^\circ 50' \text{ A}$$

$$I_C \approx 9,5 \angle 83^\circ 50' \text{ A}$$

Generatör ve yük uçlarındaki faz gerilimleri;

$$V_{A0} = E_A - I_A Z_g = 127 - 9,5 \angle -36^\circ 10' \cdot (0,3 + j0,9)$$

$$V_{A0} = 119,7 \angle -2^\circ 30' \text{ V}$$

$$V_{a01} = I_A Z = 9,5 \angle -36^\circ 10' \cdot (10 + j6)$$

$$V_{a01} = 111 \angle -5^\circ 10' \text{ V}$$

$$V_{B0} = 119,7 \angle -122^\circ 30' \text{ V}$$

$$V_{C0} = 119,7 \angle -242^\circ 30' \text{ V}$$

$$V_{b01} = 111 \angle -125^\circ 10' \text{ V}$$

$$V_{c01} = 111 \angle -245^\circ 10' \text{ V}$$

olarak bulunur. Generatör ve yük uçlarındaki hat gerilimleri;

$$V_{AB} = V_{A0} - V_{B0} = 119,7 \angle -2^\circ 30' - 119,7 \angle -122^\circ 30' = 208 \angle 27^\circ 31' \text{ V}$$

$$V_{ab} = V_{a01} - V_{b01} = 111 \angle -5^\circ 10' - 111 \angle -125^\circ 10'$$

$$V_{ab} = 192 \angle 24^\circ 50' \text{ V}$$

olarak bulunur.

Generatör tarafından üretilen güç;

$$P_{\bar{u}} = 3 \cdot 127 \cdot 9,5 \cdot \cos 36^\circ 10' = 2920 \text{ W olarak bulunur.}$$

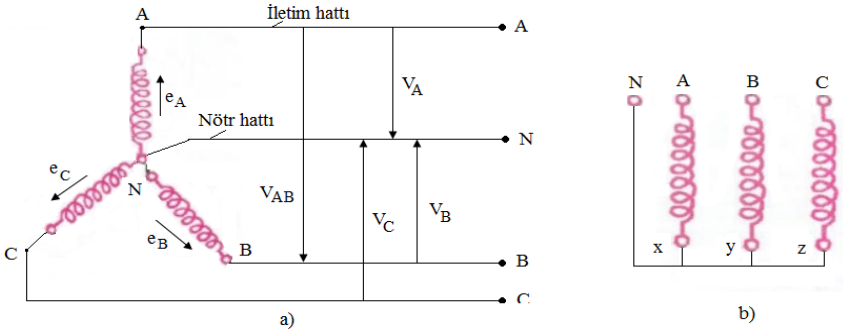
Yük tarafından tüketilen güç;

$$P_t = 3 \cdot 9,5^2 \cdot 10 = 2710 \text{ W olarak bulunur.}$$

### 5.3. Yıldız (Y) ve Üçgen ( $\Delta$ ) Bağlı Kaynaklar ve Yükler

Generatör sargılarının yıldız ve üçgen olması kaynak ile yük arasındaki hatların sayısını azaltmaya olanak sağlar. Üç ayrı tek fazlı sistem ile oluşturulacak üç fazlı bir sistemde yer alan üç adet yükü beslemek için her bir fazda iki adet iletim hattı yer alması koşuluyla, toplam altı adet iletim hattına ihtiyaç duyulur. Burada ise iletim hatlarının sayısı dörde veya üçe iner.

Yıldız bağlı sistemde generatör sargılarının A, B, C uçlarına üç iletim hattı bağlanır. Bunlar da yükleri (tüketicileri) beslemek için kullanılır. Bu bağlantı durumu şekil 5.7’de verilmiştir.

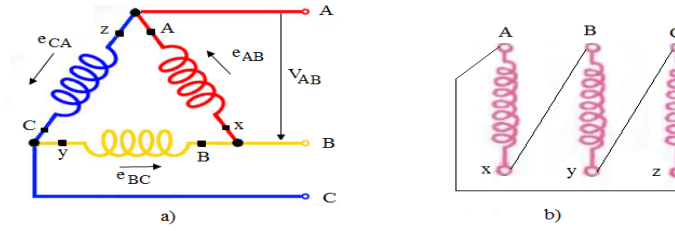


Şekil 5.7. Yıldız bağlantı

Generatör sargılarının son uçları bir düğüm noktasında birleştirilir ki, ona da generatörün nötr noktası (N) denir. Dört hatlı sistemlerde generatörün nötr noktasına nötr hattı birleştirilir. Üç hatlı sistemlerde nötr hattı olmaz.

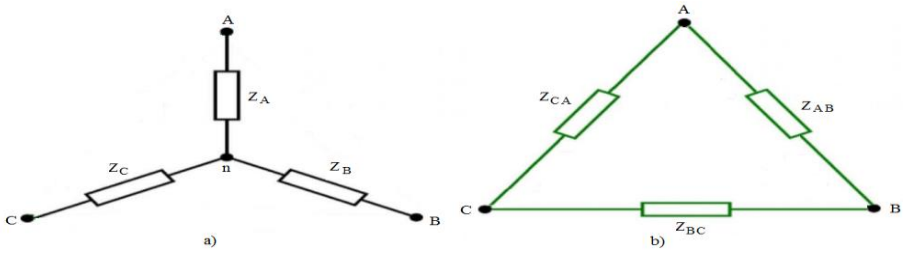
Eğer üç fazlı generatörün birinci sargısının sonu ikinci sargının B başlangıcı ile ikinci sargının y sonu üçüncü sargının C başlangıcı ile üçüncü sargının z sonu birinci sargının A başlangıcı ile birleştirilirse, bu durumda üçgen bağlantı elde edilir. Bu bağlantı durumu şekil 5.8’de verilmiştir.





Şekil 5.8. Üçgen bağlantı

Üç fazlı yükler de yıldız ve üçgen bağlı olurlar. Yıldız ve üçgen bağlı yükler şekil 5.9'da verilmiştir.

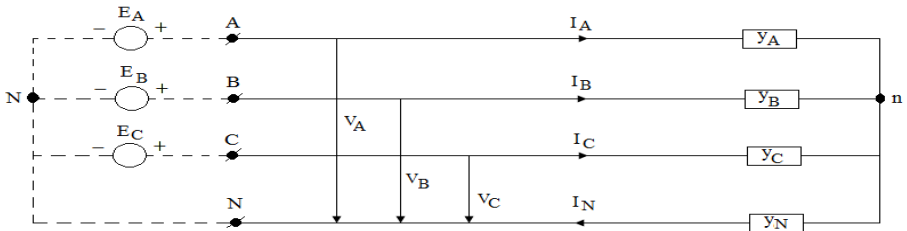


Şekil 5.9. Yıldız (a) ve üçgen (b) bağlantı

Üç fazlı bir hatta kaynak ve yük bağlantıları; yıldız - yıldız (Y - Y), yıldız - üçgen (Y -  $\Delta$ ), üçgen - üçgen ( $\Delta$  -  $\Delta$ ) ve üçgen - yıldız ( $\Delta$  - Y) bağlantı olarak yapılabilir.

#### 5.4. Dengesiz Üç Fazlı Sistem

Dengesiz üç fazlı yıldız-yıldız bağlı bir sistem şekil 5.10'da verilmiştir.



Şekil 5.10. Dengesiz üç fazlı yıldız-yıldız bağlı bir sistem

Şekil 5.10'daki yükün uçlarındaki gerilimler  $V_A$ ,  $V_B$ ,  $V_C$  ile gösterilmiştir. Burada  $E_A = V_A$ ;  $E_B = V_B$ ;  $E_C = V_C$  şeklindedir. Kaynağın ve yükün nötr noktaları arasındaki gerilimi  $V_{nN}$  ile gösterilmesi durumunda  $V_{nN}$  için,

$$V_{nN} = \frac{V_A Y_A + V_B Y_B + V_C Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C + Y_N} \quad (5.20)$$

yazılabilir.

$Y_A$ ,  $Y_B$ ,  $Y_C$ ,  $Y_N$ : Kolların admitansdır.

$I_A$ ,  $I_B$ ,  $I_C$  ve  $I_N$  akımları için;

$$\left. \begin{aligned} I_A &= (V_A - V_{nN})Y_A; \\ I_B &= (V_B - V_{nN})Y_B; \\ I_C &= (V_C - V_{nN})Y_C; \\ I_N &= V_{nN}Y_N = I_A + I_B + I_C \end{aligned} \right\} \quad (5.21)$$

yazılabilir.

Eğer  $Y_N = \infty$ , yani  $Z_N = 0$  olursa, bu durumda  $V_{nN} = 0$  olur.  $V_{nN} = 0$  olduğunda yükün fazlarındaki gerilimler kaynağın faz gerilimlerine eşit olur. Şekil 5.10'da nötr hattı olmadığında işlemler yukarıdaki gibi yapılır. Fakat burada  $V_{nN}$ 'in ifadesinde  $Y_N = 0$  yazmak gerekir. Bu durumda  $V_{nN}$  için;

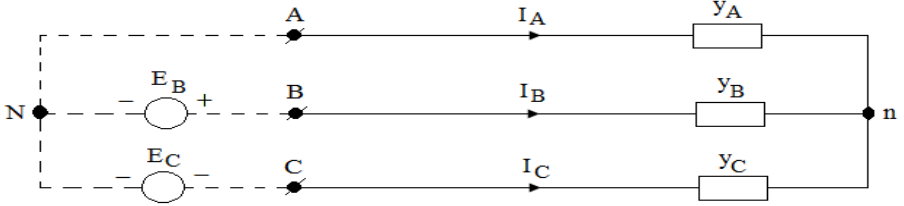
$$V_{nN} = \frac{V_A Y_A + V_B Y_B + V_C Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C} \quad (5.22)$$

yazılabilir.

Genelde, nötr hattı olmadığında devrenin uçlarındaki faz gerilimleri değil, hat gerilimleri verilir. A, B, C uçlarını birleştiren yol üzerindeki gerilimlerin toplam sıfıra eşit olur. Yani,

$$V_{AB} + V_{BC} + V_{CA} = 0 \quad (5.23)$$

olur. Bu durumda iki hat geriliminin bilinmesi yeterli olur. Örneğin e.m.k'leri  $E_B = V_{BA}$  ve  $E_C = V_{CA}$  olan iki gerilim kaynağı ile bu durumu göstermek mümkündür. Bu durum şekil 5.11'de gösterilmiştir.



Şekil 5.11. İki hat geriliminin bilinmesi durumu

Bu durumda, N ve A noktalarının potansiyelleri aynı olduğundan;

$$V_{nN} = \frac{V_{BA}Y_B + V_{CA}Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C} \quad (5.24)$$

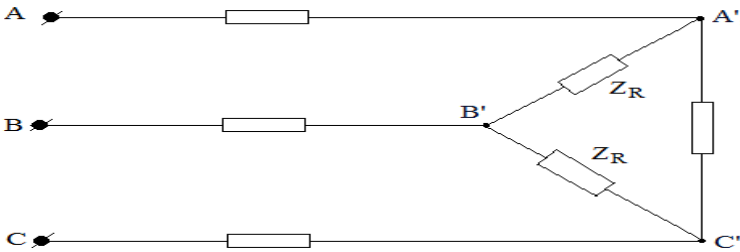
$$I_A = -V_{nN} Y_A \quad (5.25)$$

$$I_B = (E_B - V_{nN})Y_B = (V_{BA} - V_{nN})Y_B \quad (5.26)$$

$$I_C = (V_{CA} - V_{nN})Y_C = -I_A - I_B \quad (5.27)$$

ifadeleri yazılabilir.

Şekil 5.12'deki devrede A', B', C' uçları arasındaki hat gerilimleri belli olduğunda üçgenin her bir kolundaki akım, Ohm yasasına göre bulunduktan sonra hatlardaki akımlar hesaplanır.

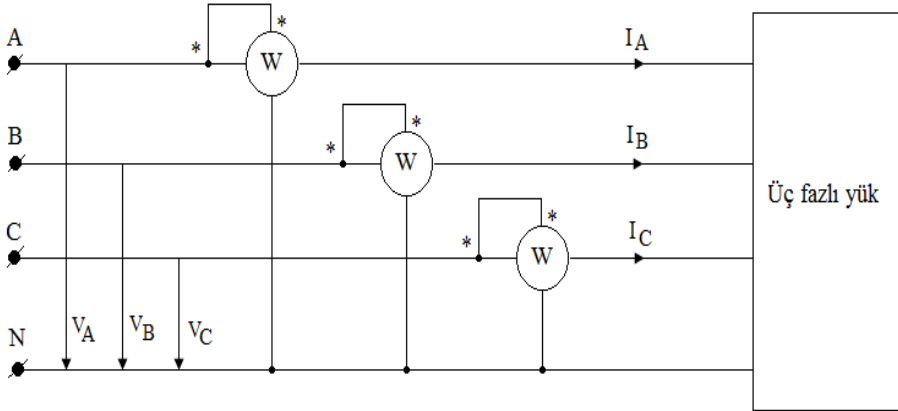


Şekil 5.12. A', B', C' uçları arasındaki hat gerilimlerinin belli olması

A, B, C uçları arasındaki gerilim belli olduğunda ise üçgen bağlantı yıldız bağlantıya dönüştürülür. Bunun sonucunda da şekil 5.11'deki durum elde edilir. Bununla ilgili hesaplamalar Denklem (5.24), (5.25), (5.26) ve (5.27) ifadelerinden yararlanılarak yapılır. Yani bulunan akımlara göre üçgenin uçlarındaki gerilim daha sonra ise kollardaki akımlar hesaplanır.

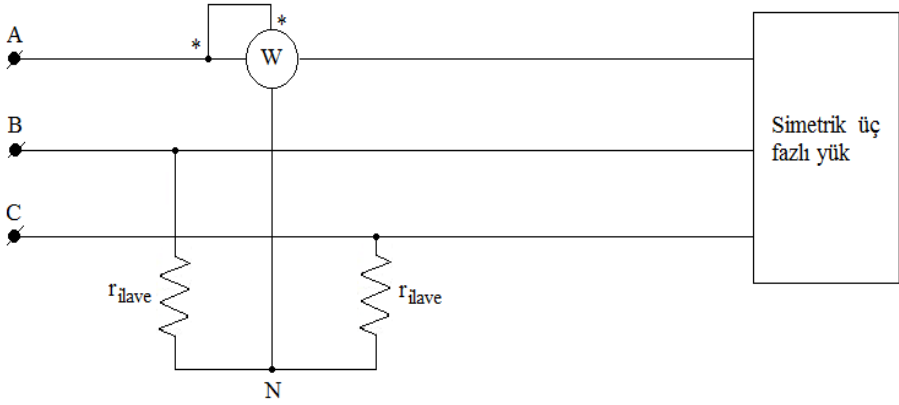
### 5.5. Üç Fazlı Devrelerde Güç Ölçümü

Nötr hattı olan üç fazlı bir elektrik devresinde harcanan toplam güç, fazların her birine uygun birer wattmetre yerleştirmek suretiyle ölçülebilir. Bu durum, şekil 5.13'de gösterilmiştir.



Şekil 5.13. Üç fazlı bir elektrik devresinde güç ölçümü

Şekil 5.13'deki durum, dengesiz üç fazlı bir elektrik devresinde harcanan toplam gücü ölçmeye olanak sağlar. Nötr hattı olan dengeli üç fazlı bir elektrik devresinde harcanan toplam güç, fazlardan herhangi birisine bir wattmetre yerleştirmek suretiyle buradan ölçülen değer 3 katı alınarak da bulunabilir. Eğer dengeli üç fazlı devre üç hatlı yani nötr hattı yoksa veya yük üçgen bağlı ise bu durumda şekil 5.14'de gösterilen ölçme yönteminden yararlanmak mümkündür.



Şekil 5.14. Bir wattmetre ile güç ölçümü

Burada wattmetrenin paralel devresi ve değerleri wattmetrenin paralel direncine eşit olan iki ilave  $r_{ilave}$  dirençleri yapay (sün'i) nötr noktası oluşturmuş olur.

Herhangi dengesiz üç fazlı devrenin gücü için genel ifade kompleks gücün ifadesinden yararlanılarak bulunur. Kompleks güç için;

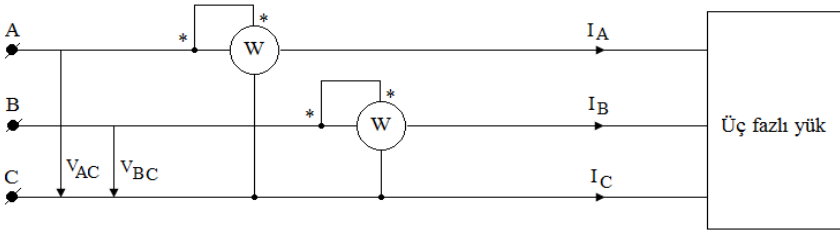
$$S = V_A I_A^* + V_B I_B^* + V_C I_C^* \quad (5.28)$$

yazılabilir. Bu ifadenin reel kısmı devrenin aktif gücünü verir. Aktif güç için;

$$P = \text{Re}[S] = V_A I_A \cos\phi_A + V_B I_B \cos\phi_B + V_C I_C \cos\phi_C \quad (5.29)$$

elde edilir. Denklem (5.29) ifadesi nötr hattı olan üç fazlı bir elektrik devresinde harcanan toplam gücün fazların her birine uygun birer wattmetre yerleştirmek suretiyle ölçülmesini matematiksel olarak esaslandırmış olur.

Üç fazlı dengeli ve dengesiz devrenin gücünü iki wattmetre kullanarak (Aron bağlantısı) ölçmek mümkündür. Bu durum, şekil 5.15'te gösterilmiştir.



Şekil 5.15. İki wattmetre ile güç ölçümü

Şekil 5.15'teki durumda,

$$I^*_C = -I^*_A = -I^*_B \quad (5.30)$$

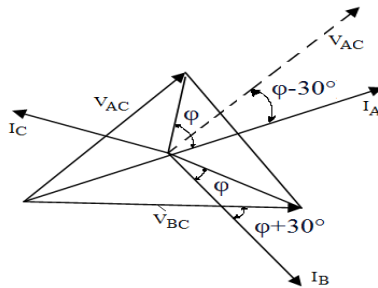
olduğundan kompleks güç için,

$$S = (V_A - V_C) I^*_A + (V_B - V_C) I^*_B \quad (5.31)$$

veya

$$S = V_{AC} I^*_A + V_{BC} I^*_C \quad (5.32)$$

yazılabilir. Denklem (5.32) ifadesine uygun olarak iki wattmetre kullanılarak devrenin gücü ölçüldüğünde wattmetrenin birine  $V_{AC}$  gerilimi ve  $I^*_A$  akımı, wattmetrenin diğerine ise  $V_{BC}$  gerilimi ve  $I^*_B$  akımı uygulanmış olur. Daha sonra bu wattmetrenin gösterdiği değerler toplanır.  $V_{AC}$  ile  $I_A$  arasındaki açı ( $\phi - 30^\circ$ );  $V_{BC}$  ile  $I_B$  arasındaki açı ise ( $\phi + 30^\circ$ ) olur. Bu durum, şekil 5.16'daki vektör diyagramından görülmektedir.



Şekil 5.16. Gerilim ile akım arasındaki açı

Bu durumda birinci wattmetrenin gösterdiği değer,

$$P_1 = V_{AC} I_A \cos (\varphi - 30^\circ) \quad (5.33)$$

olur. İkinci wattmetrenin gösterdiği değer ise,

$$P_2 = V_{BC} I_B \cos (\varphi + 30^\circ) \quad (5.34)$$

şeklinde olur. Denklem (5.33) ve (5.34) ifadesinde  $V_{AC}$  ve  $V_{BC}$  mutlak değerleri yerine  $V$ ;  $I_A$  ve  $I_B$  mutlak değerleri yerine de  $I$  yazılırsa bu durumda birinci wattmetrenin gösterdiği değer,

$$P_1 = V I \cos (\varphi - 30^\circ) \quad (5.35)$$

İkinci wattmetrenin gösterdiği değer ise,

$$P_2 = V I \cos (\varphi + 30^\circ) \quad (5.36)$$

şeklinde olur.

Wattmetrelerin gösterdiği değerleri toplarsak,

$$P_1 + P_2 = VI [ \cos (\varphi - 30^\circ) + \cos (\varphi + 30^\circ) ] \quad (5.37)$$

elde edilir. İki açı toplamının ve farkının kosinüsü,

$$\left. \begin{aligned} \cos (\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \\ \cos (\alpha - \beta) &= \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta \end{aligned} \right\} \quad (5.38)$$

ifadesinden hesaplanır. Güç ifadelerindeki kosinüsleri Denklem (5.38) ifadesine göre açalım. Bu durumda;

$$P_1 + P_2 = VI [ \cos \varphi \cdot \cos 30^\circ + \sin \varphi \cdot \sin 30^\circ + \cos \varphi \cdot \cos 30^\circ - \sin \varphi \cdot \sin 30^\circ ] \quad (5.39)$$

elde edilir. Denklem (5.39) ifadesini düzenlersek,

$$P_1 + P_2 = V I \cdot 2 \cos 30^\circ \cos \varphi \quad (5.40)$$

elde edilir. Denklem (5.40) ifadesinde  $2 \cos 30^\circ$  yerine,

$$2 \cos 30^\circ = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \text{ olduğunu dikkate alacak olursak, bu durumda}$$

$$P_1 + P_2 = \sqrt{3} V I \cos \varphi \quad (5.41)$$

elde edilir. Wattmetrelerin gösterdiği değerlerin farkı,

$$P_1 - P_2 = VI [\cos(\varphi - 30^\circ) - \cos(\varphi + 30^\circ)] \quad (5.42)$$

şeklinde olur.

Güç ifadelerindeki kosinüsleri Denklem (5.38) ifadesine göre açalım.

Bu durumda;

$$P_1 - P_2 = VI[\cos\varphi.\cos30^\circ + \sin\varphi.\sin30^\circ - \cos\varphi.\cos30^\circ + \sin\varphi.\sin30^\circ] \quad (5.43)$$

elde edilir. Denklem (5.43) ifadesini düzenlersek,

$$P_1 - P_2 = V I \cdot 2 \sin\varphi \sin30^\circ \quad (5.44)$$

elde edilir. Denklem (5.44) ifadesinde  $2 \sin\varphi \sin30^\circ$  yerine,

$$2 \sin\varphi \sin30^\circ = 2 \sin\varphi \cdot \frac{1}{2} = \sin\varphi \text{ olduğunu dikkate alacak olursak, bu}$$

durumda;

$$P_1 - P_2 = V I \sin\varphi \quad (5.45)$$

elde edilir.

Watmetrelerden okunan değerlerin farkının, watmetrelerden okunan değerlerin toplamına bölünmesi durumunda,

$$\frac{P_1 - P_2}{P_1 + P_2} = \frac{VI \sin\varphi}{\sqrt{3} VI \cos\varphi} = \frac{\sin\varphi}{\sqrt{3} \cos\varphi} = \frac{1}{\sqrt{3}} \tan\varphi \quad (5.46)$$

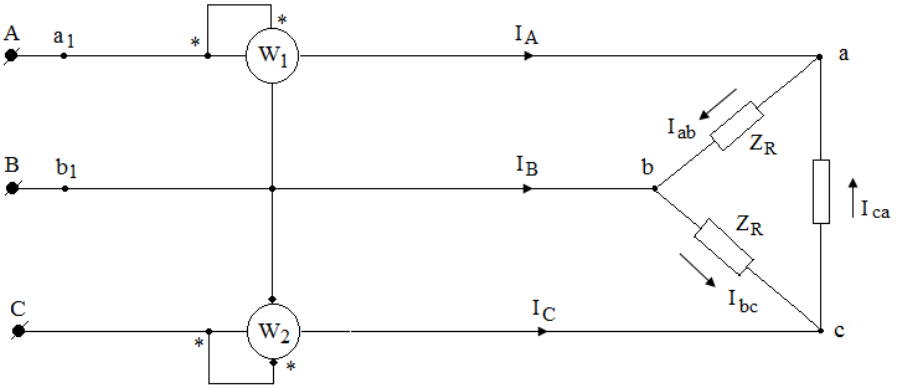
elde edilir. Buradan da  $\tan\varphi$  için,

$$\tan\varphi = \sqrt{3} \frac{P_1 - P_2}{P_1 + P_2} \quad (5.47)$$

elde edilir. Denklem (5.47) ifadesine göre  $\tan\varphi$  hesaplandıktan sonra  $\varphi$  açısı ve  $\cos\varphi$  değeri bulunur.

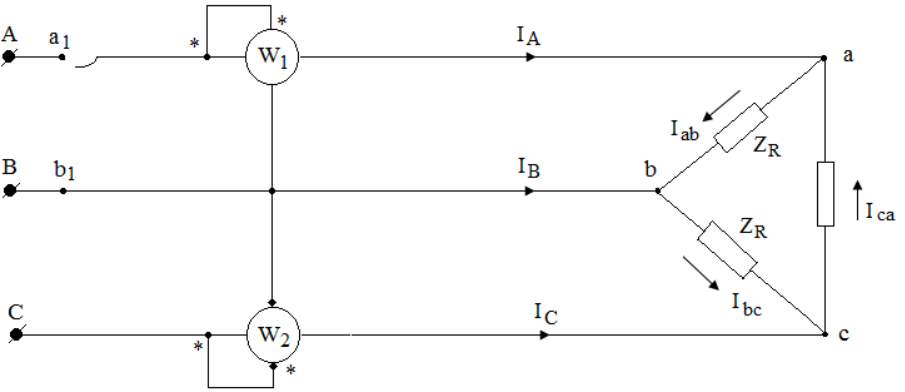
**Örnek 5.4:** Aşağıdaki şekil 5.17'deki dengeli üç fazlı sistemde her fazın empedansı  $Z = 10 + j10 \Omega$  olan üçgen bağlı yük  $V_{LL} = 220 \text{ V}$  olan hat gerilimi ile beslenmektedir. Her bir fazdaki ve yükteki akımları ve her bir wattmetrenin gösterdiği değerleri bulunuz.





Şekil 5.17

Aşağıdaki şekil 5.18'deki a1 noktasında bir kopma olduğunda yukarıdaki değerleri bulunuz.



Şekil 5.18

**Çözüm 5.4:**

$$V_{AB} = V_{ab} = 220 \text{ V}$$

$$V_{BC} = V_{bc} = 220 \angle -120^\circ \text{ V}$$

$$V_{CA} = V_{ca} = 220 \angle -240^\circ \text{ V}$$

$$I_{ab} = \frac{V_{ab}}{Z} = \frac{220}{10 + j10} = 11 - j11 = 15,6 \angle -45^\circ \text{ A}$$

$$I_{bc} = \frac{V_{bc}}{Z} = \frac{220 \angle -120^\circ}{10 + j10} = -15 - j4,03 = 15,6 \angle -165^\circ \text{ A}$$

$$I_{ca} = \frac{V_{ca}}{Z} = \frac{220 \angle -240^\circ}{10 + j10} = 4,03 + j15 = 15,6 \angle 75^\circ \text{ A}$$

$$I_A = I_{ab} - I_{ca} = 11 - j11 - 4,03 - j15 = 6,97 - j26 = 26,9 \angle -75^\circ \text{ A}$$

$$I_B = I_{bc} - I_{ab} = -15 - j4,03 - 11 + j11 = -26 + j6,97 = 26,9 \angle 165^\circ \text{ A}$$

$$I_C = I_{ca} - I_{bc} = 4,03 + j15 + 15 + j4,03 = 19,03 + j19,03 = 26,9 \angle 45^\circ \text{ A}$$

$$P_1 = \text{Re}(V_{AB} \cdot I_A^*) = \text{Re}(220 \cdot 26,9 \angle -75^\circ)$$

$$P_1 = 220 \cdot 26,9 \cdot \cos 75^\circ = 1530 \text{ W}$$

$$P_2 = \text{Re}(V_{CB} \cdot I_C^*) = \text{Re}(-220 \angle -120^\circ \cdot 26,9 \angle -45^\circ)$$

$$P_2 = \text{Re}(220 \angle 60^\circ \cdot 26,9 \angle -45^\circ)$$

$$P_2 = 220 \cdot 26,9 \cdot \cos 15^\circ = 5730 \text{ W}$$

Toplam aktif güç ise,

$$P = P_1 + P_2 = 1530 \text{ W} + 5730 \text{ W} = 7260 \text{ W}$$

olarak bulunur. Şimdi yukarıdaki değerleri,  $a_1$  noktasında bir kopma olduğunda bulalım.

$$I_{bc} = \frac{V_{bc}}{Z} = \frac{220 \angle -120^\circ}{10 + j10} = (-15 - j4,04) \text{ A}$$

$$I_{ab} = I_{ca} = \frac{V_{CB}}{2Z} = -\frac{220 \angle -120^\circ}{2(10 + j10)} = (7,5 + j20,2) \text{ A}$$

$$I_A = 0$$

$$I_C = -I_B = I_{ca} - I_{bc} = 7,5 + j2,02 + 15 + j4,04$$

$$I_C = -I_B = 22,5 + j6,05 = 23,3 \angle 15^\circ \text{ A}$$

olarak bulunur.

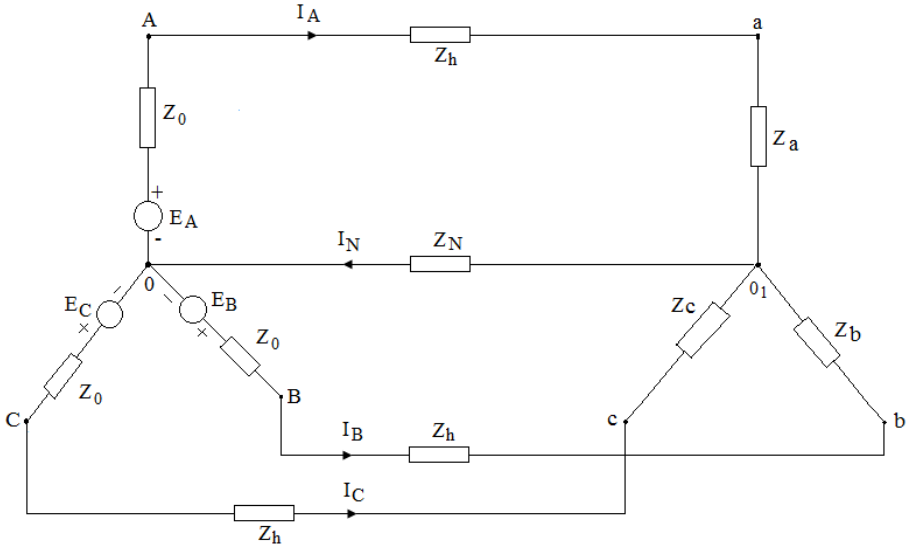
Şimdi wattmetrelerden okunan değerleri bulalım.

$$P_1 = 0$$

$$P_2 = \text{Re}(V_{CB} \cdot I_C^*) = \text{Re}(220 \angle 60^\circ \cdot 23,3 \angle -15^\circ)$$

$$P_2 = 220 \cdot 23,3 \cdot \cos 45^\circ = 3630 \text{ W} \text{ olarak bulunur.}$$

**Örnek 5.5:** Aşağıdaki şekil 5.19’da verilen devrede e.m.k.’i faz başına  $E = 230 \text{ V}$  ve iç empedansı  $Z_0 = 0,3 + j0,9 \Omega$  olan dengeli üç fazlı generatör dengesiz yıldız bağlı yükü beslemektedir. Bu yükün empedansları  $Z_a = (2 + j4) \Omega$ ,  $Z_b = (4 - j8) \Omega$ ,  $Z_c = 5 \Omega$  şeklindedir. Her bir hattın empedansı  $Z_h = (0,4 + j0,3) \Omega$  ve nötr hattının empedansı  $Z_N = 0,5 \Omega$  olarak verilmiştir. Yükün her fazında akım ve gerilimi, generatör tarafındaki her bir fazın akım ve gerilimini nötr hattı var iken ve nötr hattında bir kopma olduğu durumlar için ayrı ayrı hesaplayınız.



Şekil 5.19.

**Çözüm 5.5:**

$$E_A = 230 \text{ V}$$

$$E_B = 230 \angle -120^\circ \text{ V} = -115 (1 + j1,73) \text{ V}$$

$$E_C = 230 \angle -240^\circ \text{ V} = -115 (1 - j1,73) \text{ V}$$

Her bir faza ait admitans değerlerini bulalım.

$$Y_A = \frac{1}{Z_a + Z_0 + Z_h} = \frac{1}{2 + j4 + 0,3 + j0,9 + 0,4 + j0,3}$$

$$Y_A = \frac{1}{2,7 + j5,2} = (0,0788 - j0,152) \text{ siemens } \left(\frac{1}{\Omega}, \text{ mho}\right)$$

$$Y_B = \frac{1}{Z_b + Z_0 + Z_h} = \frac{1}{4 - j8 + 0,3 + j0,9 + 0,4 + j0,3}$$

$$Y_B = \frac{1}{4,7 - j6,8} = (0,0688 + j0,0995) \text{ siemens } \left(\frac{1}{\Omega}, \text{ mho}\right)$$

$$Y_C = \frac{1}{Z_c + Z_0 + Z_h} = \frac{1}{5 + 0,3 + j0,9 + 0,4 + j0,3}$$

$$Y_C = \frac{1}{5,7 + j1,2} = (0,168 - j0,0354) \text{ siemens } \left(\frac{1}{\Omega}, \text{ mho}\right)$$

$$Y_N = \frac{1}{Z_N} = \frac{1}{0,5} = 2 \text{ siemens } \left(\frac{1}{\Omega}, \text{ mho}\right)$$

Generatör ve yükün nötr noktaları arasındaki  $V_N$  gerilimini bulalım.

$$V_N = \frac{V_A Y_A + V_B Y_B + V_C Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C + Y_N} \text{ ifadesinden yararlanacak olursak;}$$

$$V_N = \frac{230(0,0788 - j0,152) - 115(1 + j1,73)(0,0688 + j0,0995) - 115(1 - j1,73)(0,168 - j0,0354)}{0,0788 - j0,152 + 0,0688 + j0,0995 + 0,168 - j0,0354 + 2}$$

$$V_N = 8,03 - j9,38 = 12,4 \angle -49^\circ 25' \text{ V olarak bulunur.}$$

Şimdi  $I_A$ ,  $I_B$ ,  $I_C$  ve  $I_N$  akımlarını bulalım.

$$I_A = (E_A - V_N) Y_A = (230 - 12,4 \angle -49^\circ 25')(0,0788 - j0,152)$$

$$I_A = 18,9 - j33 = 37,9 \angle -60^\circ 10' \text{ A}$$

$$I_B = (E_B - V_N) Y_B = (-115(1 + j1,73) - 12,4 \angle -49^\circ 25')(0,0688 - j0,0995)$$

$$I_B = 10,4 - j25,2 = 27,4 \angle -67^\circ 40' \text{ A}$$

$$I_C = (E_C - V_N) Y_C = (-115(1 - j1,73) - 12,4 \angle -49^\circ 25')(0,168 - j0,0354)$$

$$I_C = -13,3 + j39,4 = 41,6 \angle 108^\circ 35' \text{ A}$$

$$I_N = V_N \cdot Y_N = 12,4 \angle -49^\circ 25' \cdot 2 = 16,06 - j18,76 \text{ A}$$

$$I_N = 24,8 \angle -49^\circ 25' \text{ A olarak bulunur.}$$

$$I_A + I_B + I_C - I_N = 0 \text{ olmalıdır.}$$

$$18,9 - j33 + 10,4 - j25,2 - 13,3 + j39,4 - 16,06 + j18,76 = 0 \text{ olur.}$$

Şimdi yük tarafındaki faz gerilimlerini bulalım.

$$V_{a01} = I_A \cdot Z_a = (18,9 - j33)(2 + j4) = 37,8 - j66 + j75,6 + 132$$

$$V_{a01} = 169,5 + j9,5 = 170 \angle 3^\circ 15' \text{ V}$$

$$V_{b01} = I_B \cdot Z_b = (10,04 - j25,2)(4 - j8) = 41,6 - j100,8 - j83,2 - 201,6$$

$$V_{b01} = 160 - j184 = 230 \angle -134^\circ 20' \text{ V}$$

$$V_{b01} = 230 \angle -134^\circ 20' \text{ V}$$

$$V_{c01} = I_C \cdot Z_c = (-133 + j39,4)(5) = -66,5 + j197$$

$$V_{c01} = 208 \angle 108^\circ 35' \text{ V}$$

olarak bulunur. Şimdi generatör tarafındaki faz gerilimlerini bulalım.

$$V_{A0} = E_A - I_A Z_0 = 230 - (18,9 - j33)(0,3 + j0,9)$$

$$V_{A0} = 230 - (5,67 - j9,9 + j17,01 + 29,7)$$

$$V_{A0} = 230 - 35,37 - j7,11 = 194,63 - j7,11 \text{ V}$$

$$V_{A0} = 195 \angle -2^\circ 5' \text{ V}$$

$$V_{B0} = E_B - I_B Z_0 = -115 (1 + j1,73) - (10,4 - j25,2)(0,3 + j0,9)$$

$$V_{B0} = -115 - j198,95 - 25,8 + j1,8 = -140,8 - j197,15 \text{ V}$$

$$V_{B0} = 243 \angle -125^\circ \text{ V}$$

$$V_{C0} = E_C - I_C Z_0 = -115 (1 - j1,73) - (-13,3 + j39,4)(0,3 + j0,9)$$

$$V_{C0} = -115 + j198,95 - (-3,99 + j11,82 - j11,97 - 35,46)$$

$$V_{C0} = -115 + j198,95 + 39,45 + j0,15 = -75,55 + j199,1$$

$$V_{C0} = 213 \angle 110^\circ 45' \text{ V}$$

olarak bulunur.

Şimdi yukarıdaki değerleri, nötr hattında bir kopma olduğu duruma göre hesaplayalım.

Nötr hattında bir kopma olduğunda  $Y_N = 0$  olur. Bu durumda,

$$V'_N = \frac{E_A Y_A + E_B Y_B + E_C Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C + Y_N}$$

$$V'_N = \frac{230(0,0788 - j0,152) - 115(1 + j1,73)(0,0688 + j0,0995) - 115(1 - j1,73)(0,168 - j0,0354)}{0,0788 - j0,152 + 0,0688 + j0,0995 + 0,168 - j0,0354}$$

$$V'_N = 70,8 - j51,8 = 87,6 \angle -36^\circ 15' \text{ V olur.}$$

Akımlar ise;

$$I'_A = (E_A - V'_N)Y_A = (230 - 70,8 + j51,8)(0,0788 - j0,152)$$

$$I'_A = 20,4 - j20,1 = 28,6 \angle -44^\circ 40' \text{ A}$$

$$I'_B = (E_B - V'_N)Y_B = (-115(1 + j1,73) - 70,8 + j51,8)(0,0688 - j0,0995)$$

$$I'_B = 1,9 - j28,6 = 28,6 \angle -86^\circ 15' \text{ A}$$

$$I'_C = (E_C - V'_N)Y_C = (-115(1 - j1,73) - 70,8 + j51,8)(0,168 - j0,0354)$$

$$I'_C = -22,3 + j48,7 = 53,6 \angle 114^\circ 40' \text{ A}$$

olarak bulunur.

Yük tarafındaki faz gerilimleri;

$$V'_{a01} = I'_A \cdot Z_a = (20,4 - j20,1)(2 + j4) = 40,8 - j40,2 + j81,6 + 80,4$$

$$V'_{a01} = 121,2 + j41,4 = 128 \angle 18^\circ 45' \text{ V}$$

$$V'_{a01} = 128 \angle 18^\circ 45' \text{ V}$$

$$V'_{b01} = I'_B \cdot Z_b = (1,9 - j28,6)(4 - j8) = 7,6 - 114,4 - j15,2 - 228,8$$

$$V'_{b01} = -221,2 - j129,6 = 256 \angle -149^\circ 40' \text{ V}$$

$$V'_{c01} = I'_C \cdot Z_c = 53,6 \angle 114^\circ 40' \cdot 5 = 268 \angle 114^\circ 40' \text{ V}$$

$$V'_{c01} = 268 \angle 114^\circ 40' \text{ V}$$

olarak bulunur.

Generatör tarafındaki faz gerilimleri;

$$V'_{A0} = E_A - I'_A Z_0 = 230 - (20,4 - j20,1)(0,3 + j0,9)$$

$$V'_{A0} = 230 - (6,12 - j6,03 + j18,36 + 18,09)$$

$$V'_{A0} = 230 - 24,21 - j12,33 = 205,75 - j12,33 = 206 \angle -3^\circ 25' \text{ V}$$

$$V'_{A0} = 206 \angle -3^\circ 25' \text{ V}$$

$$V'_{B0} = E_B - I_B Z_0 = -115(1 + j1,73) - (1,9 - j28,6)(0,3 + j0,9)$$

$$V'_{B0} = -115 - j198,95 - 26,31 + j6,87 = -141,31 - j192,08$$

$$V'_{B0} = 239 \angle -125^\circ 20' \text{ V}$$

$$V'_{C0} = E_C - I_C Z_0 = -115(1 - j1,73) - (-22,3 + j48,7)(0,3 + j0,9)$$

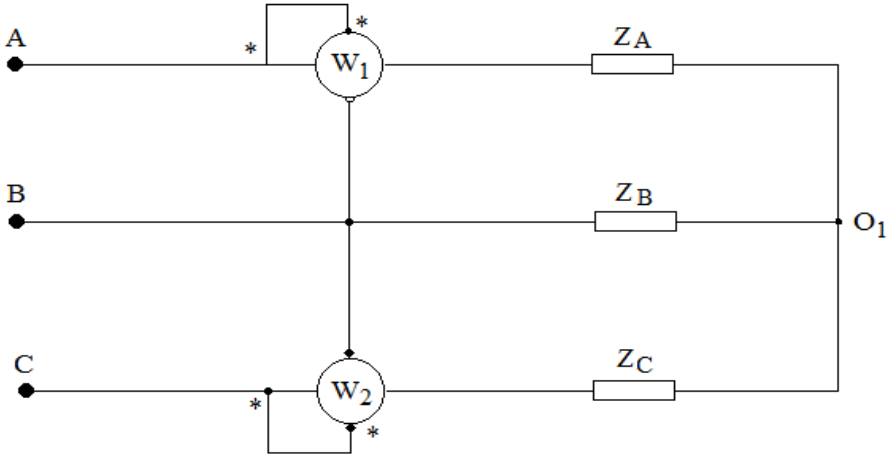
$$V'_{C0} = -115 + j198,95 - (-6,69 + j14,61 - j20,07 - 43,83)$$

$$V'_{C0} = -115 + j198,95 + 50,52 + j5,46$$

$$V'_{C0} = -64,48 + j204,41 = 215 \angle 107^\circ 25' \text{ V}$$

olarak bulunur.

**Örnek 5.6:** Aşağıdaki şekil 5.20'de hat gerilimi  $V_{LL} = 380\text{V}$  olan üç fazlı dengeli gerilim kaynağı yıldız bağlı dengesiz bir yükü beslemektedir. Yükün empedansları;  $Z_A = 6 + j8 \Omega$ ,  $Z_B = 24 + j7 \Omega$  ve  $Z_C = 20 \Omega$  şeklindedir. Her bir fazdaki akım ve gerilimi, her bir wattmetrenin gösterdiği değeri ve yük tarafından tüketilen gücü bulunuz.



Şekil 5.20

**Çözüm 5.6:**

Faz gerilimi;

$$V_f = \frac{V_{LL}}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220 \text{ V olarak bulunur.}$$

Bu durumda  $V_A$ ,  $V_B$ ,  $V_C$  için,

$$V_A = 220 \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$V_B = 220 \angle -120^\circ \text{ V}$$

$$V_C = 220 \angle 120^\circ \text{ V}$$

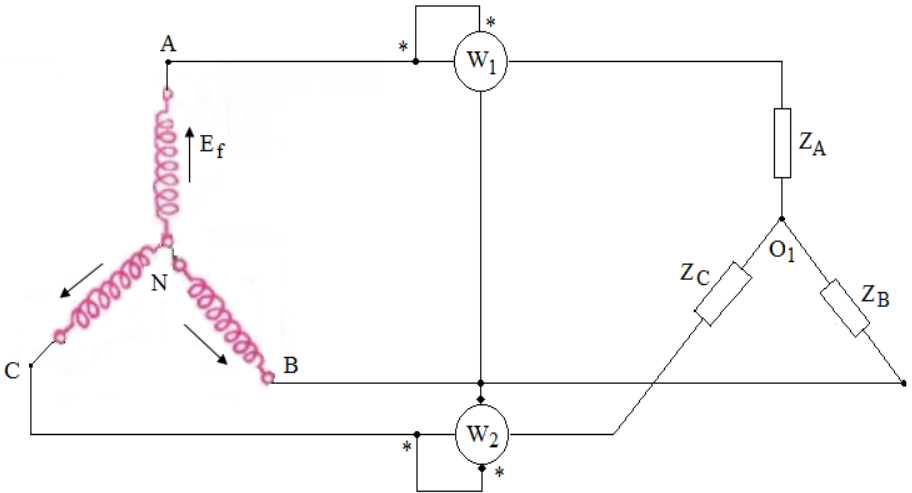
yazılabilir. Yük için  $Y_A$ ,  $Y_B$ ,  $Y_C$  admitansları kaynağın iç empedansı sıfır olduğu için;

$$Y_A = \frac{1}{Z_A} = \frac{1}{6+j8} = (0,06 - j0,08) = 0,1 \angle -53^\circ 10' \text{ siemens (mho, } \frac{1}{\Omega})$$

$$Y_B = \frac{1}{Z_B} = \frac{1}{24+j7} = (0,0384 - j0,0112) = 0,04 \angle -16^\circ 16' \text{ siemens (mho, } \frac{1}{\Omega})$$

$$Y_C = \frac{1}{Z_C} = \frac{1}{20} = 0,05 \text{ siemens (mho, } \frac{1}{\Omega})$$

olarak bulunur. Soruda verilen şekil 5.20 düzenlenirse aşağıdaki şekil 5.21 elde edilir.



Şekil 5.21



Kaynak ve yükün nötr noktaları arasındaki  $V_N$  gerilimini bulalım.

$$V_N = \frac{V_A Y_A + V_B Y_B + V_C Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C + Y_N} \text{ ifadesinden yararlanacak olursak,}$$

$$V_N = \frac{220 \angle 0^\circ \cdot 0,1 \angle -53^\circ 10' + 220 \angle -120^\circ \cdot 0,04 \angle -16^\circ 16' + 220 \angle 120^\circ \cdot 0,05}{0,06 - j0,08 + 0,0384 - j0,0112 + 0,05}$$

$$V_N = \frac{1,364 - j14,13}{0,1484 - j0,0912} = 49 - j64,9 = 81,2 \angle -52^\circ 57' \text{ V}$$

olarak bulunur.

Şimdi yük tarafındaki faz gerilimlerini bulalım.

$$V_{A01} = V_A - V_N = 220 - 49 + j64,9 = 171 + j64,9$$

$$V_{A01} = 183 \angle 20^\circ 46' \text{ V}$$

$$V_{B01} = V_B - V_N = 220 \angle -120^\circ - 49 + j64,9 = 171 + j64,9$$

$$V_{B01} = -159 - j126 = 203 \angle -141^\circ 42' \text{ V}$$

$$V_{C01} = V_C - V_N = 220 \angle 120^\circ - 49 + j64,9$$

$$V_{C01} = -159 + j255 = 301 \angle -121^\circ 53' \text{ V}$$

olarak bulunur.

Şimdi  $I_A$ ,  $I_B$  ve  $I_C$  faz akımlarını bulalım.

$$I_A = V_{A01} \cdot Y_A = 183 \angle 20^\circ 46' \cdot 0,1 \angle -53^\circ 10'$$

$$I_A = 18,3 \angle -32^\circ 24' \text{ A} = (15,46 - j9,72) \text{ A}$$

$$I_B = V_{B01} \cdot Y_B = 203 \angle -141^\circ 42' \cdot 0,04 \angle -16^\circ 16'$$

$$I_B = 8,12 \angle -157^\circ 58' = (-7,51 - j3,04) \text{ A}$$

$$I_C = V_{C01} \cdot Y_C = 301 \angle -121^\circ 53' \cdot 0,05$$

$$I_C = 15,05 \angle -121^\circ 53' = (-7,95 + j12,76) \text{ A}$$

olarak bulunur.

$I_A$ ,  $I_B$  ve  $I_C$  akımlarının toplamının sıfır olması gerekir.

$$I_A + I_B + I_C = 15,46 - j9,72 - 7,51 - j3,04 - 7,95 + j12,76$$

Buradan da,

$I_A + I_B + I_C = 0$  olduğu görülmektedir.

$V_{AB}$ ,  $V_{BC}$ ,  $V_{CA}$  hat gerilimlerini bulalım.

$$V_{AB} = V_A - V_B = 220 \angle 0^\circ - 220 \angle -120^\circ = 380 \angle 30^\circ \text{ V}$$

$$V_{BC} = V_B - V_C = 220 \angle -120^\circ - 220 \angle 120^\circ = 380 \angle -90^\circ \text{ V}$$

$$V_{CA} = V_C - V_A = 220 \angle 120^\circ - 220 \angle 0^\circ = 380 \angle 150^\circ \text{ V}$$

olarak bulunur.

Wattmetrelerin gösterdikleri değerleri bulalım.

$$P_1 = R_e (V_{AB} \cdot I^*_A) = R_e (380 \angle 30^\circ \cdot 18,3 \angle -32^\circ 24')$$

$$P_1 = 3230 \text{ W}$$

$$P_2 = R_e (V_{CB} \cdot I^*_C) = R_e (380 \angle 90^\circ \cdot 15,05 \angle -121^\circ 53')$$

$$P_2 = 4870 \text{ W}$$

olarak bulunur.

Wattmetrelerin gösterdikleri değerlerin toplamı yük tarafından tüketilen güç olacaktır.

$$P = P_1 + P_2 = 3230 \text{ W} + 4870 \text{ W} = 8100 \text{ W olur.}$$

Gerçekten de yük tarafından tüketilen güç,

$$P = (I_A)^2 \cdot r_A + (I_B)^2 \cdot r_B + (I_C)^2 \cdot r_C$$

$$P = 18,3^2 \cdot 6 + 8,12^2 + 15,05^2 \cdot 20$$

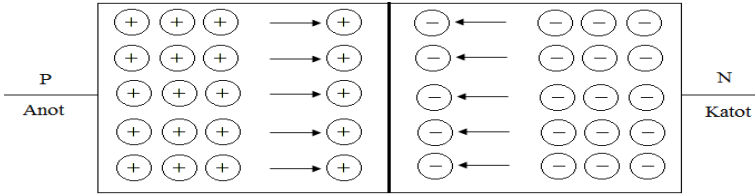
$$P = 2000 + 1580 + 4520 = 8100 \text{ W}$$

olarak bulunur.

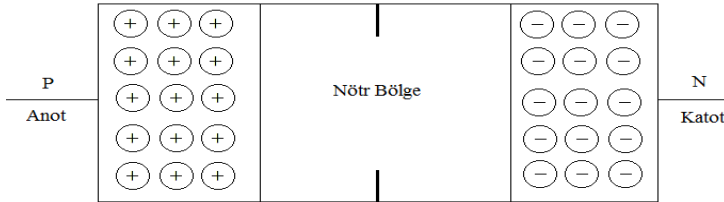
## BÖLÜM 6

### 6.1. Diyot ve Diyot Çeşitleri

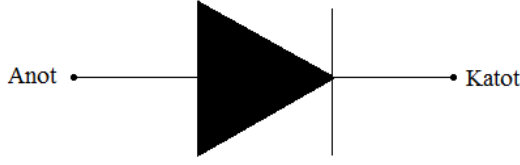
Diyot, tek yönde akım akıtan iki uçlu elektronik devre elemanıdır. Akımın geçtiği yönde olan direnç değeri, çok küçük olduğundan dolayı ihmal edilir. Akımın geçmediği yönde bulunan dirençlerin değerleri çok büyüktür. Akımın geçtiği yöne, “doğru yön”, akımın geçmediği yön ise “ters yön” olarak adlandırılır. Diyotun P ve N olmak üzere iki kutbu vardır. Bu kutuplardan P kutbu “Anot”, N kutbu ise “Katot” olarak adlandırılır. Bunun yanında, diyotun uçları pozitif (+) ve negatif (-) işaretleri ile de belirlenir. (+) uca anot, (-) uca ise katot adı verilir. Diyot, P tipi maddenin N tipi madde ile bir araya gelmesinden meydana gelir. Bu maddeler ilk bir araya geldiklerinde P tipi maddedeki oyuklar ile N tipi madde bulunan elektronlar iki maddenin bir araya geldiği noktada buluşarak birbirlerini nötr haline getirir. Burada “Nötr” bir bölge meydana getirirler. Bu nötr bölge, kalan diğer elektron ve oyukların bir araya gelmesini engellemektedir. P ve N maddelerinin birleşme anı, diyotun meydana gelişi ve diyotun sembolü Şekil 6.1’de verilmiştir.



Şekil 6.1a. P ve N maddelerinin birleşmesi



Şekil 6.1b. Diyotun meydana gelişi



Şekil 6.1c. Diyotun sembolü

Diyotun çeşitleri;

1. Kristal diyot
2. Zener diyot
3. Tünel diyot
4. Işık yayan diyot (LED, Light Emitting Diode)
5. Foto diyot
6. Ayarlanabilir kapasiteli diyot (varaktör-varikap)

şeklinde sıralanabilir.

Diğer diyotlar;

1. Mikro dalga diyotları
2. Gunn diyotları
3. Impatt (Avalanş) diyot
4. Baritt (schottky) diyot
5. Ani toparlamalı diyot
6. Pin diyot
7. Büyük güçlü diyotlar

şeklinde sıralanabilir.

Diyotun iletme geçebilmesi için anot ucuna, gerilim kaynağının pozitif (+) kutbu, katoduna ise gerilim kaynağının negatif (-) kutbu gelecek şekilde gerilim uygulanması gerekir. Elektrik alanında doğrultucu (redresör), elektronik alanında ise detektör, doğrultucu, limitör, modülatör, anahtar olarak farklı amaçlarda diyotlardan faydalanılmaktadır. Diyotları; lamba diyot, metal diyot ve yarı iletken diyot olmak üzere üç ana grupta incelemek mümkündür.

## 6.2. Transistörler

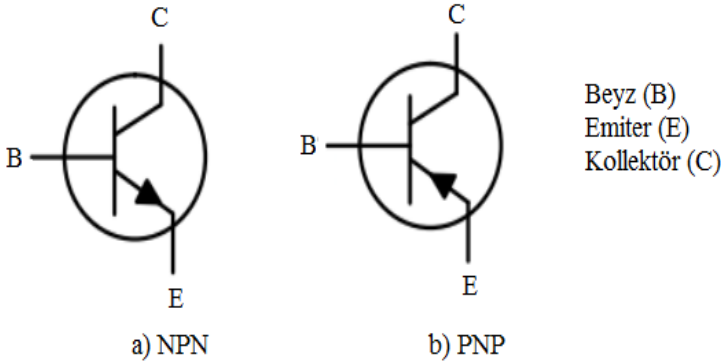
Transistör ifadesi, transfer (aktarma) ve resistor (direnç) kelimelerinin kısaltılması ile meydana gelmiştir. Transistör, beyzine uygulanan sinyal ile kolektörden emitere akan akımı kontrol eden üç ayaklı elektronik devre elemanıdır. Transistörlerde bulunan bu ayakların adları ve anlamları bulunmaktadır.

Emiter (emitter): Yayıcı

Kollektör (collector): Toplayıcı

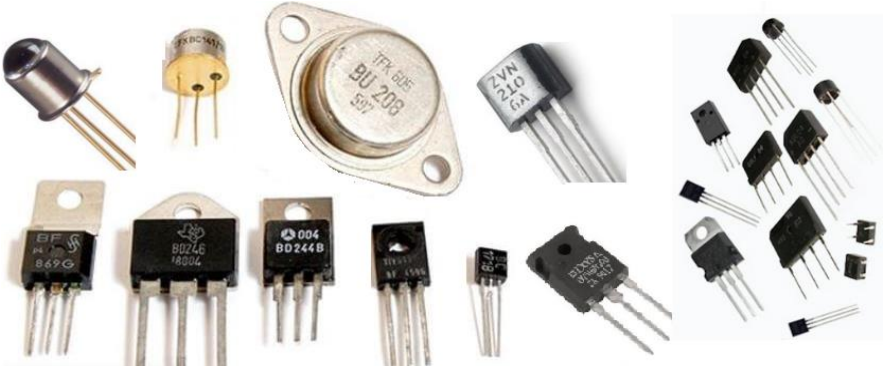
Beyz (base): Taban, griş, kontrol şeklindedir.

NPN ve PNP transistör sembolleri Şekil 6.2’de gösterilmiştir.



Şekil 6.2. NPN ve PNP transistör sembolleri

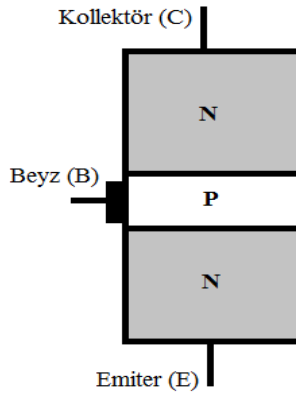
Transistörler, NPN veya PNP şeklinde dizilen üç yarı iletkenin birleşmesi sonucu meydana gelmiştir. Transistörün ayak uçları beyz (B), kolektör (C), emite (E) olarak adlandırılmıştır. Beyz ucu tetiklendiğinde kolektör emite arasının direnç değeri azalarak akım geçirmektedir. Kolektör emite arasından geçen akımın değeri, transistorün beyz ucuna uygulanan tetikleme akım büyüklüğüne bağlı olarak değişmektedir. Çeşitli transistörler Şekil 6.3’te verilmiştir.



Şekil 6.3. Transistör çeşitleri

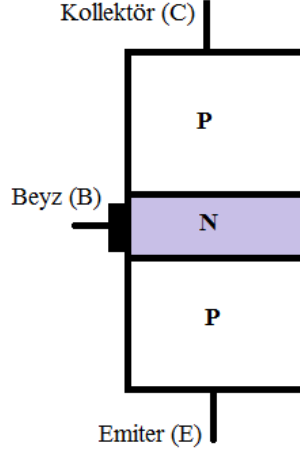
NPN ve PNP transistörlerin çalışma prensibi ve yapıları birbirine çok benzemektedir. Ancak NPN tipi transistörler, yüksek frekanslı sinyallere karşı tepkisi PNP transistöre göre daha iyi olması nedeniyle elektronik devrelerde daha fazla kullanılır.

NPN transistörlerin yapılması sırasında iki adet N tipi özellikli yarı iletken malzemenin arasına P tipi malzemeye sahip ince bir katman halinde beyz tabakası konulmuştur. Ayrıca konulan beyz tabakası, iki büyük tabaka arasındaki elektron-oyuk geçişini kontrol etmesi gibi görevi bulunmaktadır. NPN tipi transistörlerin yarı iletken yapısı Şekil 6.4'te gösterilmiştir.



Şekil 6.4. NPN transistör yapısı

PNP tipi transistörün yapımında iki adet P tipi özellikli yarı iletken malzemenin arasına N tipi malzemedan yapılmış ince bir katman halinde beyz tabakası konulmuştur. Araya konulan beyz tabakası, iki büyük tabaka arasındaki elektron-oyuk geçişini kontrol etmesi gibi görevi bulunmaktadır. PNP tipi transistörlerin yarı iletken yapısı, Şekil 6.5'te verilmiştir.

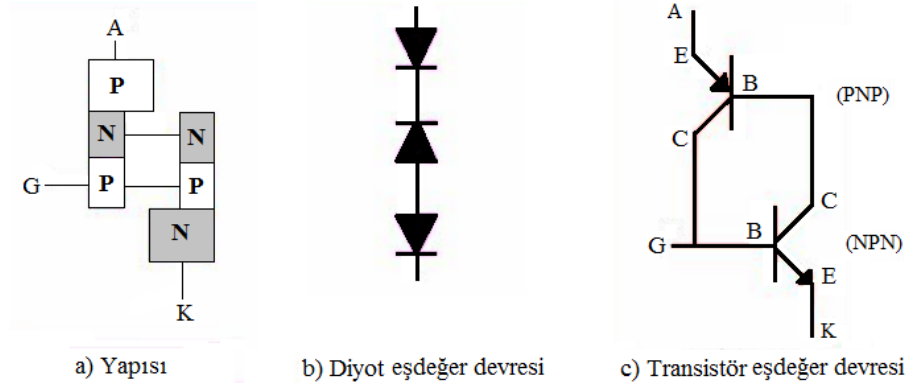


Şekil 6.5. PNP transistör yapısı

### 6.3. Tristörler

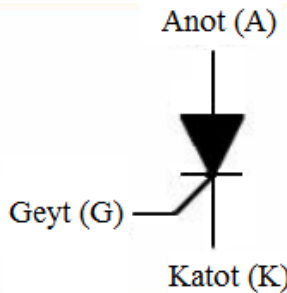
Tristör, güç elektroniği devrelerinde hızlı anahtarlama görevinde kullanılan, en az dört silisyum yarı iletken parçanın bir araya gelmesi sonucunda, anahtar ve doğrultma görevi yapan üç uçlu elektronik devre elemanıdır. Tristörlere silikon kontrollü doğrultucu anlamına gelen SCR (Silicon Controlled Rectifiers) ismi de verilir. Tristörler, değişik güçte imal edilmektedir. Tristörlerin çalışma sahaları; 50 V-8000 V, 0,4 A - 4500A arasında değişebilmektedir. Tristörler, sırasıyla birbirini takip eden “P” ve “N” tipi silisyumdan yapılmış dört yarı iletken tabakanın bir araya gelmesinden meydana gelmiştir. Buradaki dört tabakanın en dışında bulunan “P” tabakası anot, diğer dışındaki “N” tabakası ise katot olarak görev yapar. Tristörün yapısı,

diyot eşdeğer devresi ve transistör eşdeğer devresi Şekil 6.6'da gösterilmiştir.



Şekil 6.6. Tristörün yapısı, diyot ve transistör eşdeğer devresi

Tristörün transistörün eşdeğer devresindeki G ucuna bir akım verilmesi durumunda NPN tipi transistörün iletme geçmesiyle kolektör akımı akmaya başlar. Bu kolektör akımı, PNP transistörün iletme geçmesine yarayan beyz akımını sağladığı için PNP tipi transistör de hemen iletme geçer. Bu da emiter-kollektör üstünden NPN tipi transistörün beyzine akım gönderir. Dolayısıyla G ucundan uygulanan akımın kesilmesi durumunda bile transistörler birbirini beslemeye devam ederek iletim durumunda kalmaya devam eder. Bir tristörün sembolü, Şekil 6.7'de verilmiştir.



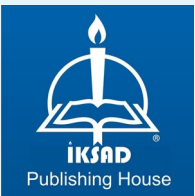
Şekil 6.7. Tristörün sembolü



Tristör, anot, katot ve geyt (gate, kapı) olarak adlandırılan üç uçlu bir devre elemanıdır. Tristörü doğru şekilde polarizeyi sağlamak için anoduna (+) ve katoduna (-) verilmelidir. Tristöre uygulanan gerilimin değeri çok artırılırsa bir noktadan sonra tristör aniden ilettime geçer. Anot katot direnci nedeniyle anot katot arasındaki gerilimi düşerek geçen akım artar. Tristör ters polarize edilerek gerilim artırılması durumunda yine bir noktadan sonra ters yönde ani akım artışı olmaktadır. Bu durum istenmeyen bir durum olup tristörün özelliğini bozmaktadır. Tristör, doğru polarize edilerek anot katot geriliminin artırılarak ilettime geçirilmesi yöntemi kullanılmamaktadır. Genelde anot katot doğru polarize edildikten sonra geyt ucuna küçük bir gerilim darbesi verilerek tristör ilettime geçirilmektedir. Tristör bu şekilde ilettime geçtikten sonra geyt ucuna uygulanan gerilim kesilirse bile tristör iletimde kalmaya devam eder. Tristör, kontrollü doğrultucularda, elektronik kontaktörlerde, zaman rölesinde, DC ve AC motorların hızlarının ayarlanmasında ve dönüş yönlerinin değiştirilmesinde kullanılmaktadır.

## KAYNAKLAR

- Şebes, M.R. (1973). Teoriya Lineynix elektriçeskix seper v uprajneniyaxi zadaçax, Moskova.
- Atabekov, G.İ. (1966). Teoretiçeskie Osnovı elektrotexniki, I. Bölüm, Moskova.
- Zeveke, G.V, İonkin, P.A., Netuşil, A.V., Straxov, S.V. (1963). Osnovı Teorii Sepey, Moskova.
- Quliyev, H.M, Tağızade, S.M. (1997). Elektrik Devreleri Nezeriyyesinin Esasları, Bakı.
- Seyidov, F.İ. (1991). Devreler Nezeriyyesinin Esasları, Bakı.
- Özbey, Ş.(2011). Elektrik Devre Analizi 1, Ankara.
- Özbey, Ş.(2012). Elektrik Devre Analizi 2, Ankara.
- Özen, Ş.(2021). Elektrik Elektronik Mühendisliğine Giriş, İstanbul.
- Saçkan, A.H.(1973). Doğru ve Alternatif Akım Devreleri Problem Çözümleri, İstanbul.
- Özkaya, M.(1996). Yüksek Gerilim Tekniği, Cilt 1, İstanbul.



**ISBN: 978-625-367-516-5**